

# Nouveau modèle numérique de traitement du contact thermique par la méthode de gaz sur réseaux

Elalami SEMMA<sup>1</sup>, Soumia ADDAKIRI<sup>1,2,\*</sup>, Mohammed EL GANAOU<sup>2</sup>, Bernard PATEYRON<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université Hassan I, laboratoire de mécanique, FST de Settat B.P. 577, Settat, Maroc

<sup>2</sup> Université de Limoges/CNRS, SPCTS, 6638, 123, Albert-Thomas, 87000 Limoges, France

\*(auteur correspondant : [soumia\\_a@yahoo.com](mailto:soumia_a@yahoo.com))

## Résumé

Dans le présent papier on se propose d'établir un nouveau modèle bidimensionnel de traitement du contact thermique par la méthode de gaz sur réseaux (lattice Boltzmann). Ce modèle basé sur la modélisation du contact à l'interface entre deux milieux juxtaposés par la méthode des images des particules (IP) est validé analytiquement par comparaison avec des calculs bidimensionnels. Ce modèle permet d'étendre les résultats existants à la modélisation et la simulation du contact en régime transitoire.

## Nomenclature

$c_s$	vitesse du son sur réseau lattice, $ms^{-1}$	<i>Symboles grecs</i>	
$f$	fonction de distribution	$\tau$	temps de relaxation
$f^{eq}$	fonction de distribution à l'équilibre	$\delta t$	pas de temps
$q$	flux de chaleur, $W$	$\Delta x$	constante du réseau
$R_c$	résistance thermique de contact, $m^2.K/W$	$\Omega$	opérateur de collision
$t$	temps, $s$	$\nu$	viscosité cinématique, $m^2/s$
$T$	température, $K$	$\rho$	densité de masse, $kg/m^3$
$u$	vitesse, $ms^{-1}$	$\alpha_i$	conductivité thermique du milieu $i$ , $W.m^{-1}.K^{-1}$
$W$	coefficient de pondération		

## 1. Introduction

Dans plusieurs processus industriels, un splat chaud en phase liquide est mis en contact avec un substrat froid. Lors du processus de solidification du splat, le contact des deux corps n'est jamais parfait et présente des irrégularités [1-2]. Par conséquent, le flux thermique entre les deux corps sera transmis par conduction à travers les microcontacts solide/solide qui ne dépassent dans la pratique que quelques pourcentages [3-5]. Le flux thermique aura une tendance à passer à travers les contacts solide/solide. Plusieurs travaux analytiques, numériques et expérimentaux ont été effectués pour évaluer le saut de température sur l'interface de contact et modéliser par conséquent la résistance de contact [6-9]. L'ensemble des études numériques déjà citées ont utilisé des méthodes classiques pour tenir compte de la résistance de contact. Han *et al* ont utilisé la technique de réflexion partielle pour modéliser la résistance de contact par la méthode de lattice

Boltzmann [10]. Cette technique donne des résultats acceptables en régime stationnaire mais souffre d'imprécision en régime transitoire. Dans le présent travail, on modélise la résistance de contact par une nouvelle approche basée sur l'image des fonctions de distribution lors du passage d'un milieu à un autre.

Les résultats basés sur cette technique sont comparés avec la solution analytique et permettent de bien prédire le comportement thermique interfacial.

## 2. Modèle mathématique

### 2.1 Méthode de gaz sur réseau

La méthode de gaz sur réseau (ou lattice Boltzmann) repose sur une approche originaire d'une description microscopique de l'évolution de la fonction de distribution des particules selon l'équation classique de Boltzmann. La fonction de distribution d'une particule,  $f_i(x, t)$  est la probabilité de trouver une particule au site  $x$  à l'instant  $t$ , se mouvant dans une direction  $i$  à une vitesse  $e_i = \Delta x_i / \Delta t$ .

L'équation de lattice Boltzmann de la fonction de distribution d'une particule est donnée par :

$$\partial_t f_i(\mathbf{x}, t) + \mathbf{e}_i \cdot \nabla f_i(\mathbf{x}, t) = \Omega_i(f) \quad (1)$$

$\Omega_i(f)$  représente le taux de changement d'une particule après collision. En adoptant l'approximation simple de temps de relaxation BGK (Bhatnagar, Gross, Krook), nous obtenons la forme linéarisée de l'opérateur de collision :

$$\Omega_i(f) = \frac{1}{\tau} (f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)) \quad (2)$$

Où  $\tau$  est le temps de relaxation vers l'état d'équilibre, et  $f_i^{eq}(x, t)$  la fonction de distribution à l'équilibre. L'introduction de la formule de l'opérateur de collision dans l'équation (1), mène à l'équation de lattice BGK (modèle LBGK) :

$$\partial_t f_i(\mathbf{x}, t) + \mathbf{e}_i \cdot \nabla f_i(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\tau} (f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)) \quad (3)$$

