

Reconstitution spatiotemporelle des sources de chaleur à une interface par méthode inverse.

Sébastien VINTROU, Najib LARAQI*, Abderrahmane BAÏRI

Laboratoire Thermique Interfaces Environnement, LTIE, EA4415, Université Paris Ouest, Département GTE, 50 Rue de Sèvres, F92410 Ville d'Avray

* : auteur correspondant : nlaraqi@u-paris10.fr, ou, nlaraqi@gmail.com

Résumé – L'accès aux aires réelles de contact entre deux solides demeure un problème délicat pour les spécialistes des interfaces. La simple connaissance de la morphologie de chacune des surfaces avant la mise en contact ne suffit pas à elle seule pour prédire les contacts réels entre aspérités. L'identification de ces aires par inversion de mesures peut apporter des éléments de réponses tout en sachant qu'il y a un problème d'échelle, puisque les aspérités sont de l'ordre du micron, échelle à laquelle il est difficile d'effectuer des mesures thermiques fines. L'étude proposée dans ce travail est une première approche qui vise à montrer la faisabilité de l'identification à partir de mesures sur une face arrière. Un échantillon parallélépipédique est chauffé sur des portions de l'une de ces deux faces par des éléments chauffants dont on peut faire varier le nombre, les tailles, les positions et le scénario de chauffe. Une caméra IR, située sur la face opposée, assure le relevé de températures. Par modélisation inverse 3-D transitoire, on reconstitue la distribution spatiotemporelle des sources de chaleurs. Les premiers résultats obtenus sont encourageants.

Nomenclature

a	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$	N_{pnc}	nombre de sollicitations inconnues
c_p	capacité thermique spécifique, $J.K^{-1}.kg^{-1}$	N_q	nombre de températures mesurées
d	distance, m	t	temps, s
f	compteur	T	température, K
h	coefficient de convection $W.m^{-2}.K^{-1}$	W, L, H	dimensions suivant x, y et z
j	compteur	x, y, z	variables d'espaces, m
k	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$		
n	compteur		
N_f	nombre de temps futurs	<i>Symboles grecs</i>	
N_n	nombre de pas de temps	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
N_m	nombre de volume du maillage	φ	densité de flux, $W.m^{-2}$
N_{pc}	nombre de sollicitations connues	μ_r	paramètre de Tikhonov
		σ	bruit de mesure, K

1. Introduction

La reconstruction de source de chaleur par méthode inverse est le sujet de nombreux travaux de la littérature [1-3]. En utilisant des algorithmes d'optimisation, il est effectivement possible de caractériser des phénomènes thermiques aux endroits où la mesure n'est pas accessible. Ces techniques peuvent par exemple être appliquées en microélectronique pour localiser des sources de chaleur dans les composants afin de prédire leur comportement en fonctionnement de façon précise [4-5]. Il est également envisageable de les mettre à profit en thermique des interfaces, justement pour caractériser les aires réelles de contact entre deux matériaux. Une bonne connaissance de la répartition de ces aires permet en effet de

caractériser de façon précise les résistances thermiques de contact (et plus généralement les impédances thermiques) entre deux matériaux [6-7].

L'étude présentée ici est un travail d'investigation visant à établir la faisabilité d'une estimation des aires réelles de contact par méthode inverse. Il s'agit plus précisément de reconstituer spatialement et temporellement des sources de chaleur imposées sur la surface avant d'un matériau solide diffusif mince à partir de mesures de températures en face arrière, réalisées par thermographie infrarouge. Pour atteindre l'objectif, une méthode numérique séquentielle non itérative a été employée. La densité de flux, discrétisée en espace et en temps, est estimée par la pseudo-inversion de la représentation d'état du problème. Cette discrétisation porte le nombre d'inconnues du problème inverse à un nombre élevé, ce qui le rend très mal posé. Une procédure de régularisation a donc été mise en place. Elle consiste en la combinaison de deux méthodes bien connues : la technique de stabilisation par adjonction de temps futurs et la technique de régularisation par pénalisation de Tikhonov.

