

# Influence de la condition aux limites thermiques sur un écoulement turbulent en canal plan bipériodique

Yannick Baux<sup>1,2</sup>, Adrien Toutant<sup>\*,1</sup>, Françoise Bataille<sup>1</sup>

<sup>1</sup> PROMES CNRS, Rambla de la thermodynamique, Tecnosud, 66100 Perpignan

<sup>2</sup> INSA Lyon, Département Génie Énergétique et Environnement, Domaine Scientifique de la DOUA, Bâtiment Sadi Carnot, 69621 Villeurbanne Cedex

\* auteur correspondant : [adrien.toutant@univ-perp.fr](mailto:adrien.toutant@univ-perp.fr)

**Résumé** - Cette étude concerne la Simulation des Grandes Échelles Thermiques (SGET). Elle vise à étudier l'influence de la condition aux limites thermique sur un écoulement turbulent dans la configuration académique d'un canal plan bi-périodique. Les SGET montrent que les profils de vitesse moyenne de l'écoulement dans le sens longitudinal, de vitesse transversale ainsi que leurs fluctuations ne sont pas modifiés par la condition aux limites de température imposée ou de flux imposé. Les profils de température et de vitesse moyenne perpendiculaire aux parois sont faiblement modifiés par la condition aux limites thermiques. On enregistre un gradient de température aux parois plus fort et donc un profil de température légèrement moins pentu au centre du canal sur la SGET à température imposée. En revanche, une grandeur varie fortement en fonction de la condition aux limites utilisée : les fluctuations de température. Bien que les profils se superposent en milieu de canal, ces fluctuations gardent le même ordre de grandeur en proche paroi si on impose le flux et tendent physiquement vers 0 si une température est imposée. Ce résultat est particulièrement important car ces fluctuations de température peuvent entraîner une dégradation thermique des parois du canal.

## Nomenclature

$C_p$	Capacité calorifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$		<i>Symboles grecs</i>
$h$	Demi hauteur du canal, $\approx 0,015m$		
$P'$	Pression dynamique corrigée, $Pa$	$\mathfrak{S}_j$	Flux de chaleur sous-maille, $m.K.s^{-1}$
$P_{th}$	Pression thermodynamique, $Pa$	$\lambda$	Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
$T$	Température, $K$	$\mu$	Viscosité dynamique moléculaire, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
$t$	Temps, $s$	$\mu_{sm}$	Viscosité dynamique sous-maille, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
$U_i$	ième composante de la vitesse, $m.s^{-1}$	$\rho$	Masse volumique, $kg.m^{-3}$
$U_\tau$	Vitesse de frottement, $m.s^{-1}$	$\tau_{ij}$	Tenseur sous-maille, $m^2.s^{-2}$
	$U_\tau = \sqrt{\frac{\mu}{\rho} \left. \frac{\partial U_1}{\partial y} \right _{paroi}}$		
$x_i$	ième coordonnée, $m$		<i>Indices et exposants</i>
	<i>Nombre sans dimension</i>	$\tilde{X}$	Grandeur filtrée (au sens moyenne Favre)
$Re_\tau$	Nombre de Reynolds pariétal	$\bar{X}$	Grandeur filtrée (au sens moyenne Reynolds)
	$Re_\tau = (U_\tau h \rho) / (\mu)$	$X^+$	Grandeur adimensionnée

## 1. Introduction

De nombreuses applications industrielles s'appuient sur un couplage entre transfert de chaleur et mécanique des fluides (centrales nucléaires, centrales solaires, échangeurs thermiques, etc). Afin d'optimiser ces systèmes, il est important d'étudier avec précision les interdépendances entre ces deux phénomènes physiques. Cette étude entre dans le cadre du projet RS-PEGASE (Récepteur solaire - Production of Electricity using GAs turbine and Solar Energy) développé au laboratoire PROMES (UPR 8521 Perpignan-Odeillo). L'objectif de ce projet est d'optimiser le récepteur solaire d'une centrale à tour [6]. Dans cet article, nous étudions le couplage entre la thermique et la dynamique avec un modèle numérique. Parmi

les paramètres importants des simulations numériques, nous retrouvons notamment le choix des conditions aux limites. Nous nous proposons donc d'étudier l'influence de la condition aux limites thermique sur un écoulement turbulent en canal plan. En effet, la configuration de canal plan bipériodique a été largement étudiée avec une condition aux limites thermique de température imposée mais la condition de flux imposé, plus proche de la réalité de ce récepteur, reste encore peu voire pas étudiée.

