

# Analyse de sensibilité appliquée à un modèle de propagation de feux de forêts : Influence de la charge et de l'humidité de la végétation au sol

Anthony COLLIN<sup>a</sup> et Floriane ANSTETT-COLLIN<sup>b</sup>

a : Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée - LEMTA, Nancy-Université  
ENSEM, 2 Avenue de la forêt de Haye - 54504 Vandœuvre-lès-Nancy - France  
anthony.collin@ensem.inpl-nancy.fr

b : Laboratoire Modélisation, Intelligence, Processus, Systèmes - MIPS, Université de Haute Alsace  
ENSISA, 12 Rue des frères Lumière - 68093 Mulhouse Cedex - France  
floriane.collin@uha.fr

**Résumé** - Le travail présenté ici porte sur l'application d'une méthode d'analyse de sensibilité sur un modèle monodimensionnel de propagation de feux de forêts. Il s'intéresse plus particulièrement aux effets liés de la charge de combustible au sol et de l'humidité sur la vitesse de propagation et l'épaisseur du front de flamme. Les premiers résultats obtenus permettent de démontrer le rôle important de la charge de combustible dans l'établissement d'un incendie.

## Nomenclature

$A$	Coefficient de préfacteur de la loi d'Arrhénius, [ $s^{-1}$ ]	$T$	Température de la végétation, [K]
$C_1$	Chaleur massique de l'eau, [J/kg/K]	$T_a$	Température ambiante de l'air, [K]
$C_s$	Chaleur massique des végétaux, [J/kg/K]	$T_{ev}$	Température d'évaporation, [K]
$E$	Energie d'activation, [J/mol]	$T_f$	Température de la flamme, [K]
$h$	Coefficient d'échange, [ $W/m^2/K$ ]	$T_{ig}$	Température d'auto-inflammation, [K]
$H_u$	Humidité relative, [-]	$\mathcal{V}_f$	Volume de la flamme, [ $m^3$ ]
$K_f$	Coefficient d'absorption de la flamme, [ $m^{-1}$ ]	$\delta_T$	Fonction de Dirac, [-]
$L_{ev}$	Chaleur latente d'évaporation, [J/kg]	$\theta_f$	Angle d'inclinaison de la flamme, [rad]
$M_T$	Energie radiative absorbée par la végétation, [ $W/m^2$ ]	$\rho$	Charge de végétation, [ $kg/m^2$ ]
$R$	Constante des gaz parfaits, [J/mol/K]	$\rho_{ext}$	Charge de cendres restantes, [ $kg/m^2$ ]
		$\sigma_s$	Constante de Stefan-Boltzmann, [ $W/m^2/K^4$ ]

## 1. Introduction

Chaque année, les feux de végétation parcourent plusieurs dizaines de milliers d'hectares détruisant sur leurs passages à la fois la faune et la flore. La connaissance du comportement d'un incendie est donc un élément très important afin de le prévoir (avant le sinistre) ou de tenter de le contrôler (pendant le sinistre). Le développement de modèles de propagation repose très souvent sur l'établissement d'équations bilans : bilans d'énergie et de masse. Les équations étudiées nécessitent de bien connaître les caractéristiques et les propriétés physiques de l'air et de la végétation. Néanmoins, plus d'une vingtaine de propriétés physiques peuvent être utilisées pour bien caractériser la végétation, par exemple, sans compter toutes les grandeurs liées à la topographie du terrain, à la météorologie, ...

Il est donc indispensable de bien cerner les grandeurs physiques dont le rôle est capital pour la modélisation de la propagation et celles dont l'importance est moindre. L'intérêt est donc

double : d'une part, évaluer le niveau de précision des paramètres d'entrée requis par le modèle, et d'autre part, identifier les paramètres dont le rôle sur le développement d'un incendie est très important. Une analyse de sensibilité effectuée sur un modèle de propagation donné doit permettre d'identifier les rôles de chaque paramètre d'entrée.

De nombreuses approches permettant de tester l'analyse de sensibilité de modèles existent dans la littérature [1, 2, 3, 4]. Parmi ces approches, on distingue celles qui sont basées sur l'analyse de la variance de la sortie du modèle [2]. Ces méthodes consistent à calculer la part de la variance de la sortie due à la variance de chaque paramètre. En fait, il existe deux types de contribution d'un paramètre à la variance de la sortie. D'une part, la contribution marginale, appelée aussi effet principal, correspond à son influence seule. D'autre part, la contribution collective correspond à l'influence due à ses interactions avec les autres paramètres. La somme des contributions marginale et collective représente l'effet total du paramètre.