2. Description du dispositif expérimental

Nous considérons une plaque d'acier (figure 1) de longueur $L_a = 14 \text{ cm}$, de largeur $W_a = 14 \text{ cm}$ et d'épaisseur $H_a = 4 \text{ mm}$. Nous plaçons cette plaque sur un bloc d'isolant d'épaisseur $H_{is} = 4 \text{ cm}$ dans lequel des éléments chauffants de taille $L_s \times W_s = 25 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$ ont été disposés. Les éléments chauffants sont des circuits imprimés en cuivre d'épaisseur $H_c = 35 \mu\text{m}$ sur $H_e = 1.5 \text{ mm}$ de résine d'époxy. Les circuits ont été imprimés au laboratoire par gravure chimique : le motif est un serpent. Ils sont placés comme indiqué sur la figure 2. Les éléments chauffants sont alimentés en courant continu. Avec une acquisition nous mesurons les tensions aux bornes de chaque élément. Une caméra infrarouge est placée à une distance $d = 50 \text{ cm}$ au dessus de la face arrière de la plaque. Cette face, ainsi que les faces latérales ont été peintes avec de la peinture de grande émissivité. L'objectif de l'expérience est d'utiliser le champ de température de la face arrière de la plaque d'acier, vu par la caméra, pour estimer le champ spatial et temporel de la densité de flux $\phi(x,y,t)$ sur la face avant (face recevant la chaleur des éléments chauffants).

3. Méthode de résolution du problème inverse

Le modèle direct qui sert de base à la résolution du problème inverse est l'équation d'état (1) qui permet de calculer le champ de température \underline{Y}_{n+1} de la face arrière $z = H_a$ à un instant $(n+1)\Delta t$, où Δt est le pas de temps de calcul. Cette équation est issue de la discrétisation de l'équation de la chaleur par la méthode des volumes finis et d'un schéma temporel implicite. Elle est à compléter par le champ initial \underline{Y}_0 , solution d'un régime stationnaire.

$$\forall n = 1 \dots Nn, \quad \underline{Y}_{n+1} = \underline{\underline{C}} \underline{T}_{n+1} = \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}} \underline{T}_n + \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}}_c \underline{U}_{n+1} + \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}}_{nc} \underline{\phi}_{n+1} \quad (1)$$

La matrice $\underline{\underline{C}}$ $\dim(Nq, Nm)$ est une matrice de sélection qui choisit, parmi les Nm températures du vecteur \underline{T}_{n+1} calculées, celles qui doivent être comparées aux Nq températures mesurées. $\underline{\underline{A}}$ $\dim(Nm, Nm)$ est la matrice d'état. $\underline{\underline{B}}_c$ $\dim(Nm, Npc)$ est la matrice de commande des Npc sollicitations connues du vecteur \underline{U}_{n+1} et $\underline{\underline{B}}_{nc}$ $\dim(Nm, Npnc)$ est la matrice de commande des $Npnc$ sollicitations non connues du vecteur $\underline{\phi}_{n+1}$. Le vecteur $\underline{\phi}_{n+1}$ contient en effet les $Npnc$ densités de flux issues de la discrétisation de la surface en $z = 0$ (cf. figure 3).

Le choix de la fonctionnelle S à minimiser, retenue pour résoudre le problème inverse, est donnée sous la forme (2) où \underline{Y}_n^* est le champ de température mesuré par thermographie infrarouge sur la surface $z = H_a$. Nf est le nombre de temps futurs. μ_T est le paramètre de régularisation de Tikhonov et \underline{R} est une matrice qui définit l'ordre de la régularisation. Dans le cas présenté ici il s'agit d'une régularisation d'ordre 2, c.-à-d. avec une matrice \underline{R} qui dérive $\underline{\phi}_n$ deux fois dans les directions spatiales.

$$S = \sum_{n=1}^{Nn+1} \left[\sum_{f=0}^{Nf} \|\underline{Y}_{n+f} - \underline{Y}_{n+f}^*\|^2 + \mu_T \|\underline{R}\underline{\phi}_n\|^2 \right] \quad (2)$$

On démontre que la densité de flux $\hat{\underline{\phi}}_n$ qui minimise S peut se mettre sous la forme(3).