Nous présenterons d'abord la configuration physique du système, puis les paramètres numériques utilisés. Une fois le problème posé, nous étudierons la dépendance des propriétés de l'écoulement en fonction de la condition aux limites thermique utilisée.

## 2. Géométrie Étudiée

Nous considérons dans la présente étude un écoulement turbulent d'air dans un canal plan horizontal constitué de deux plaques planes parallèles (voir figure 1). On appelle  $h$  la demi distance entre ces deux plaques. Elle sera fixée à  $h = 15mm$ . C'est en fonction de ce paramètre que sont définies les dimensions des plaques :  $2\pi h = 94mm$  selon  $x$  et  $\pi h = 47mm$  selon  $z$ . Ces dimensions ont été choisies afin d'assurer la décorrélation entre les variables des deux frontières dans la direction transverse et de permettre le développement des structures turbulentes dans le sens longitudinal [1, 2]. Dans la suite de cet article, nous utiliserons les conventions données par la figure 1. Le fluide circule suivant la direction longitudinale du canal (axe  $x$ ). Le canal est périodique suivant les directions longitudinale (axe  $x$ ) et transverse (axe  $z$ ). Cette configuration géométrique est couramment utilisée dans les études numériques et nous permettra ainsi de comparer certains de nos résultats avec ceux d'études antérieures.

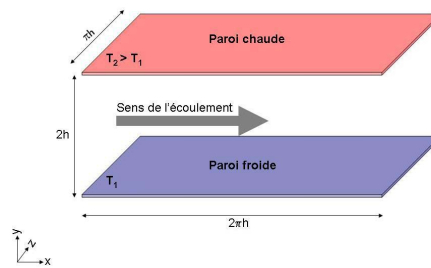


Figure 1 – Configuration du canal plan turbulent.

Le débit de l'écoulement  $\dot{m} = 5,5g/s$  a été imposé afin de converger vers un nombre de Reynolds de frottement égal à  $Re_\tau = 180$ , soit un nombre de Reynolds moyen de  $Re = 2550$ , caractéristique d'un écoulement faiblement turbulent.

## 3. Paramètres Numériques

### 3.1. Maillage

Afin de faciliter les comparaisons avec des études antérieures, nous reprenons le maillage des travaux de Husson (2007) [7, 8] et Serra (2009) [9, 10]. Pour un  $Re_\tau = 180$ , le maillage comprend  $33 \times 66 \times 39$  nœuds. Le maillage est régulier dans les directions longitudinale ( $x$ ) et transverse ( $z$ ). Dans la direction normale aux parois ( $y$ ), nous avons utilisé un maillage irrégulier, raffiné en proche paroi, afin de pouvoir utiliser une condition de non-glissement tout en limitant le nombre de mailles. Il est déterminé par une transformation en tangente hyperbolique :  $y_k = L_y \left( 1 + \frac{1}{a} \tanh \left[ \left( -1 + \frac{k-1}{N_y-1} \right) a \tanh(a) \right] \right)$ ,  $k \in [1, N_y]$ .

### 3.2. Équations

La résolution des équations de Navier-Stokes dans le cas général est très complexe. Pour simplifier le problème, nous admettons les hypothèses suivantes :

- l'air est un *fluide Newtonien* vérifiant la *loi des gaz parfait*  $P/\rho = rT$  ;
- le fluide est *quasi-compressible* sous l'hypothèse de *faibles nombres de Mach*  $Ma < 0,3$ ;  $P = P_{dynamique} + P_{thermo}$  ;
- les propriétés du fluide (la masse volumique  $\rho$ , la conductivité thermique  $\lambda$  et la viscosité dynamique  $\mu$ ) dépendent uniquement de la température.

Pour la modélisation du système, nous utilisons une approche de Simulations des Grandes Échelles (ou LES pour *Large Eddy Simulation*). Comme son nom l'indique, la SGE simule les grandes échelles alors que les petites échelles sont modélisées. Cette approche est moins gourmande en temps de calcul qu'une simulation directe (SND) tout en restant relativement précise. Mathématiquement, la séparation d'échelles de la SGE s'effectue au moyen d'un filtre passe-bas en fréquence (passe-haut en échelles). En introduisant ensuite la *moyenne de Favre* telle que  $\tilde{\Phi} = \frac{\overline{\rho\Phi}}{\bar{\rho}}$  où  $\Phi$  est une grandeur filtrée (moyennée sur un volume), nous obtenons le système d'équations suivant (éqs 1 à 5) :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{U}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{U}_i \tilde{U}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}'}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \bar{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \bar{\mu} \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \bar{\rho} \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$C_p \left( \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{T})}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{U}_j \tilde{T})}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \bar{P}_{thermo}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{\lambda} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \bar{\rho} C_p \mathfrak{S}_j}{\partial x_j} \quad (3)$$

$$\bar{P}_{thermo} = \bar{\rho} R \tilde{T} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{P}_{thermo}}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