L'intégration de cette équation par rapport au temps, donne lieu à la forme simplifiée de l'équation de lattice Boltzmann :

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \frac{\Delta t}{\tau} (f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)) \quad (4)$$

La méthode LB est ainsi complètement définie par le choix de la fonction de distribution à l'équilibre [6], qui est relative au modèle choisi. Pour le modèle carré FHP (Frisch, Hasslacher et Pomeau), dénoté par le modèle bidimensionnel à 9 vitesses discrètes D2Q9. La fonction de distribution à l'équilibre est explicitée sous la forme suivante :

$$f_i^{eq} = \omega_i \rho \left( 1 + 3 \frac{e_i \cdot u}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(e_i \cdot u)^2}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{u \cdot u}{c^4} \right) \quad (5)$$

Les quantités hydrodynamiques macroscopiques sont déterminées à travers les moments dans l'espace des phases :

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_i f_i(\mathbf{x}, t), \quad \rho\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_i \mathbf{e}_i f_i(\mathbf{x}, t) \quad (6)$$

## 2.2 Traitement du contact thermique par la méthode LBM

La résistance de contact [10] est définie comme suit :

$$R_c = \frac{\Delta T}{q} \quad (7)$$

Où :  $\Delta T = T_{i,1} - T_{i,2}$  est le gradient thermique à l'interface de contact.

$T_{i,1}$  et  $T_{i,2}$  représentent les température des deux cotés de l'interface et  $q$  le flux thermique à travers la surface de contact.

### 2.2.1. Modèle à réflexion partielle BBP

Ce modèle (Partial Bounce Back) consiste à déterminer les fonctions de distribution lors du passage d'un milieu à un autre en considérant une réflexion partielle de l'énergie de la particule sur l'interface de contact. Seulement une partie de l'énergie interne d'un nœud de frontière du corps  $I$  est permise de se propager à son nœud adjacent de frontière du corps  $2$  et la partie restante est rebondie de nouveau au nœud lui-même avec la direction opposée. Par exemple, si  $f_\alpha^{I,M_1}$  est la fonction de distribution interne d'énergie du nœud  $I$  de la frontière du corps  $I$  dans la direction  $\alpha$ , Si on note par  $\delta$  le paramètre de contrôle variant dans l'intervalle  $[0, 1]$ . Ainsi la quantité  $(1-\delta)f_\alpha^{I,M_1}$  est la quantité à couler au nœud  $J$  de la frontière du corps  $M$  et la quantité  $\delta f_\alpha^{I,M_1}$  est rebondie de nouveau au nœud  $I$  dans la direction  $\bar{\alpha}$ . Le choix de  $\delta$  est conçu de manière à ce que la résistance de contact soit représentée. La relation liant  $\delta$  et la résistance de contact (adimensionnelle par nœud lattice) est donnée par [10]:  $R_c = \frac{3\delta}{1-\delta}$ .

### 2.2.2. Nouveau Modèle image de particule IP

La détermination de la résistance de contact en fonction du paramètre  $\delta$  est basée sur l'hypothèse de stationnarité du transfert thermique au niveau de l'interface de contact ou un temps de relaxation unitaire. Afin de tenir compte du régime transitoire pour une large gamme du temps de relaxation, nous supposons que les deux frontières en contact sont juxtaposées et leurs fonctions de distribution en phase de propagation sont proportionnelles. Le coefficient de proportionnalité est indépendant de la direction de propagation (hypothèse d'isotropie) mais juste du milieu considéré. La figure 1 représente les fonctions de distributions des deux cotés de l'interface. Dans le cas isotrope, les fonctions de distribution et leurs images sont liées par la relation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} f_3^{e1} \\ f_6^{e1} \\ f_7^{e1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{pmatrix} f_3^{e2} \\ f_6^{e2} \\ f_7^{e2} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} f_1^{e2} \\ f_5^{e2} \\ f_8^{e2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} f_1^{e1} \\ f_5^{e1} \\ f_8^{e1} \end{pmatrix} \quad (8)$$

