

# Transferts de quantité de mouvement et de chaleur dans des bains multiphasiques-Adimensionnement

Christophe JOURNEAU<sup>1\*</sup>, Jean-François HAQUET<sup>1</sup>, Nayiri KHATCHERESSIAN<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>CEA, DEN, STRI/LMA, Cadarache, 13108 St Paul lez Durance

<sup>2</sup>Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, Campus Jarlard, 81013 Albi

\* (auteur correspondant : [christophe.journeau@cea.fr](mailto:christophe.journeau@cea.fr))

**Résumé** - La convection dans un bain de liquide traversé par un bullage de gaz (ou dans un bain constitué de deux liquides immiscibles) et soumis à une source de chaleur interne est le siège d'échanges convectifs causés par la génération de chaleur et les mouvements induits par l'écoulement de la phase dispersée. Les équations de bilan de quantité de mouvement et d'énergie peuvent être adimensionnalisées par rapports à des grandeurs caractéristiques des bulles (ou gouttes) qui dépendent des propriétés des phases continues et dispersées. Cette adimensionnalisation fait apparaître dans les équations de conservation les nombres de Morton et de Prandtl ainsi que le rapport des densités entre phases.

## Nomenclature

$C$	coefficient de trainée	<i>Exposants</i>	
$c_p$	capacité calorifique massique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	$\circ$	grandeur caractéristique
$d$	diamètre, $m$	<i>Indices</i>	
$g$	accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$	c	phase continue
$h$	enthalpie massique, $J.kg^{-1}$	d	phase dispersée
$L^\circ$	longueur caractéristique, $m$		
$Q$	puissance volumique interne, $W.m^{-3}$	<i>Nombres adimensionnés</i>	
$r$	rapport des densité (de la phase dispersé sur la phase continue)	$Ca$	nombre capillaire
$T$	température, $K$	$Ec$	nombre d'Eckert
$t$	temps, $s$	$Eo$	nombre d'Eötvös
$V$	vitesse, $m.s^{-1}$	$Fr$	nombre de Froude
<i>Symboles grecs</i>		$Mo$	nombre de Morton
$\lambda$	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$	$Pe$	nombre de Péclet
$\mu$	viscosité dynamique, $Pa.s$	$Pr$	nombre de Prandtl
$\rho$	masse volumique, $kg.m^{-3}$	$Re$	nombre de Reynolds
$\sigma$	tension superficielle/interfaciale, $N.m^{-1}$	$St$	nombre de Stanton
$\Phi$	puissance dissipative visqueuse, $W.m^{-3}$	$We$	nombre de Weber

## 1. Introduction

Un bain de liquide traversé par un bullage de gaz et soumis à une source de chaleur interne est le siège d'échanges convectifs causés par la génération de chaleur et les mouvements induits par l'écoulement de la phase dispersée. Une situation analogue se produit en présence de deux phases liquides immiscibles. Ces configurations peuvent par exemple se rencontrer dans des réacteurs chimiques tels que des colonnes à bulles [1] ou lors de l'étude de scénarios hypothétiques d'accidents graves de réacteurs nucléaires. Dans le cas hypothétique de la fusion du cœur et du percement de la cuve, un bain fondu à très haute température, dénommé *corium*, pourrait interagir avec le béton. Ce bain (Figure 1) serait traversé par les gaz de décomposition du béton. On peut considérer des configurations où le corium est composé d'une seule phase liquide [2] ou bien de deux liquides immiscibles [3]. Il est le siège d'une puissance thermique volumique due à la radioactivité résiduelle.

A partir d'expériences en matériaux simulants à basse température, des corrélations ont été réalisées pour corrélérer le taux de vide à la vitesse superficielle de gaz [4], [5], pour déterminer la transition entre configurations stratifiée et émulsionnée [3], [7], pour estimer les coefficients de transfert convectif de chaleur entre couches liquides [3], [8] ou entre une couche de liquide agitée par bullage et des parois solides [1], [9], [10]. Or ces corrélations ne font intervenir des grandeurs différentes - taux de vide, vitesse superficielle de gaz – et ne sont généralement pas adimensionnées ce qui rend difficile la transposition à d'autres configurations...

