

Etude des transferts convectifs et conductifs dans un cylindre contenant un coulis de glace en fusion.

Ahmed ARID^{1,2}, Jean-Pierre DUMAS¹, Tarik KOUSKSOU¹, Youssef ZERAOU¹, et Abdelaziz MIMET²

¹Laboratoire de Thermique, Energétique et Procédés, Université de Pau et des Pays de l'Adour
64000 - Pau (France)

²Laboratoire d'Energétique, Université Abdelmalek Essaadi 90000 - Tétouan (Maroc)

(auteur correspondant : jean-pierre.dumas@univ-pau.fr)

Résumé - Dans ce travail, nous proposons une étude numérique de la fusion d'un coulis de glace contenu dans une cuve cylindrique simulant une cuve de stockage. Nous recherchons l'évolution de ce mélange glace-solution aqueuse sous la contrainte d'échanges thermiques avec le fond dont la température chaude est fixée. Les parties entièrement fondues sont le siège de mouvements convectifs alors que les parties contenant encore des glaçons sont considérées comme suffisamment visqueuses pour n'être le siège que de transferts conductifs. La répartition spatio-temporelle de la température et du taux de glace dans le coulis, les mouvements de convection dans la partie entièrement liquide et la position de l'interface mobile coulis-solution sont décrits et analysés.

Nomenclature

L_F	chaleur latente massique, $kJ\ kg^{-1}$	ρ	masse volumique, kg/m^{-3}
P_d	pression dynamique, Pa	<i>Indices et exposants</i>	
r	rayon, m	a	de la solution
z	hauteur, m	ai	solution initiale
T	température, $^{\circ}C$	cg	coulis de glace
\vec{V}	vitesse $m\ s^{-1}$	ext	paroi inférieure
w	taux ou concentration massique	f	fusion
W_g^T	taux global de glace (voir (8))	i	initiale
<i>Symboles grecs</i>		g	glace
μ	viscosité	sol	solution

1. Introduction

Pour éviter l'utilisation massive des fluides frigorigènes responsables, à cause des fuites inévitables, d'altération de la couche d'ozone et d'augmentation de l'effet de serre, il a été proposé depuis longtemps d'utiliser des fluides frigoporteurs secondaires et en particulier les fluides frigoporteurs diphasiques (FFD) qui transportent l'énergie calorifique sous forme de chaleur latente de fusion. Le FFD le plus utilisé actuellement est le coulis de glace : il s'agit de particules de glace baignant dans un fluide (généralement une solution aqueuse) en circulation. Toutefois, dans une installation industrielle, la non concomitance entre la production et la demande de froid oblige le stockage du coulis de glace dans des cuves.

Celles-ci sont, en général de grandes dimensions (des dizaines de litres ou des m^3) et le coulis de glace va subir une évolution du fait de la sédimentation (la densité de la glace est souvent inférieure à celle de la solution aqueuse) ou des gradients thermiques. Sachant que le niveau de température et le taux de glace (il doit être inférieur à 25-30% pour que la circulation soit possible) sont très importants à contrôler au niveau du tuyau de prélèvement, il est nécessaire de prévoir l'évolution du coulis et de déterminer la répartition spatio-temporelle de la température et du taux de glace. Bien sûr en pratique, il y a, dans la cuve, une agitation mécanique mais elle est coûteuse en énergie [1] et cela n'évite pas complètement l'inhomogénéité [2].

Dans ce travail, nous proposons une première approche d'une étude numérique de la fusion d'un coulis de glace dans une cuve cylindrique. L'étude d'un cas réel est en premier lieu jugé très complexe du fait de la ségrégation, de la diffusion du soluté ou du non équilibre thermodynamique [2]. C'est pourquoi, le modèle présenté ici est une première ébauche qui permet d'évaluer les possibles résultats dans une cuve réelle.

2. Présentation de l'étude

Il s'agit d'étudier un cylindre de hauteur H et de rayon R , rempli d'un coulis de glace à la température initiale T_i et que l'on va chauffer en imposant à la face du bas une température chaude T_{ext} , les autres faces étant adiabatiques.