A l'heure actuelle, la littérature recense très peu de travaux ayant pour objectifs d'analyser la sensibilité des paramètres d'entrée d'un modèle de propagation de feux de forêts. Les travaux précurseurs dans ce domaine sont ceux de Salvador *et al.* [5] et Clark *et al.* [6]. En associant une approche globale pour l'analyse de sensibilité à un modèle de propagation de type Rothermel, ils ont démontré que, pour ce type de modèle, parmi tous les paramètres d'entrée, l'enthalpie de combustion, la masse volumique du combustible et le taux massique des résidus imbrûlés ont des effets négligeables sur la vitesse de propagation. Néanmoins, les conclusions de cette étude ne s'appliquent qu'au modèle de Rothermel utilisé.

Cette étude propose d'effectuer une analyse de sensibilité sur le modèle de propagation de feux de forêts développé au LEMTA [7], modèle du type réaction-diffusion. Les travaux menés ici modélisent une propagation monodimensionnelle d'un incendie et effectuent une analyse des effets de la charge de combustible et de l'humidité présente dans les végétaux sur la vitesse de propagation et l'épaisseur du front de flamme.

Ce papier est organisé de la manière suivante. La Section 2 décrit le modèle de propagation utilisé. Ensuite, la Section 3 présente les différents cas étudiés. L'estimation des indices de sensibilité est détaillée dans la Section 4. Enfin, la Section 5 développe les résultats obtenus et la Section 6 soulignera les futures perspectives de cette étude.

## 2. Modèle de propagation de feux de forêts

Le modèle de propagation est construit d'après le modèle de combustion issu des travaux de Margerit *et al.* [7]. C'est un modèle bidimensionnel (après intégration selon la composante verticale) à une seule température  $T$ , température des végétaux. Les hypothèses de ce modèle sont les suivantes : l'évaporation de l'humidité contenue dans les végétaux a lieu à température constante  $T_{ev}$  ; la variation d'enthalpie due au processus de pyrolyse est négligée ; seuls les transferts de chaleur par convection et par rayonnement provenant des flammes sont pris en compte (le transfert de chaleur par conduction est négligé). En utilisant ces hypothèses, le modèle de propagation peut être réduit à deux équations bilans [7] :

$$\begin{cases} \rho (C_s + H_u C_l) \frac{\partial T}{\partial t} = h (T_a - T) + \rho \frac{\partial H_u}{\partial t} L_{ev} \delta_{T=T_{ev}} + M_r \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \text{ quand } T > T_{ig} \text{ et } \rho \geq \rho_{ext} \end{cases} \quad (1)$$

Dans cette équation, le terme  $M_r$  correspond au flux radiatif provenant des flammes et absorbé par la végétation. En supposant que la végétation se comporte comme un corps noir,  $M_r$

est estimé à partir d'un modèle de flamme (détaillé dans [7]) :

$$M_T(\mathbf{x}) = 4\mathcal{V}_f K_f \sigma_s T_f^4 \mathcal{F}(\theta_f, \mathcal{V}_f, \mathbf{x}) \quad (2)$$

La fonction  $\mathcal{F}$  représente la part de l'énergie radiative envoyée par la flamme et reçue au point d'abscisse  $\mathbf{x}$ . La propagation d'un feu peut être décrite en 6 étapes :

- Zone 1 : végétation non affectée,  $T = T_a, \rho = \rho_0$  et  $H_u = H_{u0}$
- Zone 2 : pré-chauffage de la végétation,  $T > T_a, \rho = \rho_0$  et  $H_u = H_{u0}$
- Zone 3 : évaporation de l'humidité,  $T = T_{ev}, \rho = \rho_0$  et  $H_u < H_{u0}$
- Zone 4 : pyrolyse de la végétation,  $T > T_{ev}, \rho = \rho_0$  et  $H_u = 0$
- Zone 5 : dégradation de la végétation,  $T > T_{ig}, \rho < \rho_0$  et  $H_u = 0$
- Zone 6 : refroidissement des cendres,  $T < T_{ig}, \rho = \rho_{ext}$  et  $H_u = 0$

La Figure 1 illustre, pour un cas donné, les positions relatives de ces différentes zones par rapport à l'évolution de  $T$ . Le front de flamme est associé à la zone 5. La localisation de la flamme est définie par les positions du front avant ( $T = T_{ig}$  et  $\rho = \rho_0$ ) et du front arrière ( $T$  est maximal et  $\rho = \rho_{ext}$ ). L'épaisseur de la flamme, représentée ici, est faible ( $\approx 1$  m).