Pour ce faire, nous allons adimensionnaliser les équations de bilan de quantité de mouvement et d'énergie par rapport à des grandeurs caractéristiques des bulles (ou gouttes).

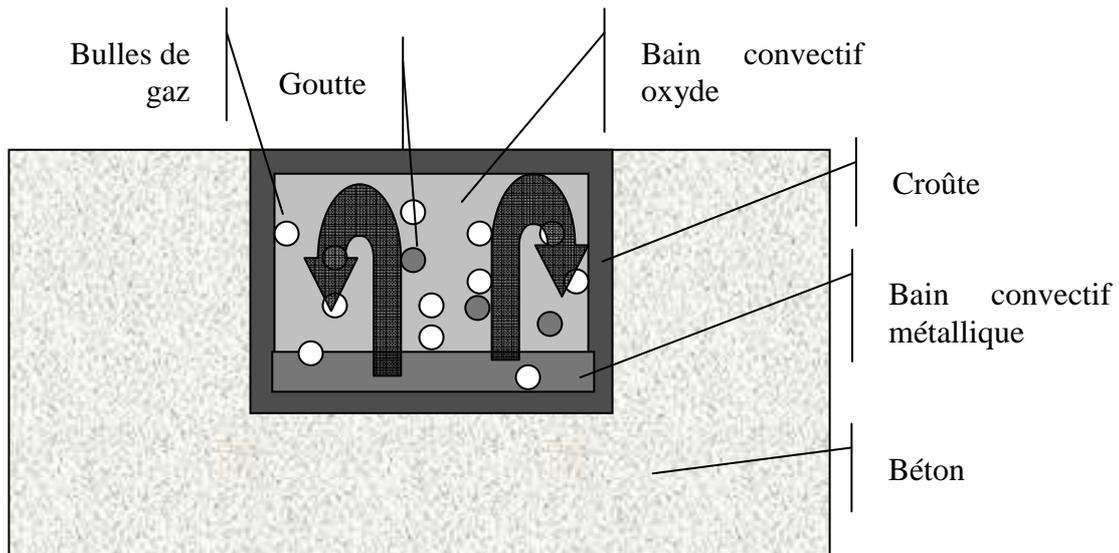


Figure 1 : représentation schématique d'un bain de corium interagissant avec le corium.

## 2. Adimensionnalisation des équations de bilan

### 2.1. Grandeurs caractéristiques

Afin de prendre en compte les interactions entre phase continue et phase dispersée, nous avons fait le choix de prendre comme grandeurs caractéristiques des grandeurs liées à l'interface entre la phase continue et la phase dispersée.

L'échelle de longueur que nous prenons est la taille caractéristique de la dispersion. Bien que la phase dispersée n'ait pas une taille uniforme, la taille et la vitesse de montée des bulles (gouttes) et les caractéristiques des fluides ne sont pas des variables indépendantes [11]. Par exemple, Mersmann [12] recommande d'utiliser comme taille caractéristique des bulles, le diamètre de Sauter moyen estimé par la corrélation :

$$d = 1,8 \sqrt{\frac{\sigma}{|\Delta\rho| \cdot g}} = 1,8 L^\circ \quad (1)$$

Nous prendrons comme grandeur caractéristique ce diamètre divisé par 1,8, pour simplifier les calculs.