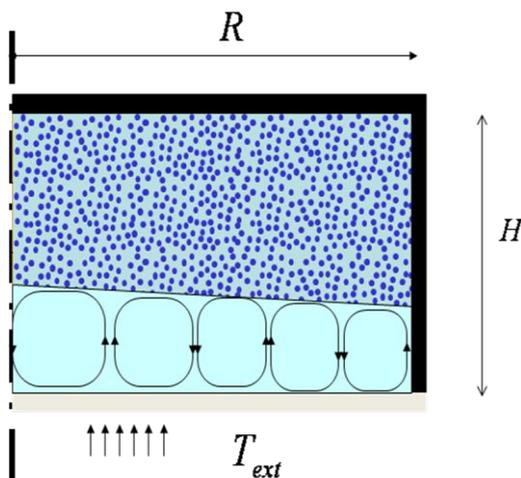


Fig. 1 Schéma de la cellule

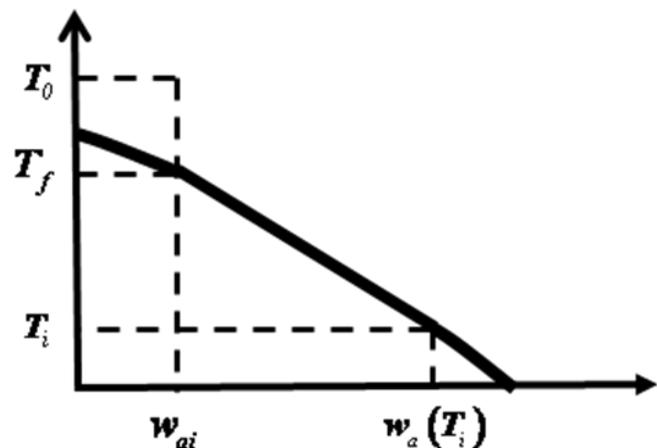


Fig. 2 Diagramme de phase eau-éthanol

Pour fabriquer le coulis, nous choisissons, à une température de départ T_0 , une solution de fraction massique initiale w_{ai} (voir le diagramme de phases de la Fig. 2). La température d'équilibre thermodynamique est donc T_f . Un refroidissement jusqu'à T_i permet d'obtenir une quantité de glace en équilibre avec une solution à la concentration massique $w_a(T_i)$. Le taux de glace, défini comme le rapport entre la masse de glace et la masse totale glace+solution, est alors trouvé égal à :

$$w_g = 1 - \frac{w_{ai}}{w_a(T_i)} \quad (1)$$

Une simplification de notre étude est de ne pas tenir compte de la ségrégation. Une façon de considérer notre calcul comme réaliste est de prévoir un refroidissement à T_i suffisamment

bas pour obtenir une concentration $w_a(T_i)$ qui donnera d'après (1) un taux de glace w_g supérieur voire très supérieur à 30%. Ainsi dans le coulis, nous ne considérerons que des transferts conductifs avec des changements de phases suivant les conditions d'équilibre thermodynamique local telles que celles décrites par le diagramme de phases de la Fig. 2.

Lorsque la partie liquide apparait seule, à la concentration w_{ai} , sa partie inférieure étant forcément plus chaude que la partie supérieure (à T_f), elle sera le siège d'une convection naturelle. Il s'agira donc de résoudre les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

2.1. Equations du modèle

Dans la partie « solide » c'est-à-dire dans le coulis de glace, nous considérerons la seule équation de l'énergie, sans mouvement, mais avec une source (puits) de chaleur proportionnelle à la quantité de glace fondue (en négligeant l'enthalpie de dilution) :

$$\frac{\partial(\rho_{cg} c_P^{cg} T)}{\partial t} = \nabla \cdot (k_{cg} \nabla T) + \rho_g L_f \frac{\partial w_g}{\partial t} \quad (2)$$

Pour la solution liquide, on écrit les trois équations :

- Continuité

$$\nabla \cdot (\rho_{sol} \vec{V}) = 0 \quad (3)$$

- Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial(\rho_{sol} \vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_{sol} \vec{V} \vec{V}) = -\nabla P_d + \nabla \cdot (\mu_{sol} \nabla \vec{V}) + (\rho_{sol} - \rho_0) \vec{g} \quad (4)$$

- Conservation de l'énergie

$$\frac{\partial(\rho_{sol} c_P^{sol} T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_{sol} c_P^{sol} \vec{V} T) = \nabla \cdot (k_{sol} \nabla T) \quad (5)$$

A l'interface solide-liquide la température est constante et égale à T_f et on tient compte de la continuité du flux thermique.