### 3. Cas d'étude

Ce papier étudie une propagation monodimensionnelle d'un incendie. La longueur totale du terrain est de 1 000 m et une discrétisation de 2 000 cellules est utilisée. Le temps total de simulation et le pas de temps sont fixés à 75 000 s et 0.5 s. Une étude annexe a démontré que les résultats produits sont indépendants de la discrétisation et du pas de temps choisis.

Le modèle de propagation (1) permet de calculer les positions avant et arrière du front de flamme en fonction du temps. La vitesse de propagation et l'épaisseur du front sont alors évaluées. Elles dépendent de la charge de combustible au sol  $\rho$  et de l'humidité  $H_u$ . L'objectif est d'étudier la sensibilité de la vitesse et de l'épaisseur du front par rapport à  $\rho$  et  $H_u$ . Ces deux paramètres sont considérés comme des variables aléatoires suivant une loi uniforme variant de 2 à 3 kg/m<sup>2</sup> pour  $\rho$  et de 0.4 à 0.6 pour  $H_u$ . Les autres propriétés physiques sont fixées à,

$$\begin{aligned} T_{ig} &= 673 \text{ K} & h &= 20 \text{ W/m}^2/\text{K}, & L_{ev} &= 2.25 \text{ MJ/kg}, & K_f &= 1.2 \text{ m}^{-1}, \\ T_a &= 300 \text{ K} & C_s &= 2.4 \text{ kJ/kg/K}, & A &= 5000 \text{ s}^{-1}, & T_f &= 1200 \text{ K}, \\ \rho_{ext} &= 0.5 \text{ kg/m}^2 & C_l &= 4.181 \text{ kJ/kg/K}, & E &= 1.398 \cdot 10^5 \text{ J/mol}, & \theta_f &= 0 \text{ rad} \end{aligned}$$

La longueur de la flamme est supposée être proportionnelle à  $\rho$ . Connaissant la charge,  $L_f$  est estimée à partir de données expérimentales, ( $\rho_{ref} = 2.5 \text{ kg/m}^2$  et  $L_{f,ref} = 2 \text{ m}$ ).

Le plan d'expériences est composé de  $N = 20\,000$  essais échantillonnés à partir d'une technique dite "Latin Hypercube Sampling" [8]. Des essais effectués à partir d'échantillons de tailles réduites (5 000 et 10 000 essais) ont montré une quasi-invariance des résultats proposés.

La Figure 2 représente les suivis des fronts avant et arrière de la flamme au cours du temps pour une configuration donnée. L'épaisseur du front est relativement faible. Pour les deux fronts, la propagation s'effectue à vitesse égale et constante au cours du temps. Cependant, il est à noter que, pour cette étude et pour éviter tous les effets liés à l'établissement de l'incendie (phase d'allumage), l'épaisseur et la vitesse de propagation du front de flamme sont uniquement estimés dans l'intervalle 300 - 1 000 m (Cf. Figure 2).

Les Figures 3 et 4 représentent les effectifs et les fréquences cumulées de la vitesse de propagation et de l'épaisseur du front de flamme obtenues pour les différents cas simulés. Les

résultats produits varient énormément : pour la vitesse de propagation, 73% de variations par rapport à sa valeur moyenne (2.75 cm/s) et 66% pour l'épaisseur du front de flamme (90 cm de valeur moyenne). Les sorties sont extrêmement sensibles à  $\rho$  et  $H_u$ . Cependant, ces premiers résultats ne suffisent pas à identifier le rôle de chaque paramètre d'entrée. La détermination des indices de sensibilité va permettre de quantifier leurs contributions sur les sorties.