Dans ce système d'équations,  $\rho$  est la masse volumique,  $U_i$  sont les composantes de la vitesse,  $T$  est la température,  $t$  représente le temps,  $x_i$  sont les coordonnées,  $\lambda$  et  $\mu$  sont la conductivité thermique et la viscosité dynamique,  $C_p$  est la capacité calorifique à pression constante,  $P'$  est la pression dynamique et  $P_{thermo}$  est la pression thermodynamique.

L'opération de filtrage fait apparaître deux termes inconnus dans le système d'équations : le tenseur sous-maille  $\tau_{ij}$ , et le flux de chaleur sous-maille  $\mathfrak{S}_j$ . Nous choisissons de décrire les deux termes inconnus de la turbulence par les paramètres que sont la viscosité sous-maille et la diffusivité sous-maille. En utilisant les hypothèses de Boussinesq, nous pouvons écrire :

$$\tau_{ij} - \frac{2}{3} \tau_{ij} \delta_{ij} = \nu_t \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} \quad \text{et} \quad \mathfrak{S}_j = \kappa_{sm} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \quad (6)$$

Sous ces hypothèses, le choix des modèles de viscosité (pour la dynamique) et diffusivité (pour la thermique) sous-mailles sont des paramètres particulièrement importants. Des études ont été menées à ce sujet [5] et leurs conclusions sont réutilisées dans ce travail.

**Le modèle à nombre de Prandtl turbulent constant** sera choisi pour représenter la diffusivité sous-maille. D'après les travaux de Serra [9, 10], il semblerait que pour un ratio de température modéré (nous ne dépassons pas un facteur 2 entre la paroi froide et la paroi chaude), le modèle à *nombre de Prandtl turbulent constant* donne des résultats tout à fait satisfaisants avec un coût en temps de calcul inférieur au modèle à *nombre de Prandtl turbulent dynamique*.

**Le modèle WALE** (*Wall Adapting Local Eddy* [3]) sera utilisé pour modéliser la viscosité sous-maille relative à la vitesse. Les études précédentes ont montré les améliorations apportées par ce modèle par rapport au modèle de Smagorinsky dans les cas tests de turbulence isotrope et d'un écoulement en canal (*ce qui correspond à notre configuration*) : la viscosité sous-maille s'annule à la paroi en suivant la loi désirée ( $y^3$ ) et le modèle est capable de simuler les régimes de transition.

### 3.3. Schémas Numériques

Un autre paramètre important et susceptible d'influer sur les résultats est le choix des schémas numériques. Sur ce point nous reprendrons les résultats de Chatelain et al. [4]. Ces schémas doivent être choisis pour chaque dérivée des équations de bases (éqs. (1) à (5)). Les conclusions des travaux précédents sont décrits dans le tableau 1.

Tableau 1 – Schémas numériques

Temps	Espace			
	Hydraulique		Thermique	
	Convection	Diffusion	Convection	Diffusion
Runge-Kutta ordre 3	Centré	Centré	QUICK	Centré

Brillant et al. [5] a montré que, parmi les schémas proposés dans Trio\_U, dans la présente configuration le schéma Runge-Kutta est le plus précis et le plus stable. L'intégration temporelle est ainsi réalisée avec un schéma Runge-Kutta d'ordre 3. En ce qui concerne l'intégration spatiale, nous avons utilisé pour la vitesse un schéma de convection centré d'ordre 2 car il est peu dissipatif. Un ordre plus élevé aurait été plus précis mais plus coûteux. De plus, de précédents travaux ont montré que l'utilisation d'un schéma d'ordre 2 permet d'obtenir des résultats satisfaisants [5]. Pour la température, nous nous sommes basés sur les conclusions de l'étude menée par Châtelain et al. [4] sur les schémas numériques en SGE thermique. L'auteur préconise l'emploi d'un schéma de type QUICK d'ordre 3 pour la température.