La vitesse ascensionnelle terminale d'une bulle de diamètre  $d$  est donnée dans le cas d'un régime piloté par la gravité et l'instantanéité par :

$$v_d = \sqrt{\frac{4}{3C}} \cdot \sqrt{\frac{|\Delta\rho|}{\rho_c}} \cdot g \cdot d \quad (2)$$

Lorsque le nombre de Reynold de la goutte est compris entre 750 et  $10^5$  on a  $C=0.445$ . Le terme multiplicatif (1,7) est de l'ordre de 1 et sera négligé par la suite. Nous prendrons cette vitesse comme caractéristique de la phase dispersée.

Pour ce qui est de la phase continue, comme Rohsenow et Choi [13] ou Kutaladze et Malenkov [9], nous considérerons que les quantités de mouvement caractéristiques des deux phases sont du même ordre et prendrons donc pour vitesse caractéristique de la phase continue :

$$v_c^0 = \frac{\rho_d}{\rho_c} \sqrt{\frac{|\Delta\rho|}{\rho_c}} \cdot g \cdot d = \sqrt{r^2|1-r|} \cdot g \cdot d \quad (3)$$

Le temps caractéristique est défini comme le rapport de la longueur et de la distance caractéristique :

$$t^0 = \frac{L^0}{v_c^0} = \sqrt[4]{\frac{\sigma}{r^4|1-r|^3 g^3 \rho}} \quad (4)$$

## 2.2. Bilan de quantité de mouvement

Dans l'hypothèse d'une densité constante de la phase continue, les équations de bilan de masse et de quantité de mouvement de la phase continue donnent :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = \vec{g} - \frac{1}{\rho_c} \vec{\nabla} p + \nu (\nabla^2 \vec{v}) \quad (4)$$

Plusieurs choix de pression caractéristique sont envisageables [14]. Nous prendrons la pression caractéristique de l'interface entre les deux phases:

$$p^0 = \frac{\sigma}{L^0} = \sqrt{\sigma \cdot |\Delta\rho| \cdot g} \quad (5)$$

Après adimensionnement, l'équation (4) devient :

$$\frac{\partial \vec{v}^*}{\partial t^*} + (\vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^*) \vec{v}^* = \frac{1}{Fr} \vec{g}^* - \frac{1}{We} \vec{\nabla}^* p^* + \frac{1}{Re} (\nabla^{*2} \vec{v}^*) \quad (6)$$

Les trois nombres adimensionnés de Froude, Weber et Reynolds apparaissant dans l'équation (6) font intervenir la longueur caractéristique et la vitesse caractéristique. En les remplaçant par leurs expressions, on obtient :

$$Fr = \frac{v_c^0}{gL^0} = r^2|1-r| ; We = \frac{\rho_c L^0 v_c^{02}}{\sigma} = r^2 \quad (7a)$$

$$Re = \frac{\rho_c L^0 v_c^0}{\mu} = \frac{r}{(Mo)^{1/4}} ; Mo = \frac{\mu^4 g}{\rho \sigma^3} \cdot |1-r| \quad (7b)$$

$$(6) \text{ devient alors : } \frac{\partial \vec{v}^*}{\partial t^*} + (\vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^*) \vec{v}^* = \frac{1}{r^2|1-r|} \vec{g}^* - \frac{1}{r^2} \vec{\nabla}^* p^* + \frac{\sqrt[4]{Mo}}{r} (\nabla^{*2} \vec{v}^*) \quad (7c)$$

Le nombre de Morton est un nombre adimensionné ne dépendant que des propriétés du fluide (densité, tension de surface, viscosité) et indépendant de la vitesse ou de la taille caractéristique. On remarque donc que les termes de l'équation adimensionnée ne dépendent

que de deux nombres adimensionnés, le nombre de Morton et le rapport des densités des deux phases. Dans le cas d'un système à trois fluides (2 liquides immiscibles + 1 gaz), il faudrait en toute rigueur définir trois nombres de Morton, établis à partir de la tension de surface pour les systèmes liquide-gaz et de la tension interfaciale pour le système liquide-liquide, mais ces trois tensions d'interface sont liées entre elles.