#### 4. Estimation des indices de sensibilité

Considérons un modèle mathématique sous la forme générale :

$$y = f(x_1, \dots, x_n) \quad (3)$$

où  $y \in \mathbb{R}$  représente la sortie du modèle (vitesse de propagation ou épaisseur du front),  $x_i \in \mathbb{R}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , les  $n$  paramètres inconnus. Les paramètres  $x_i$  sont considérés comme des variables aléatoires indépendantes. Dans [9], un indicateur de la sensibilité du paramètre  $x_i$  sur  $y$ , noté  $S_i$ , est défini par :

$$S_i = \frac{V(E(y|x_i))}{V(y)} \quad (4)$$

où  $V(E(y|x_i))$  représente la variance de l'espérance conditionnelle de  $y$  sachant  $x_i = x_i^*$  et  $V(y)$  la variance de  $y$ . La valeur de l'indice de sensibilité  $S_i$  est comprise entre 0 et 1. Plus sa valeur sera proche de 1, plus le paramètre  $x_i$  contribuera à la variance de  $y$ . Si le modèle (3) est non linéaire et non additif, l'interaction entre les différents paramètres va aussi influencer la variance de  $y$ . Dans ce cas, on préfère l'indice de sensibilité total  $S_{T_i}$ , défini par ([9]) :

$$S_{T_i} = 1 - \frac{V(E(y|x_{\sim i}))}{V(y)} \quad (5)$$

Le terme  $V(E(y|x_{\sim i}))$  représente la variance de l'espérance conditionnelle sachant tous les paramètres sauf  $x_i$ . Dans le cas où le modèle comporte seulement deux paramètres  $x_i$  et  $x_j$ , l'indice de sensibilité due à l'interaction de  $x_i$  et  $x_j$ , noté  $S_{ij}$ , est donné par ([9]) :

$$S_{ij} = S_{T_i} - S_i = S_{T_j} - S_j \quad (6)$$

Dans [9], (6) est étendue au cas où le modèle comporte plus de deux paramètres. Les indices de sensibilité présentés précédemment ne peuvent pas toujours être calculés de façon analytique lorsque la fonction  $f$  du modèle (3) n'est pas connue ou est complexe et que les paramètres sont nombreux. Par conséquent, il est nécessaire de pouvoir estimer ces indices. Pour cela, il existe différentes techniques dans la littérature [1, 2]. L'approche utilisée dans ce papier est basée sur la méthode de Monte Carlo [2]. On note  $x_i^k$  la  $k$ ème valeur du paramètre  $x_i$  issue de l'échantillon. L'estimée de la variance de  $y$ , notée  $\hat{V}(y)$ , est donnée par :

$$\hat{V}(y) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f^2(x_1^k, \dots, x_n^k) - \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_1^k, \dots, x_n^k) \right)^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f^2(x_1^k, \dots, x_n^k) - \hat{E}^2(y) \quad (7)$$

Dans [2], une estimation de la variance de  $y$  conditionnellement à  $x_i$  est proposée. Elle nécessite deux échantillons de taille  $N$  de chaque paramètre, afin de faire varier tous les paramètres sauf  $x_i$ . La  $k$ ème valeur du paramètre  $x_i$  issue de l'échantillon 1 est notée  $x_i^{k1}$  et celle issue de l'échantillon 2,  $x_i^{k2}$ . L'estimée de la variance de  $y$  conditionnellement à  $x_i$ ,  $\hat{V}_i$ , est donnée par :

$$\hat{V}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_1^{k1}, \dots, x_{i-1}^{k1}, x_i^{k1}, x_{i+1}^{k1}, \dots, x_n^{k1}) \cdot f(x_1^{k2}, \dots, x_{i-1}^{k2}, x_i^{k2}, x_{i+1}^{k2}, \dots, x_n^{k2}) - \hat{E}^2(y) \quad (8)$$