## 4. Comparaison entre températures et flux imposés aux parois

Dans la littérature, nous retrouvons quelques études se rapprochant de notre configuration. Cependant, dans la majorité d'entre-elles, la condition aux limites thermique utilisée est une condition de température imposée. Or, comme nous l'avons remarqué précédemment, la condition aux limites thermique de flux imposé est plus proche de la réalité pour le récepteur solaire. Le but de ce travail est donc d'étudier l'influence des conditions aux limites thermiques et notamment la condition de flux imposé aux parois. Il est important dans le cadre de cette étude de faire converger les simulations vers un état similaire afin de faciliter les comparaisons. Notre cheminement fut le suivant :

1. Les flux aux parois du canal à températures imposées ont tout d'abord été enregistrés.
2. Pour atteindre un régime convergé à flux imposés, il est impératif d'imposer des valeurs égales et opposées en signe aux deux parois afin que l'énergie globale du système se conserve (l'état du système ne doit statistiquement plus évoluer à la convergence). La moyenne des flux précédemment postraités a donc été utilisée comme valeur de flux à imposer.
3. Cependant, il est difficile de prévoir les températures convergées des parois à flux imposés, car l'état du système évolue beaucoup pendant les premières secondes de temps simulés.
4. Les températures convergées des parois à flux imposés ont donc été réutilisées pour effectuer une simulation à températures imposées avec ces valeurs comme référence. L'égalité des températures de paroi des deux simulations est maintenant assurée. En pratique, cela a conduit à une température de paroi froide de  $355K$  et une température de paroi chaude de  $635K$ .

Les résultats de ces simulations sont présentés sur les figures 2. Les grandeurs sont tracées en fonction de  $y^+ = y \frac{\rho u \tau}{\mu}$ .

Nous pouvons remarquer que pour la vitesse longitudinale ( $U$ ) ainsi que pour les fluctuations turbulentes, les deux conditions aux limites donnent des résultats identiques. Le profil moyen de l'écoulement dans le sens longitudinal n'est donc pas modifié par la condition aux limites de température imposée ou de flux imposé. Il en est de même pour le profil de fluctuations de vitesse transversale qui est identique dans les deux cas.

Par contre, les autres grandeurs n'évoluent pas de la même manière que l'on soit à température ou à flux imposé. Premièrement, au niveau du profil de température, le gradient aux parois est plus fort et donc la courbe est plus aplatie en milieu de canal à température imposée par rapport au profil à flux imposé.

Puisque la vitesse moyenne perpendiculaire aux parois ( $V$ ) dépend directement du profil de température, elle est aussi modifiée. Elle est inférieure en valeur absolue sur les simulations à flux imposé. Ceci est dû essentiellement au fait que le gradient de température aux parois est plus fort à température imposée, la masse volumique varie donc plus intensément, d'où une vitesse moyenne perpendiculaire aux parois plus élevée. Les profils des fluctuations sur la vitesse perpendiculaire aux parois sont proches. On peut noter qu'à flux imposé, ces fluctuations sont à peine plus fortes sur la paroi chaude et un peu plus faible sur la paroi froide par rapport à la simulation à températures imposées.

Le résultat le plus important est la comparaison des profils de fluctuations de température. Alors qu'à températures imposées, les fluctuations de température tendaient vers 0 aux parois, ce n'est pas le cas sur la simulation à flux imposés. Bien que les profils se superposent en milieu de canal, en proche paroi les fluctuations gardent le même ordre de grandeur si on impose le flux et tendent physiquement vers 0 si une température est imposée.

Sachant que la condition de flux imposé est plus conforme à la réalité du récepteur solaire que celle de température imposée aux parois, ce résultat est donc particulièrement intéressant car ces fluctuations de température pourraient dégrader les parois du canal, et à terme endommager le récepteur. Il s'agit donc d'un paramètre qu'il est nécessaire de bien étudier et quantifier.