$$\forall n = 1 \dots [Nn - Nf], \quad \hat{\underline{\phi}}_{n+1} = \left[\underline{\underline{D}}^T \underline{\underline{D}} + \mu_{T,n+1} \underline{\underline{R}}^T \underline{\underline{R}} \right]^{-1} \underline{\underline{D}}^T \left[\underline{\underline{Y}}_{n+1}^* - \underline{\underline{b}}_{n+1} \right] \quad (3)$$

où

$$\underline{\underline{Y}}_{n+1}^* = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{n+1}^* \\ \underline{Y}_{n+1+1}^* \\ \vdots \\ \underline{Y}_{n+1+f}^* \\ \vdots \\ \underline{Y}_{n+1+Nf}^* \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{D}}_{n+1} \\ \underline{\underline{D}}_{n+1+1} \\ \vdots \\ \underline{\underline{D}}_{n+1+f} \\ \vdots \\ \underline{\underline{D}}_{n+1+Nf} \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{b}}_{n+1} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{b}}_{n+1} \\ \underline{\underline{b}}_{n+1+1} \\ \vdots \\ \underline{\underline{b}}_{n+1+f} \\ \vdots \\ \underline{\underline{b}}_{n+1+Nf} \end{bmatrix} \quad (4)$$

avec

$$\underline{\underline{D}}_{n+1+f} = \underline{\underline{C}} \sum_{j=0}^{j=f} \underline{\underline{A}}^j \underline{\underline{B}}_{nc} \quad (5)$$

et

$$\underline{\underline{b}}_{n+1+f} = \underline{\underline{C}} \left[\underline{\underline{A}}^{f+1} \underline{\underline{T}}_n + \sum_{j=0}^{j=f} \underline{\underline{A}}^j \underline{\underline{B}}_c \underline{\underline{U}}_{n+1+f-j} \right] \quad (6)$$

L'analyse de différents cas tests numériques [8] a en effet montré que sans procédure de stabilisation (c.-à-d. avec $Nf = 0$ et $\mu_T = 0$), les densités de flux estimées ne sont pas satisfaisantes. La procédure adoptée consiste à choisir Nf pour que l'écart quadratique moyen entre les températures mesurées et les températures recalculées avec les grandeurs estimées soit approximativement la moitié du bruit moyen des mesures puis à trouver μ_T (par une méthode itérative) de façon à ce que cet écart devienne égal au bruit moyen de mesure σ . Le principe de discrédance est alors respecté.

4. Résultats

Lors des essais expérimentaux, différents scénarios de chauffage ont été imposés. Nous présentons ici des résultats obtenus pour un scénario où les trois éléments chauffants ont été alimentés simultanément. Une modélisation préliminaire – directe – de l'ensemble du dispositif a d'abord été effectuée pour déterminer le flux entrant réellement dans l'échantillon. La figure 4 présente l'évolution de ce flux pour l'un des 3 éléments (ici l'élément : s2) en comparaison avec la puissance électrique fournie à la piste de cuivre. La différence entre ces deux flux correspond aux pertes dans l'isolant. Les températures issues de cette modélisation directe sont en très bon accord avec celles mesurées par la caméra thermique, comme l'illustre la figure 5.

La figure 6 compare les évolutions transitoires de la densité de flux estimée par inversion et celle entrant réellement dans l'échantillon. On peut noter que les courbes représentatives sont en très bon accord.

Les résultats présentés ont été obtenus en choisissant une discrétisation régulière de la plaque d'acier de 29 x 29 x 5 volumes (soit 4205 volumes), ce qui portait le nombre d'inconnues N_{pnc} et le nombre de températures mesurées N_q à 841 pour chaque pas de temps. Le pas de temps est fixé à 0.24[s] de façon à respecter le critère sur le nombre de Fourier : $Fo_{\Delta t} = a\Delta t / H_a > 0.1$. Les paramètres de la procédure de stabilisation qui ont permis de respecter le principe de discrétisation étaient $N_f = 2$ pour le nombre de temps futurs et $\mu_T = 1.06E-9$ pour le paramètre de Tikhonov. Avec ces paramètres l'écart quadratique moyen sur les températures était effectivement égal au bruit moyen des mesures que nous avons estimé à $\sigma = 0.0186[K]$. La figure est une cartographie des densités de flux identifiées à $t = 14.4[s]$. Elle montre clairement l'intérêt d'employer une procédure de régularisation.