Si les termes de viscosité et de pression étaient prédominants, il serait préférable de définir la vitesse caractéristique par :

$$v_c^\circ = r \frac{\sigma}{\mu_c} \quad (8)$$

L'équation (6) deviendrait alors :

$$\frac{\partial \vec{v}^*}{\partial t^*} + (\vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^*) \vec{v}^* = \frac{1}{r^2 \sqrt{Mo}} g^* - \frac{\sqrt{Mo}}{r^2} \vec{\nabla}^* p^* + \frac{\sqrt{Mo}}{r} (\nabla^{*2} \vec{v}^*) \quad (9)$$

L'équation adimensionnée (8) a une forme différente, mais ne dépend, comme précédemment, que du nombre de Morton et du rapport r des densités des phases dispersées et continues.

Si les termes de viscosité et d'inertie étaient prédominants, on prendrait comme vitesse caractéristique :

$$v_c^\circ = r \frac{\mu_c}{\rho_c L^\circ} \quad (10)$$

L'équation (6) deviendrait alors :

$$\frac{\partial \vec{v}^*}{\partial t^*} + (\vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^*) \vec{v}^* = r^{-2} |1-r|^{-1} Mo^{-1/2} g^* - r^{-2} Mo^{-1/2} \vec{\nabla}^* p^* + r (\nabla^{*2} \vec{v}^*) \quad (11)$$

On voit que l'adimensionnalisation n'est pas unique, mais dépend des hypothèses qui ont été choisies pour la vitesse caractéristique. Il convient donc de déterminer quels sont les termes prépondérants préalablement au choix de l'adimensionnalisation. Dans le cas de l'interaction corium-béton c'est la formulation des équations (7) qui est pertinente.

Les conditions aux limites doivent être considérées en fonction des grandeurs caractéristiques retenues. La longueur adimensionnée du bain (hauteur, diamètre...) est définie par le nombre d'Eötvös selon :

$$L^* = \frac{L}{L^\circ} = \sqrt{\frac{L^2 \cdot |\Delta\rho| \cdot g}{\sigma}} = \sqrt{|1-r| \frac{\rho_c \cdot g \cdot L^2}{\sigma}} = \sqrt{|1-r| \cdot Eo(L)} \quad (12)$$

De même la vitesse superficielle de gaz  $j_g$  s'adimensionnalise par rapport à la vitesse caractéristique en fonction d'un nombre capillaire ou d'un nombre de Froude :

$$J_g^* = \frac{j_g}{v^\circ} = \frac{j_g}{r \cdot \sqrt{\frac{|\Delta\rho|}{\rho} \cdot g \cdot L^\circ}} = \frac{Ca(j_g)}{r Mo^{1/4}} = \sqrt{\frac{Fr(j_g)}{|1-r|}} \quad (13)$$

### 2.3. Bilan d'énergie

L'équation de bilan de l'énergie s'écrit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} h = \frac{1}{\rho_c} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{\rho_c} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} p + \frac{Q + \Phi}{\rho_c} + \left( \frac{\lambda_c}{\rho_c} \nabla^2 T \right) \quad (14)$$

La puissance de dissipation visqueuse  $\Phi$  s'écrit : 
$$\Phi = \sum_{ij} \mu_c \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (15)$$

En prenant les mêmes grandeurs caractéristiques que précédemment – équations (1), (3), (4), (5) – et en fixant un écart de température caractéristique  $\Delta T^\circ$  et en en déduisant l'enthalpie caractéristique, la puissance volumique massique caractéristique et la dissipation visqueuse caractéristique :

$$h^\circ = c_p \Delta T^\circ ; Q^\circ = \frac{\lambda \cdot \Delta T^\circ}{L^{\circ 2}} ; \Phi^\circ = \mu \frac{v^{\circ 2}}{L^{\circ 2}} \quad (16)$$

l'équation (14) s'écrit de manière adimensionnée sous la forme :

$$\frac{\partial h^*}{\partial t^*} + \vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^* h^* = \frac{Ec}{We} \left( \frac{\partial p^*}{\partial t^*} + \vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^* p^* \right) + \frac{Ec}{Re} \Phi^* + \frac{1}{Pe} (Q^* + \nabla^{*2} T^*) \quad (17)$$