L'estimation de l'indice de sensibilité  $S_i$  est finalement obtenue par le rapport de (8) sur (7). Enfin, l'estimation de l'indice de sensibilité totale du paramètre  $x_i$  est donnée par :

$$\hat{S}_{Ti} = 1 - \frac{\hat{V}_{\sim i} - \hat{E}(y)}{\hat{V}(y)} \quad (9)$$

où  $\hat{V}_{\sim i}$  est l'estimation de la variance de  $y$  conditionnellement à tous les paramètres sauf  $x_i$ . Dans ce cas, tous les paramètres sont constants sauf  $x_i$  qui varie.  $\hat{V}_{\sim i}$  est donné par :

$$\hat{V}_{\sim i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_1^{k1}, \dots, x_{i-1}^{k1}, x_i^{k1}, x_{i+1}^{k1}, \dots, x_n^{k1}) \cdot f(x_1^{k1}, \dots, x_{i-1}^{k1}, x_i^{k2}, x_{i+1}^{k1}, \dots, x_n^{k1}) - \hat{E}^2(y) \quad (10)$$

## 5. Résultats

Les indices de sensibilité de  $\rho$  et  $H_{U1}$  sont calculés en utilisant (7), (8) et (9) avec des échantillons de taille  $N = 20\,000$ . Le tableau 1 récapitule les valeurs des indices de sensibilité marginaux et couplés de  $\rho$  et  $H_{U1}$ . En ce qui concerne la vitesse de propagation, les indices marginaux de  $\rho$  et  $H_{U1}$  sont quasi-identiques, indiquant que ces deux paramètres contribuent de la même façon. De plus, l'interaction de ces deux paramètres sur la vitesse de propagation est quasi-nulle ( $\leq 2\%$ ). Pour l'épaisseur du front, l'indice de sensibilité marginal de  $\rho$  est deux fois plus élevé que celui de  $H_{U1}$ , démontrant un rôle plus important de la charge de combustible au sol. L'interaction entre les deux paramètres d'entrée est également quasi-nulle.

Indices de sensibilité		Vitesse de propagation	Épaisseur du front
Effets marginaux	$S_{\rho}$	0.5054	0.6725
	$S_{H_{U1}}$	0.4802	0.3132
Effets couplés	$S_{\rho H_{U1}}$	0.0144	0.0143

Tableau 1 Bilan des indices de sensibilité calculés

La somme des indices marginaux de  $\rho$  et  $H_{U1}$  est proche de 1 ce qui démontre que le modèle de propagation étudié peut être qualifié de modèle additif.

## 6. Conclusion

Cette étude démontre que la charge de combustible  $\rho$  et l'humidité  $H_{U1}$  contribuent de la même façon dans la détermination de la vitesse de propagation. Néanmoins, en ce qui concerne l'épaisseur du front de flamme,  $\rho$  semble être deux fois plus influent que  $H_{U1}$ .

Ce papier met en évidence le rôle essentiel que joue la charge de combustible au sol dans le développement d'un feu de forêts. Ces résultats confirment ainsi l'importance de la prévention telle que l'écobuage ou le débroussaillage ayant pour but de diminuer cette charge au sol.

Les prochains travaux porteront sur une analyse de sensibilité complète de l'ensemble des paramètres du modèle, en prenant en compte les propriétés physiques du milieu. L'objectif sera de les classer en fonction de l'importance de leurs contributions sur la vitesse de propagation.

## Références

- [1] R.I. Cukier, R.I. Levine et K.E. Shuler. Nonlinear sensitivity analysis of multiparameter model systems. *J. Comput. Physics*, Vol. 26, pp. 1-42, 1978.

- [2] I.M. Sobol. Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models. *Math. Mod. and Comput. Exp.*, Vol. 1, pp. 407-414, 1993.
- [3] H.C. Frey et S.R. Patil. Identification and review of sensitivity analysis methods. *Risk analysis*, Vol. 22, pp. 553-578, 2002.
- [4] A. Saltelli, S. Tarantola, F. Campolongo et M. Ratto. Sensitivity analysis in practice. John Wiley and Sons, Chichester, 2004.
- [5] R. Salvador, J. Pinol, S. Tarantola and E. Pla. Global sensitivity analysis and scale effects of a fire propagation model used over Mediterranean shrublands. *Ecol. Model.*, Vol. 136, pp. 175-189, 2001.
- [6] R.E. Clark, A.S. Hope, S. Tarantola, D. Gatelli, P.E. Dennison and M.A. Moritz. Sensitivity analysis of a fire spread model in a chaparral landscape. *Fire Ecology*, Vol. 4, pp. 1-13, 2008.
- [7] J. Margerit and O. Séro-Guillaume. Modelling forest fires. Part II : Reduction to two-dimensional models and simulation of propagation. *Int. J. of Heat and Mass Trans.*, Vol. 45, pp. 1723-1737, 2002.
- [8] M.D. McKay, R.J. Beckman and W.J. Conover. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, Vol. 21, pp. 239-245, 1979.
- [9] A. Saltelli, M. Ratto, T. Andres, F. Campolongo, J. Cariboni, D. Gatelli, M. Saisana et S. Tarantola. Global sensitivity analysis, The Primer. John Wiley and Sons, 2008.