5. Conclusion

A partir de mesure de température sur la surface arrière d'un matériau mince il est possible de reconstituer la répartition spatiotemporelle des densités de flux en face avant. Ces essais sont encourageants. Les densités de flux peuvent avoir des variations brutales dans les directions de l'espace. On peut ainsi envisager d'utiliser cette technique pour caractériser les aires réelles de contact aux interfaces solide / solide. L'un des deux solides étant chauffé, on procède alors à l'estimation de la répartition spatiotemporelle de la densité de flux entrant dans le deuxième solide. Il faudra pour cela veiller à ce que l'échelle spatiotemporelle des mesures soit telle que le phénomène de constriction ne soit pas pleinement développé.

La technique employée est une méthode directe qui nécessite l'inversion d'une matrice de taille Nm^2 . Une perspective à cette étude serait de traiter des problèmes de plus grande taille. Cela permettrait d'améliorer la résolution spatiale et de limiter les effets de lissage. Plusieurs techniques sont envisageables. On pourra par exemple se tourner vers des techniques de réduction modales.

Références

- [1] E. Videcoq et D. Petit, Model reduction for the resolution of multidimensional inverse heat conduction problems, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 44, no. 10, p. 1899–1911, 2001.
- [2] E. Videcoq, D. Petit et A. Piteau, Experimental modelling and estimation of time varying thermal sources, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 42, no. 3, p. 255–265, 2003.
- [3] M. R. G. Haghghi, M. Eghtesad, P. Malekzadeh et D. S. Neculescu, Three-dimensional inverse transient heat transfer analysis of thick functionally graded plates, *Energy Conversion and Management*, vol. 50, no. 3, p. 450–457, 2009.
- [4] G. Maranzana, I. Perry, D. Maillet et S. Raël, Design optimization of a spreader heat sink for power electronics, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 43, no. 1, p. 21 – 29, 2004.
- [5] S. Vintrou, N. Laraqi et A. Baïri, Thermal impedance of multi-finger microelectronic structures: exact analytical model, *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 42, p. 11, 2009.
- [6] N. Laraqi et A. Baïri, Theory of thermal resistance at the interface of solids with randomly sized and located contacts, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 45, no. 20, p. 4175–4180, 2002.
- [7] N. Laraqi, Thermal impedance and transient temperature due to a spot of heat on a half-space, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. In Press, Corrected Proof, p. –, 2009.
- [8] S. Vintrou, *Contribution à l'étude du comportement thermique des composants électroniques*. Thèse doctorat, Université Paris Ouest, Décembre 2009.