Le nombre d'Eckert est défini par  $Ec = v^{\circ 2} / (c_p \Delta T^\circ)$ . Si on se place dans le cas où le nombre de Péclet -  $Pe = \frac{\rho_c c_p v_c^c L^0}{\lambda_c}$  - est faible, l'élévation de température caractéristique ne tenant pas compte de la source volumique de chaleur ( $Q=0$ ), est liée à la diffusion visqueuse, on a :

$$\Delta T^\circ = \frac{\mu_c v^{\circ 2}}{\lambda_c} ; Q^\circ = \frac{\mu_c \cdot v^{\circ 2}}{L^{\circ 2}} \quad (18)$$

L'équation (17) peut alors s'écrire :

$$\frac{\partial h^*}{\partial t^*} + \vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^* h^* = \frac{1}{Pr \cdot We} \left( \frac{\partial p^*}{\partial t^*} + \vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^* p^* \right) + \frac{1}{Pr \cdot Re} (\Phi^* + Q^* + \nabla^{*2} T^*) \quad (19)$$

En remplaçant les vitesses et longueurs caractéristiques par leurs valeurs, on trouve les expressions (7b) et (7c) pour les nombres de Reynolds et Weber, d'où :

$$\frac{\partial h^*}{\partial t^*} + \vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^* h^* = \frac{1}{r^2 \cdot Pr} \left( \frac{\partial p^*}{\partial t^*} + \vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^* p^* \right) + \frac{Mo^{1/4}}{r \cdot Pr} (\Phi^* + Q^* + \nabla^{*2} T^*) \quad (20)$$

L'équation de bilan d'énergie ne dépend que du rapport des densités et des nombres de Morton et Prandtl, qui caractérisent respectivement les propriétés hydrodynamiques et thermiques de la phase continue. On peut aussi considérer que le terme  $Mo/Pr^4$  correspond à un *nombre de Morton thermique* dans lequel la diffusivité de la quantité de mouvement est remplacé par celle de la chaleur.

La puissance adimensionnée peut s'écrire : 
$$Q^* = \frac{Q}{Q^\circ} = \frac{Q \cdot L^{\circ 2}}{\mu_c \cdot v^{\circ 2}} = \frac{Mo^{1/2}}{r^{5/2} |1-r|} \cdot \frac{\mu_c \cdot \sigma}{\rho_c \cdot g} \quad (21)$$

Deux des auteurs [15] ont montré que la corrélation de Deckwer [1] relative aux transferts de chaleur entre un bain avec bullage et une paroi pouvait s'écrire en fonction des nombres Morton et de Prandtl :

$$St = 0.1 |1-r|^{1/2} r^{3/2} Fr(j_g)^{-3/2} \frac{Mo^{1/4}}{Pr^2} \quad (22)$$

### 3. Conclusions

En définissant comme grandeurs caractéristiques pour un bain multiphasique, le diamètre caractéristique des bulles et la quantité de mouvement caractéristique de leur ascension, nous avons pu établir des formulations adimensionnées des équations de bilan de la quantité de

mouvement et de l'énergie ne dépendant que du nombre de Morton, du nombre de Prandtl (pour le bilan d'énergie) et du rapport des densités entre phases dispersées et continues. Il y a donc 2 degrés de liberté, plus le terme de couplage thermo-hydraulique (Pr) dans ces configurations de bullage. Dans le cas de deux couches avec bullage, on a 4 degrés de liberté et 2 termes de couplage. Cette étude servira à définir des fluides permettant de réaliser des études en similitude de la stabilité hydrodynamique des bains de deux fluides immiscibles soumis à un bullage et des échanges thermiques dans un bain soumis à un bullage, ou entre deux couches immiscibles soumises à un bullage. Il convient finalement de noter que la forme adimensionnée des équations de bilan n'est pas unique mais dépend du régime d'intérêt.