Les valeurs des propriétés thermophysiques en fonction de la température, de la concentration de la solution ou du taux de glace ainsi que le diagramme de phase eau-éthanol sont connues et données par exemple par [3]. Pour le terme de convection, la densité de référence ρ_0 est prise à la température des points bas les plus chauds, c'est-à-dire à la température imposée T_{ext} .

Les fonctions vectorielles sont bien sûr calculées en coordonnées cylindriques (r, z, t) tenant compte de la symétrie axiale cylindrique.

Les conditions aux limites sont :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0, z, t} = 0 \quad \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R, z, t} = 0 \quad \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r, z=H, t} = 0 \quad T(r, 0, t) = T_{ext}$$

Le vecteur vitesse est nul sur les parois et on a imposé une condition axisymétrique sur l'axe : $\left(\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)_{r=0,z,t} = 0$.

Pour les conditions initiales on a : $T_{\forall r, \forall z > 0, 0} = T_i$ et $w_g(\forall r, \forall z, 0) = w_g(T_i) = 1 - \frac{w_{ai}}{w_a(T_i)}$

2.2. Résolution numérique

Il s'agit de déterminer la température $T(r, z, t)$ partout dans le cylindre, et

$$w_g(r, z, t) = 1 - \frac{w_{ai}}{w_a[T(r, z, t)]} \quad (6)$$

dans le coulis restant, puis les composantes des vitesses V_r et V_z ainsi que les lignes de courant dans la partie liquide.

La nécessité d'avoir un temps de calculs raisonnable (quelques heures cependant) avec un maillage suffisamment fin pour éviter les instabilités, nous a obligés à réduire les dimensions du cylindre à quelques cm. En effet, on évite les instabilités convectives en respectant une valeur critique du nombre de Rayleigh ($Ra < 10^5$).

En fait la résolution des équations (2) à (5) se fait de la manière classique en résolvant une équation de conservation de la quantité de mouvement unique du type :

$$\frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla P_a + \nabla(\mu \nabla \vec{V}) + (\rho - \rho_0) \vec{g} - K_0^{-1} \mu_{sol} \frac{w_g^2}{1 - w_g} \vec{V} \quad (7)$$

Le terme de Darcy-Brinkman supplémentaire [4] $-K_0^{-1} \mu_{sol} \frac{w_g^2}{1 - w_g} \vec{V}$ permet au code de faire la différence entre le coulis et la phase liquide. En effet la constante K_0 , s'exprime en fonction de la taille moyenne d_m des particules par $K_0 = d_m^2 / 180$ [4]. Dans notre cas, la taille moyenne des particules de glace étant de 300 μm , la constante K_0 est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2$ valeur telle que si $w_g = 0$ (que du liquide) on retombe sur la formule (4) alors que si $w_g \neq 0$ (coulis), la seule solution est que \vec{V} soit considérée comme nulle.

Signalons enfin que la non linéarité de la formule (6) impose de programmer une méthode itérative.

La validation du code a été faite dans le cas de la convection naturelle pure (eau) ou avec changement de phase (eau-glace).

3. Résultats

Nous présentons ici les résultats pour $w_{ai} = 5\%$ donnant une température d'équilibre $T_f = -2,2^\circ\text{C}$. La température initiale est $T_i = -10^\circ\text{C}$ donnant un taux de glace w_g de départ de 75%. La température imposée dans le bas est $T_{ext} = 1^\circ\text{C}$.

Sur la Fig. 3 nous représentons l'évolution de la température en fonction du temps pour un cylindre ($R = 0,02 \text{ m}$ et $H = 0,015 \text{ m}$) pour une position axiale fixe ($7/8R$) et différentes

hauteurs z , tandis que sur la Fig. 4 cette évolution est présentée pour une position verticale fixe ($1/2H$) et différents rayons r .

Nous constatons que la température augmente régulièrement avant d'atteindre la température T_f . En chacun des points, il y a toujours du coulis dont le taux de glace local (voir les Fig. 3 et 4) diminue progressivement jusqu'à l'instant où T_f est atteinte. Toutefois le passage du front de fusion est peu marqué sur ces courbes de températures sinon par un point d'inflexion.