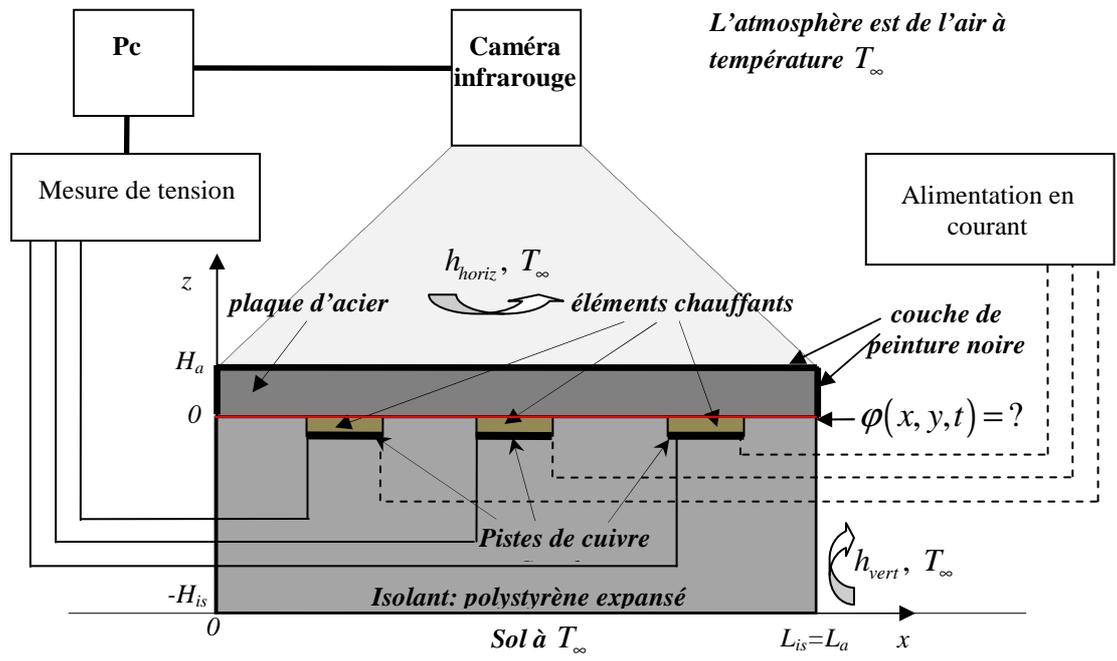


figure 1 : Schéma en coupe du dispositif expérimental.

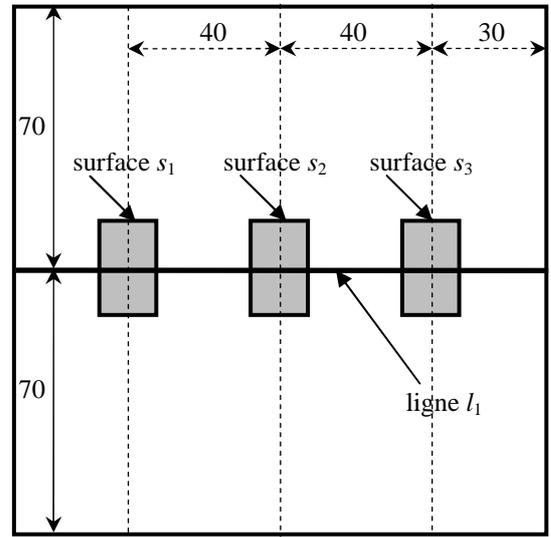


figure 2 : Positions des éléments chauffants et objets géométriques pour le tracé des densités de flux en $z = 0$.

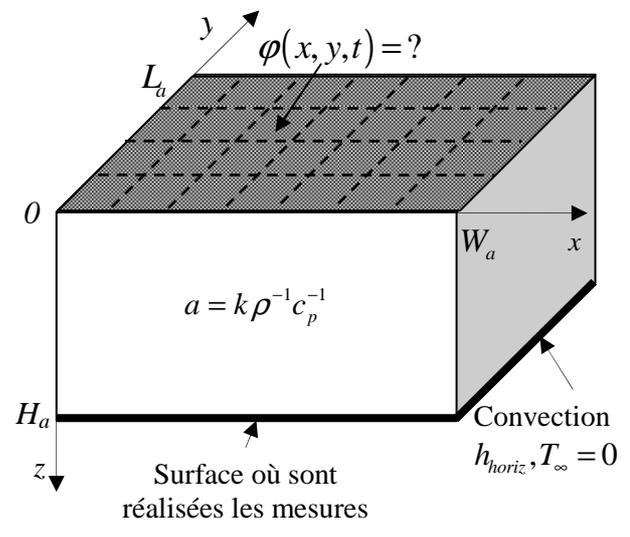


figure 3 : Discrétisation spatiale de la densité de flux en $z = 0$.

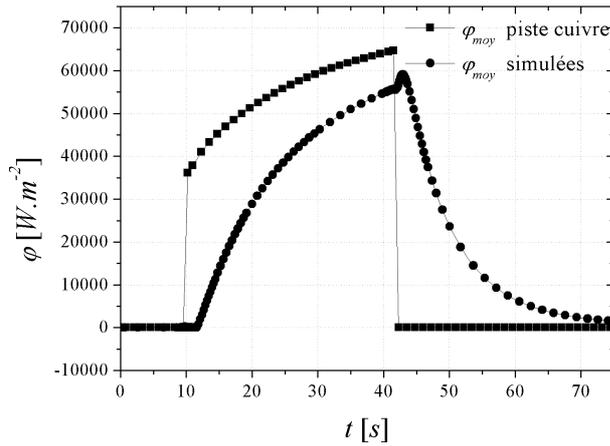


figure 4 : Flux surfacique moyen reçue par la surface s_2 et de la puissance électrique surfacique dissipée dans la piste en cuivre.