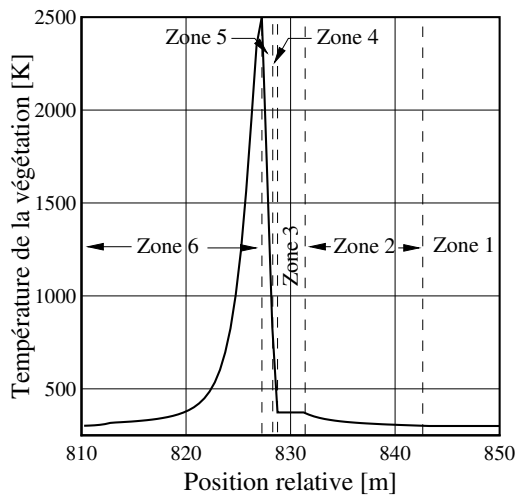


Figure 1 Évolution du champ de température à  $t = 50\,000\text{ s}$  pour  $\rho=2\text{ kg/m}^2$  et  $H_u=0.6$

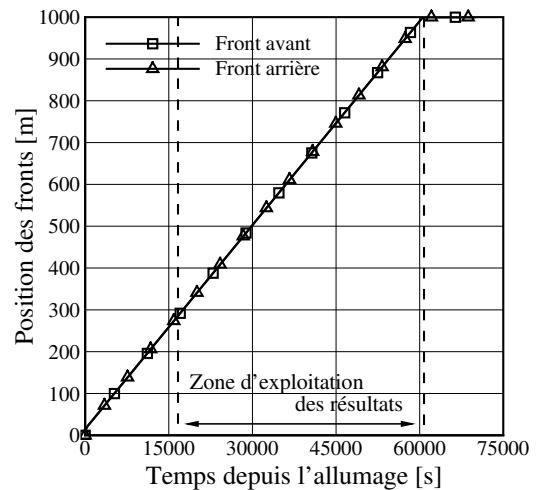


Figure 2 Positions des fronts de flamme au cours du temps pour  $\rho=2\text{ kg/m}^2$  et  $H_u=0.6$

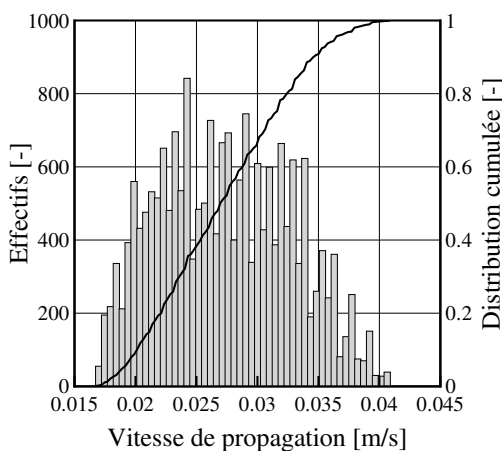


Figure 3 Bilan sur la vitesse de propagation

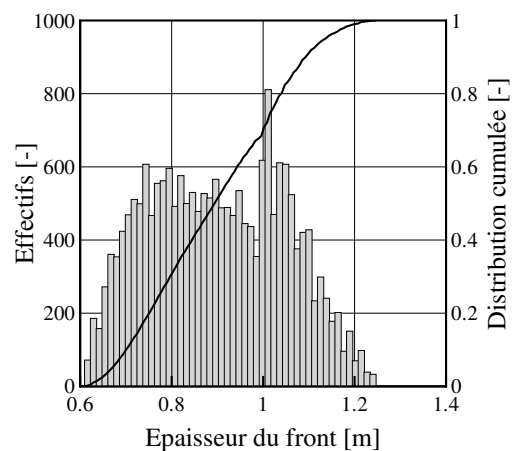


Figure 4 Bilan sur l'épaisseur du front