## 5. Conclusion

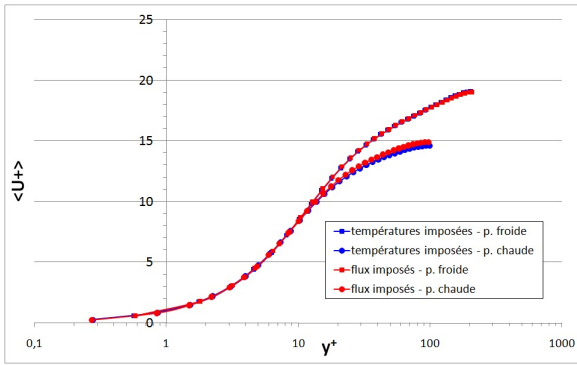
Dans cette article, nous avons étudié la sensibilité d'un écoulement turbulent aux conditions aux limites thermiques (température imposée ou flux imposé). Les résultats montrent que la condition de flux imposé, plus proche de la réalité d'un récepteur solaire, ne modifie ni le profil de la vitesse longitudinale moyenne, ni celui de la vitesse moyenne transversale. Il modifie par contre sensiblement le profil de température et par dépendance celui de la vitesse moyenne perpendiculaire aux parois. Un des résultats les plus importants de notre étude est l'évolution des fluctuations de températures en proche paroi. Alors que ces fluctuations tendent logiquement vers 0 sur les simulations à température imposée, elles conservent leurs ordres de grandeurs pour celles à flux imposé. Ce résultat doit être pris en compte dans les phénomènes de dégradation thermique de la paroi du récepteur.

Cette étude sur la condition aux limites de flux imposé sera poursuivie dans le futur et nous chercherons en particulier à quantifier l'intensité des fluctuations de température en fonction du flux imposé ou de l'intensité turbulente imposée.

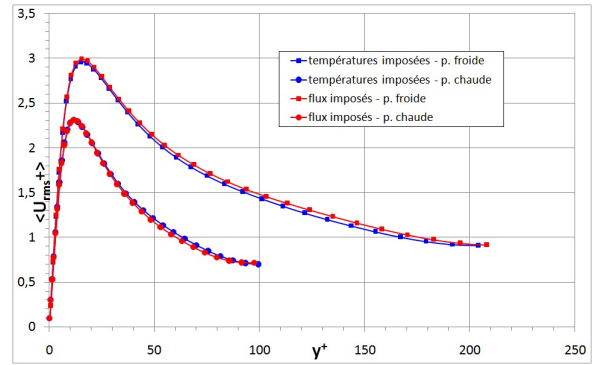
## Références

- [1] Moin, P. et Kim, J., *Numerical investigation of turbulent channel flow*, in *Journal of Fluid Mechanics*, 118, pp. 341-377, [1982].
- [2] Jimenez, J. et Moin, P., *The minimal flow unit in near-wall turbulence*, *Journal of Fluid Mechanics*, 225, pp. 213-240, [1991].
- [3] Nicoud, F. et Ducros, F., *Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor*, in *Flow, Turbulence and Combustion*, 62, pp. 183-200, [1999].
- [4] A. Châtelain, F. Ducros et O. Métais, *LES of turbulent heat transfer : proper convection numerical schemes for temperature transport*. In *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 44,9,pp. 1017-1044, [2004].
- [5] Guillaume Brilliant, Sabine Husson & Françoise Bataille, *Subgrid-scale diffusivity : wall behaviour and dynamic methods*, in *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 73, n°3, p. 360-367, [2006].
- [6] M. Vrina et A. Ferriere, *Development of high temperature air solar receiver based on compact heat exchanger technology*, in *14th Solar Paces International Symposium, Las Vega*, [2008].

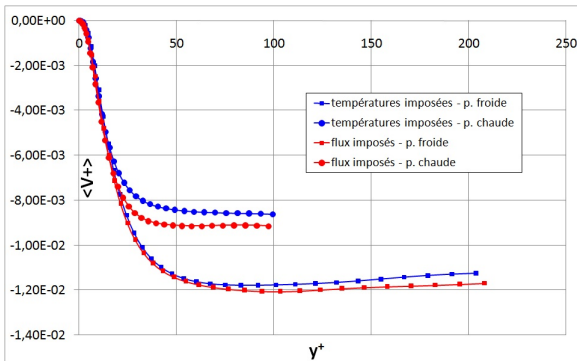
- [7] Sylvain Serra, Sabine Husson & Françoise Bataille, *Interaction Between a Turbulent Flow and Heat Transfers in High Temperature Solar Receiver*, in *14th International Solar Paces Concentrating Solar Power Symposium*, 8 p., Las Vega, Nevada, [avril 2008].
- [8] Guillaume Brilliant, Sabine Husson, Françoise Bataille & Frederic Ducros, *Study of the blowing impact on a hot turbulent boundary layer using Thermal Large Eddy Simulation*, in *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 51, Issues 7-8, pp. 1996-2005, [2008].
- [9] Sylvain Serra, Adrien Toutant & Françoise Bataille, *Physical mechanisms of high and transverse temperature gradient effects on solar receiver performances*, in *6th International Symposium on turbulence, Heat and Mass transfer*, 10 p., Rome, Italie, [2009].
- [10] Sylvain Serra, Adrien Toutant & Françoise Bataille, *Etude de la modélisation thermique d'un écoulement turbulent soumis à un fort gradient de température avec la Simulation des Grandes Echelles Thermique*, in *Congrès Français de Thermique*, 6 p., Vannes, [mai 2009].