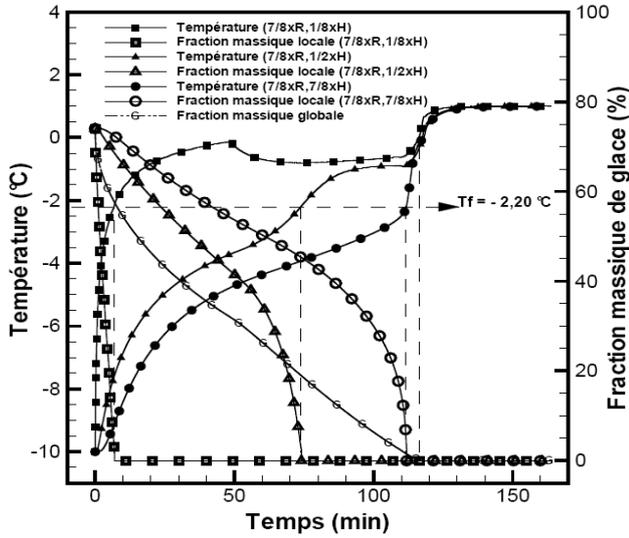


Fig 3 : Température et taux de glace en fonction du temps pour $r = 7/8R$ et différentes hauteurs

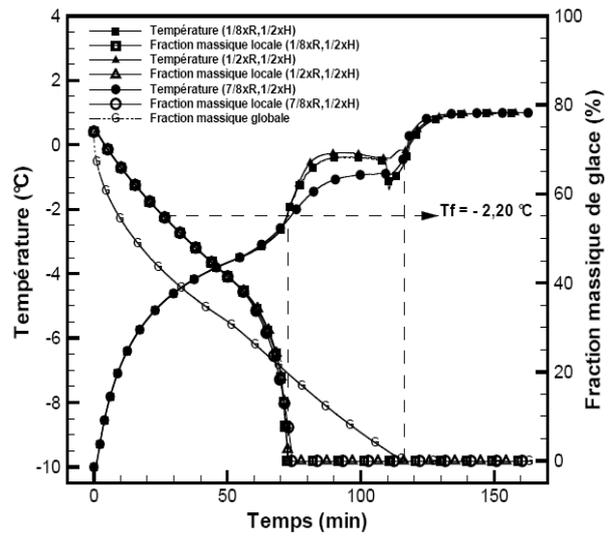


Fig 4 : Température et taux de glace en fonction du temps pour $z = 1/2H$ et différents rayons

Il est plus étonnant de constater ultérieurement un pseudo-palier de température à une valeur supérieure à T_f . Signalons qu'un tel comportement a été signalé sur des cuves réelles [2][3]. Ce palier advient en un point où la solution liquide est seule et soumise à une convection naturelle sous forme de rouleaux (en réalité des tores) comme l'indique la Fig. 5 donnant les lignes de courant à l'instant 95 min.

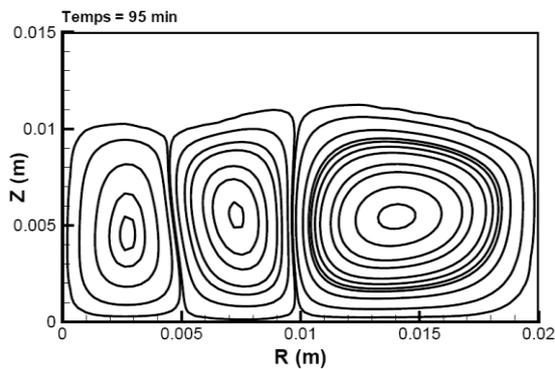


Fig. 5 Lignes de courant dans la solution

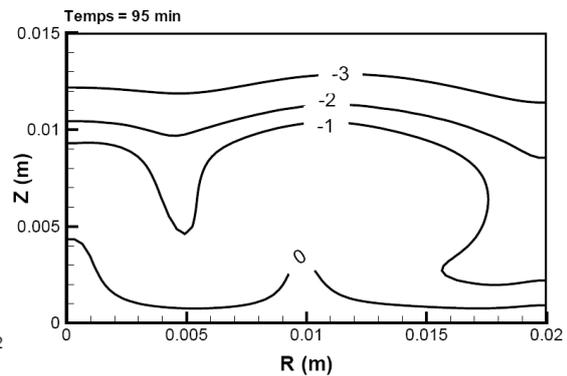


Fig.6 : Isothermes à $t = 95$ min

Sur la Fig. 6 sont données les isothermes au même instant. Rappelons que $T_f = -2,2^\circ\text{C}$. Ainsi l'isotherme à -2°C représente approximativement la position de l'interface solution-coulis. La Fig. 7 donnant le taux de glace indique aussi la position de cette interface ($w_g = 0$). L'interface est, bien sûr, tangente aux « rouleaux » de la Fig. 5.