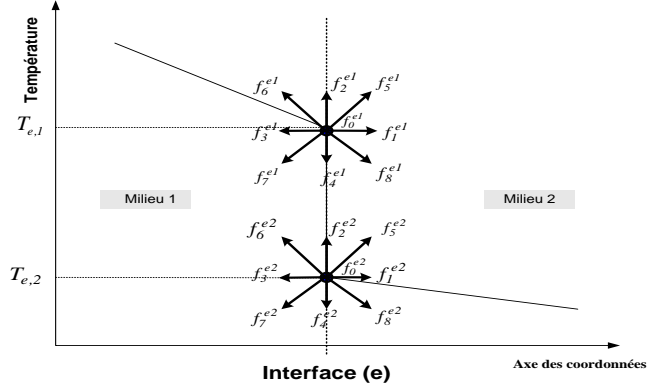


Figure 1 : Schéma de configuration du nouveau modèle

Le modèle consiste donc à calculer les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  en considérant les deux relations de passage à l'interface :

$$\text{Conservation de flux} \quad q = q_{e_1} = q_{e_2} \quad (9)$$

$$\text{Saut de température} \quad R_C = \frac{\Delta T}{q} \quad (10)$$

### 3. Résultats et Discussion

Dans ce papier on s'intéresse spécialement à la validité du modèle *IP* et sa capacité à traiter avec une précision acceptable la résistance de contact en régime transitoire. Pour cela, on considère le cas d'un matériau bicouche en contact imparfait. Les deux couches sont portées à deux températures différentes initiales. L'interface de contact est localisée au point  $x=0$ . La solution analytique de ce problème, régissant le régime transitoire au temps court, est donnée par [9] :

$$T_1(y, t) = T_{10} + \frac{A}{B} \left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2} \frac{x}{\sqrt{\alpha_1 t}}\right) - \exp\left(\frac{x B}{\sqrt{\alpha_1}} + B^2 t\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2} \frac{x}{\sqrt{\alpha_1 t}} + B \sqrt{t}\right) \right] \quad (11)$$

$$T_2(y, t) = T_{20} + \frac{C}{B} \left[ \operatorname{erfc}\left(-\frac{1}{2} \frac{x}{\sqrt{\alpha_2 t}}\right) - \exp\left(-\frac{x B}{\sqrt{\alpha_2}} + B^2 t\right) \operatorname{erfc}\left(-\frac{1}{2} \frac{x}{\sqrt{\alpha_2 t}} + B \sqrt{t}\right) \right] \quad (12)$$

$$\text{avec:} \quad A = \frac{-T_e \sqrt{\alpha_1}}{k_1 R C}, \quad C = \frac{\sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} T_e \sqrt{\alpha_1}}{k_2 T C R}, \quad B = \left( \frac{k_2 \sqrt{\alpha_1} + k_1 \sqrt{\alpha_2}}{k_2 k_1 T C R} \right)$$

$T_e = T_{10} - T_{20}$ , où  $T_{10}$  et  $T_{20}$  sont les températures initiales respectivement dans la 1<sup>ère</sup> et la 2<sup>ème</sup> couche. Afin d'effectuer une comparaison entre les résultats issus des deux modèles, nous considérons les variables sous forme adimensionnelle. Les deux couches sont portées respectivement aux températures  $T_{10}=1$  et  $T_{20}=0$ . Les deux matériaux sont de même nature. Ainsi,  $\tau_1 = \tau_2 = \tau$  et par conséquent les coefficients de diffusion adimensionnels :  $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{3}(\tau - 1/2)$ .

L'étude comparative est portée sur une large gamme de temps de relaxation allant de 0.55 à 1. La figure 2 présente la distribution de la température dans l'espace à l'instant  $t=10000$  lu pour  $\tau = 1$  et  $R_C^l = 1000$ , les deux modèles

donnent le même comportement thermique avec une bonne précision en comparaison avec la solution analytique. Les résultats générés par le modèle *BBP* pour  $\tau = 1$  sont expliqués par les hypothèses de base adoptées par Han *et al* [10] et qui supposent :  $f_2 = f_4 = f_2^{eq} = \frac{1}{6} T$ .

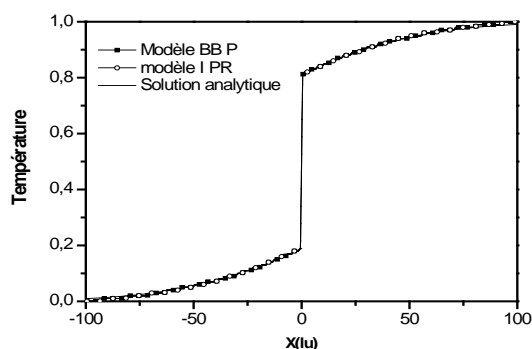


Figure 2 : Distribution de la température dans l'espace ( $\tau = 1$ ,  $t = 10000 \text{ lu}$ ,  $R_C^l = 1000$ )

Cette condition n'est vérifiée que pour les régimes permanents ou un temps de relaxation égal à 1. La figure 3 présente le profil de la température à l'instant  $t=5000 \text{ lu}$  pour  $\tau = 0,8$ ,  $R_C^l = 1000$ . Le modèle *BBP* ne produit plus un profil proche à la solution analytique. Ceci peut être expliqué par le fait que lorsque le temps de relaxation s'éloigne de la valeur 1, le modèle devient loin des hypothèses adoptées en régime transitoire et la sous estimation de ces deux fonctions  $f_2$  et  $f_4$  introduit des imprécisions au niveau du calcul pas seulement du gradient thermique sur l'interface mais aussi la distribution de la température dans les deux corps et justifie par conséquent la différence entre les résultats numériques et le modèle analytique.