## Références

- [1] W.D. Deckwer, *Bubble Column Reactors*, John Wiley & Sons, Chichester, Royaume-Uni (1992).
- [2] C. Journeau, P. Piluso, J.F. Haquet, E. Boccaccio, V. Saldo, J.M. Bonnet, S. Malaval, L. Carénini, L. Brissonneau, Two-dimensional interaction of oxidic corium with concretes: the VULCANO VB test series, *Ann. Nucl. Energy*, 36 (2009), 1597-1613.
- [3] G.A. Greene, *Experimental Modeling of Heat and Mass transfer in a Two-Fluid Bubbling Pool with Application to Molten Core-Concrete Interactions*, Rapport Brookhaven National Laboratory, BNL-NUREG-52325 (1992).
- [4] A. Sarrafi, M. Jamialahmadi, H. Müller-Steinhagen, J.M. Smith, Gas Holdup in Homogeneous and Heterogeneous Gas-Liquid Bubble Column Reactors, *Can. J. Chem. Eng.* 77 (1999) 11-21.
- [5] C. Journeau, J.F. Haquet, Void Fraction for gas bubbling in shallow viscous pools – Applications to Molten Core Concrete Interaction, *Proc. 13<sup>th</sup> Int. Conf. Nucl. Eng.* (Beijing, Chine, 16-20 mai 2005), ICONE13-50392.
- [6] M. Epstein, D.J. Petrie, J.H. Lineham, G.A. Lambert, D.H. Cho, Incipient stratification and mixing in aerated liquid-liquid or liquid-solid mixtures, *Chem. Eng. Sci.* 36 (1981), 84-86.
- [7] B. Tourniaire, J.M. Bonnet, Study of the mixing of immiscible liquids by sparging gas : results of the BALISE experiments, *Proc. NURETH 10* (Seoul, Korea, 2003).
- [8] H. Werle, Enhancement of heat transfer between two horizontal liquid layers by gas injection at the bottom, *Nucl. Technol.* 59 (1982), 160-164.
- [9] S.S. Kutateladze, I.G. Malenkov, Boiling and bubbling heat transfer under the conditions of free and forced convection, *Proc. 6<sup>th</sup> Int. Heat Transf. Conf.* (Toronto, Canada, 1978).
- [10] B. Tourniaire, A convection heat transfer correlation based on surface renewal model for molten core concrete interaction study, *Nucl. Eng. Des.* 236 (2006), 10-18.
- [11] R. Clift, J.R. Grace, M.E. Weber, *Bubbles, Drops, and Particles*, Academic Press, New York (1978) p.113 et suiv.
- [12] A. Mersmann, Design and Scale-up of Bubble and Spray Columns, *Ger. Chem. Eng.*, 1 (1978), 1-11.
- [13] W.M. Rohsenow, H.Y. Choi, *Heat, Mass and Momentum Transfer*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1961) p. 225.
- [14] M.C. Ruzicka, On dimensionless numbers, *Chem. Eng. Res. Des.*, 86 (2008), 835-868.
- [15] C. Journeau, J.F. Haquet, Convection heat transfer anisotropy in a bubbling viscous pool – Application to Molten Core Concrete Interaction, *Nucl. Eng. Des.* 239 (2009), 389-394.

## Remerciements

Les recherches menant aux présents résultats ont bénéficié d'un soutien financier du septième programme cadre de la Commission européenne de l'énergie atomique [7° PC/2007/2011] en vertu de la convention de subvention n° 231747 (Réseau d'excellence SARNET Phase 2).