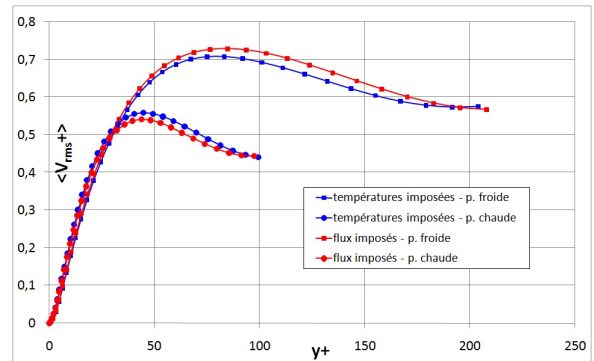
(a) Vitesse longitudinale



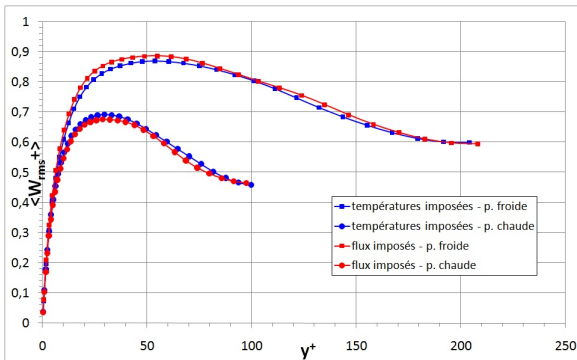
(b) Fluctuations de la vitesse longitudinale



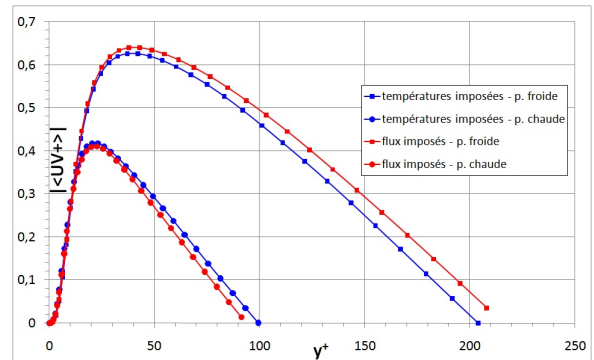
(c) Vitesse perpendiculaire aux parois



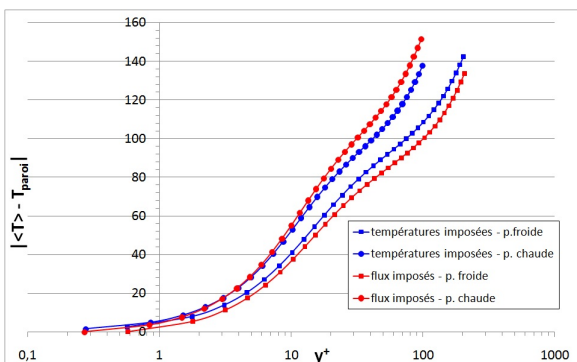
(d) Fluctuations de la vitesse  $\perp$  aux parois



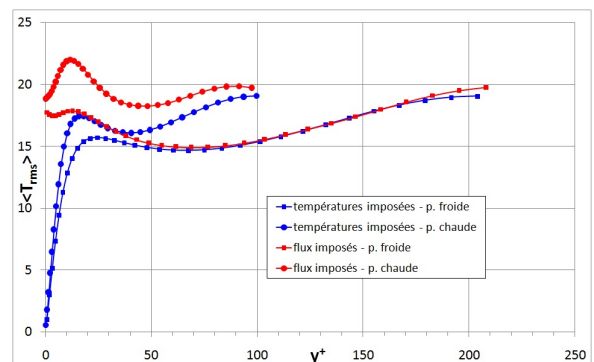
(e) Fluctuations de la vitesse transversale



(f) Corrélation vitesse longitudinale - vitesse  $\perp$  aux parois



(g) Température



(h) Fluctuations de la température

Figure 2 – Comparaison des résultats des simulations à températures imposées et à flux imposés.