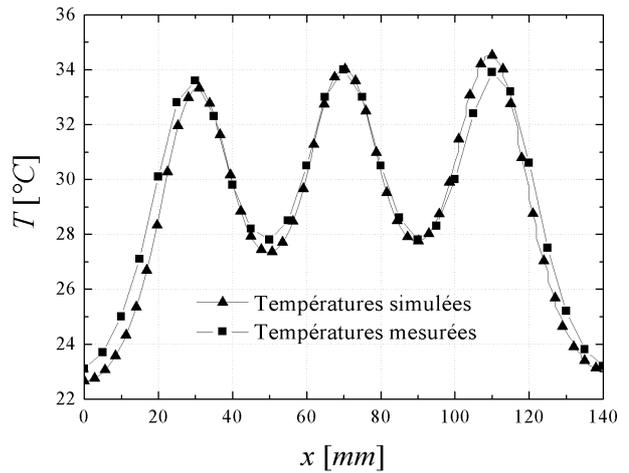


figure 5 : Températures issues de la modélisation directe et mesurées sur la ligne l_1 (face arrière) à $t = 36$ [s].

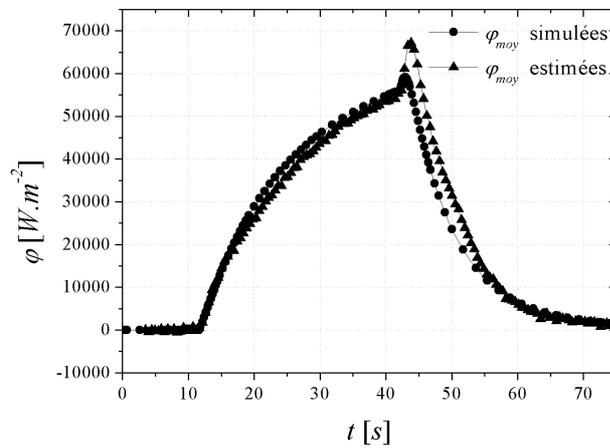
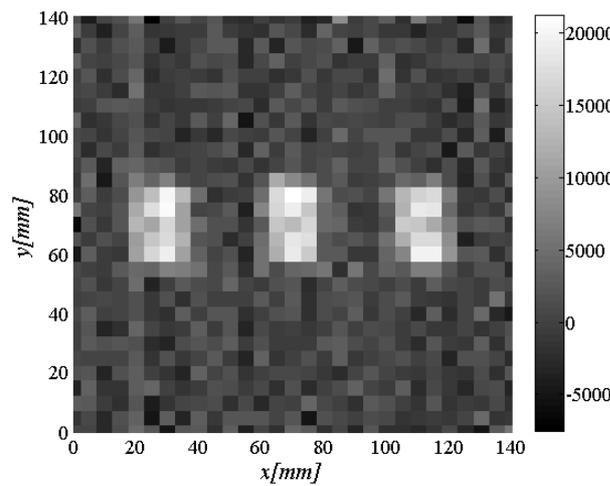
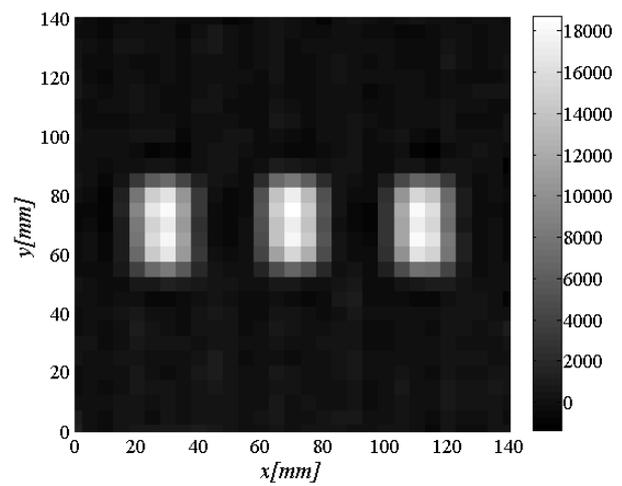


figure 6 : Comparaison des évolutions temporelles des densités de flux moyens réels et estimées par inversion avec régularisation, (surface s_2).



A partir des températures mesurées, sans régularisation.



A partir des températures mesurées, avec régularisation.

figure 7 : Densités de flux estimées en $z = 0$ à $t = 14.4$ [s]