Au début, il est observé 4 ou 5 « rouleaux » dont la hauteur augmente progressivement. En réalité, ce n'est pas complètement vrai pour le « rouleau » près de l'axe qui diminue jusqu'à disparaître. Ainsi, au fur et à mesure que l'interface s'élève, le nombre de rouleaux passe de 4 à 3 puis à 2 et finalement à 1. Lorsque la dernière parcelle de glace disparaît, il n'y a plus qu'un rouleau de hauteur H .

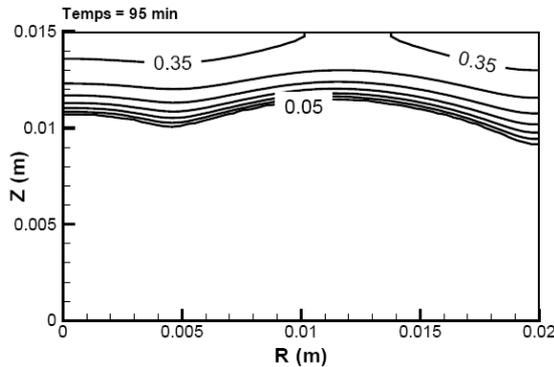


Fig. 7 Taux de glace à $t=95$ min

L'instant de cette disparition est déterminé lorsque s'annule le taux global de glace W_g^T défini par :

$$W_g^T = \frac{\int w_g(r, z, t) dV}{2\pi R H} \quad (8)$$

Ce taux global est aussi tracé sur les Fig. 3 et 4. On constate qu'il s'annule vers 117 min et que la température atteinte en chaque point du volume est sensiblement la même (régulation globale due à la présence de la glace) mais on n'est pas encore à la température imposée à la face extérieure inférieure. Il reste encore un réchauffement supplémentaire qui se fait avec une autre cinétique puisque, en fait, il s'agit d'un réchauffement sensible.

4. Conclusion

Nous avons présenté des résultats concernant le réchauffement d'un coulis de glace (glace dans une solution aqueuse d'éthanol) placé dans un cylindre chauffé par le bas. Nous avons pu déterminer la cinétique locale de fusion de la glace et les mouvements de convection naturelle dans la phase liquide et en déduire le champ de température. En particulier une pseudo stabilisation de la température découplée de l'équilibre thermodynamique a été décrite due au brassage du liquide.

Un travail en cours permet de préciser l'influence de divers paramètres (w_{ai} , T_i , T_{ext} ..) et décrit d'autres situations : réchauffement par la périphérie verticale seule ou en même temps que la face inférieure, flux imposé, température imposée variable...

Références

- [1] I. El Abbassi Analyse des performances énergétiques appliquée au transport et à l'utilisation du froid par coulis de glace *Thèse Doctorat* Université de PAU 7-12-09
- [2] A. Jamil Etude expérimentale et modélisation de l'analyse calorimétrique des fusions et des déséquilibres de phases dans les coulis de glace *Thèse Doctorat* Pau 8-9-06
- [3] O. Bel, A. Lallemand Study of a two phase secondary refrigerant 1: Intrinsic thermophysical properties of an ice slurry *International Journal of Refrigeration*, Volume 22, Issue 3, May 1999, Pages 163-174 2: Experimental analysis of thermal and rheological behavior *International Journal of Refrigeration*, Volume 22, Issue 3, May 1999, 175-187
- [4] M. Kaviany. Principles of heat transfer in porous media. Springer 1999

Remerciements

Ce travail a été réalisé grâce au soutien du Comité Mixte Interuniversitaire Franco-Marocain dans le cadre de l'Action Intégrée VOLUBILIS n° MA/06/152