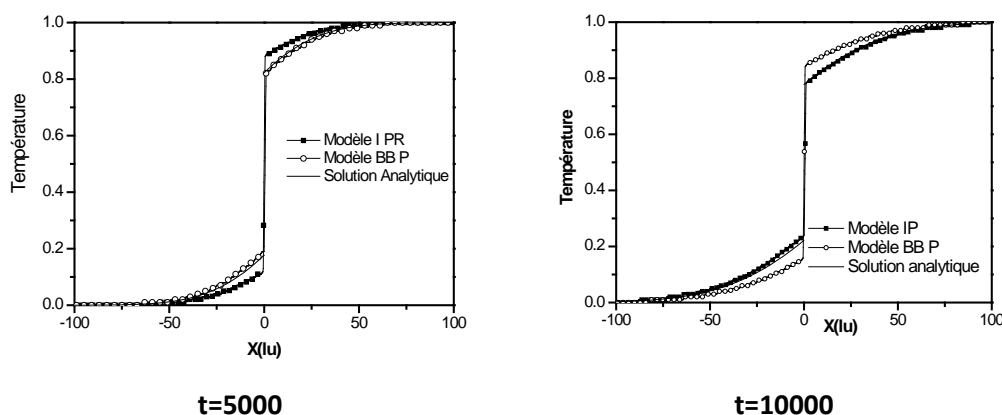


Figure 3. Distribution de la température dans l'espace ( $\tau = 0,8$ ,  $R_C^l = 1000$ )

## 4. Conclusion

Ce travail présente l'élaboration d'un nouveau modèle permettant la modélisation de la résistance thermique de contact par la méthode de Lattice Boltzmann. Les résultats numériques montrent la capacité du présent modèle de décrire avec précision les phénomènes de contact imparfait. Le modèle est à présent en cours d'extension pour étudier la cinétique couplée de changement de phase solide/liquide et contact imparfait.

## Références

- [1] A. Grimaud, M. Bouneder, S. Menecier, M. El Ganaoui, Faisabilité d'une méthode d'évaluation de la résistance thermique de contact entre une lamelle céramique écrasée sur un substrat métallique, *Mécanique & Industries* 8, 71-75 (2007).
- [2] F. Gitzhofer, Induction plasma synthesis of ultra fine SiC. *Pure & Appl. Chem.*, Vol. 68 (1996), 1113-1120.
- [3] Shen, G., S.L. Semiatin, E. Kropp and T. Altan, 1992. A technique to compensate for temperature history effect in the simulation of non-isothermal forging processes. *J. Mater. Process Technol.*, 33 (1-2): 125-140.
- [4] Degiovanni, A., A.S. Lamine and C.H. Moyne, 1992. Thermal contact in transient state-a new model and two experiments. *J. Thermophys. Heat Transfer*. 6 (2): 356-363.
- [5] Jurkowski, T., Y. Jarny and D. Delaunay, 1992. Simultaneous identification of thermal conductivity and thermal contact resistance without internal temperature measurements. *Proceedings of the 3rd UK Conference on Heat Transfer*, Birmingham.
- [6] Amara, V. Timchenko, M. EL Ganaoui, E. Leonardi and G. de Vahl Davis, a 3D computational model of heat transfer coupled to phase change in multilayer materials with random thermal contact resistance, *International Journal of thermal Sciences*, 48 (2009) 421-427.
- [7] Najib Laraqi, Abderahmane Bairi. New models of thermal resistance at the interface of solids connected by random disk contacts. *Comptes Rendus Mécanique*, Volume 330, Issue 1, 2002, Pages 39-43.
- [8] S. Ben Naoua, M. El Ganaoui, H. Sammouda, P. Fauchais, A Model for Rapid Solidification for Plasma Spraying. *Materials Science Forum (MSF) by Trans Tech Publications (TTP), Switzerland*, Vol. 553, 223 – 230, 2007.
- [9] H. Belghazi, M. El Ganaoui, J-C Labbe, analytical solution of unsteady heat diffusion within a porous copper layer deposited on alumina substrate and subjected to a moving laser beam, *Defect and Diffusion Forum*, Vols. 273-276 (2008) pp 52-57.
- [10] K. Han, Y.T. Feng and D.R.J. Owen, Modelling of thermal contact resistance within the framework of the thermal lattice Boltzmann method, *International Journal of Thermal Sciences* 47 (2008) 1276–1283.