

# Modélisation hydrodynamique d'un fluide en espace confiné sous l'effet de la déformation entretenue d'une paroi en vue de contrôler le déclenchement de l'ébullition

Laetitia LEAL<sup>1\*</sup>, Pascal LAVIEILLE<sup>1</sup>, Marc MISCEVIC<sup>1</sup>, Lounès TADRIST<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire PLAsma et Conversion de l'Energie - LAPLACE - UMR 5213 - Université Paul Sabatier  
118 route de Narbonne - 31062 Toulouse Cedex

<sup>2</sup> Laboratoire IUSTI - 5 rue Enrico Fermi - Technopôle de château Gombert  
13453 Marseille Cedex 13

\*(auteur correspondant : laetitia.leal@laplace.univ-tlse.fr)

**Résumé** - Le modèle hydrodynamique présenté dans cette communication permet de calculer la pression d'un fluide confiné entre une paroi chauffante et une membrane qui est déformée dynamiquement. La pression est estimée en fonction du degré de confinement, ainsi que de la fréquence et de l'amplitude de la déformation. Ce modèle fait partie d'une étude visant à contrôler le déclenchement de l'ébullition.

## Nomenclature

$a$	amplitude, $m$	$R$	rayon de courbure, $m$
$a_o$	amplitude maximale, $m$	$S$	surface, $m^2$
$\partial_\Omega$	frontière	$t$	temps, $s$
$D$	diamètre de la membrane, $m$	$T$	période, $s$
$e$	distance entre la paroi chauffante et la membrane au repos, $m$	$V$	vitesse, $m.s^{-1}$
$e_x$	vecteur unitaire du repère fixe	$\bar{V}$	vitesse débitante, $m.s^{-1}$
$e_y$	vecteur unitaire du repère fixe	$x$	abscisse, $m$
$e_z$	vecteur unitaire du repère fixe	$z$	ordonnée, $m$
$e_r$	vecteur unitaire du repère tournant	$Z$	hauteur de la membrane, $m$
$f$	fréquence de la déformation de la membrane, $Hz$	<i>Symboles grecs</i>	
$F$	force, $N$	$\theta_1$	angle entre $(e_r, e_x)$ , $rad$
$K$	$\frac{p(x,Z(x,t))}{\bar{p}(x,t)}$	$\xi$	$\frac{V^2}{\bar{V}^2} = cste = 1$
$n$	vecteur normal, $N$	$\rho$	masse volumique du fluide, $kg.m^{-3}$
$p$	pression, $Pa$	$\omega$	pulsation de la membrane, $s^{-1}$
$\bar{p}$	moyenne spatiale suivant $e_z$ de la pression, $Pa$	$\Omega$	volume, $m^3$
$r$	coordonnée radiale, $m$	<i>Indices et exposants</i>	
		$ext$	extérieur

## 1. Introduction

Dans le contexte actuel de la miniaturisation et de l'augmentation de la puissance des composants électroniques, les besoins en refroidissement sont de plus en plus importants. Il y a quelques années, la densité de flux thermique à dissiper était de  $30 \text{ W/cm}^2$ . Aujourd'hui, elle est d'environ  $100 \text{ W/cm}^2$ . Le challenge est d'arriver à atteindre une densité de flux d'au moins  $300 \text{ W/cm}^2$  dans un futur proche [1].

L'étude consiste à proposer une technique active d'intensification et de contrôle des trans-

ferts de chaleur lors de l'ébullition en milieu confiné en déformant une des parois d'échange. La surchauffe de la paroi nécessaire pour déclencher l'ébullition peut engendrer la détérioration du composant. L'objectif est donc de contrôler les transferts de chaleur, en particulier, en réduisant la surchauffe nécessaire au déclenchement de l'ébullition. Une voie possible pour diminuer cette surchauffe est de déformer mécaniquement la paroi de confinement afin d'engendrer des surpressions et des dépressions dans le liquide. La variation de pression, induite par la déformation mécanique de la paroi de confinement, augmente le niveau de métastabilité du liquide et permet ainsi de déclencher l'ébullition pour une température de paroi moins importante.[2]

Cette communication a pour objectif de présenter le modèle hydrodynamique utilisé dans cette étude. Il consiste à évaluer les dépressions obtenues dans un fluide confiné entre une paroi chauffante et une membrane. Cette dernière est déformée mécaniquement en son centre et est maintenue fixe en ses extrémités. Les variations de pression seront estimées en fonction de la distance entre la paroi chauffante et la membrane au repos, ainsi que de l'amplitude et de la fréquence de la déformation.

## 2. Présentation du modèle hydrodynamique

Le modèle hydrodynamique a pour objectif d'évaluer les dépressions et les surpressions moyennées spatialement suivant  $e_z$  dans un milieu confiné en fonction de la distance entre la membrane au repos et la paroi chauffante, ainsi que l'amplitude et la fréquence de la déformation. Ces changements de pression sont induits par la déformation dynamique de la membrane.

### 2.1. Schéma de principe

La figure 1 explicite la configuration géométrique étudiée et les notations utilisées.

- $e$  est la distance entre la paroi chauffante et la membrane quand cette dernière est au repos ;
- $a_o$  est l'amplitude maximale de la déformation ;
- $a(t)$  est l'amplitude de la déformation au cours du temps ;
- $D$  est le diamètre de la membrane (invariant au cours du temps) ;
- $Z(x,t)$  est la distance entre la paroi chauffante et la membrane en une position donnée au cours du temps ;
- $\Omega$  représente le volume de fluide entre la membrane et la paroi chauffante ;
- $\partial\Omega$  représente les frontières de ce volume.

Il est à noter que, pour des raisons de clarté, les échelles ne sont pas respectées : en réalité  $e$  et  $a$  sont très petits devant  $D$ .

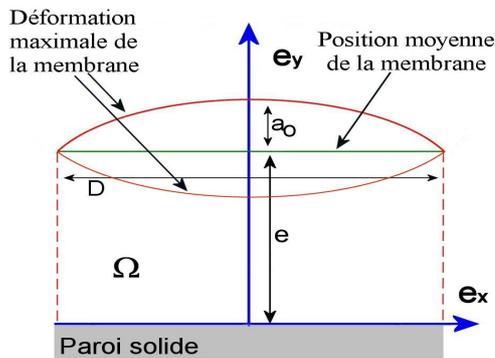


Figure 1 : Schéma de principe

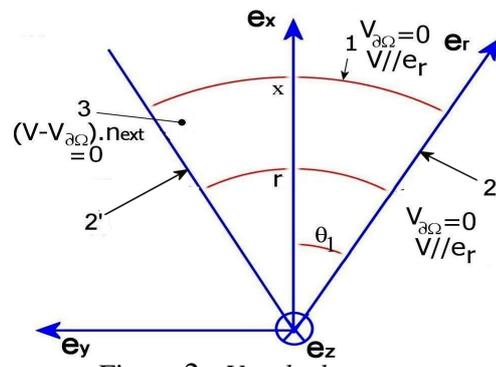


Figure 2 : Vue de dessous

La figure 2 est une coupe dans le plan  $(e_x, e_y)$  du domaine  $\Omega$  utilisé pour établir les équations. Elle permet de définir le domaine d'intégration ainsi que les numéros des frontières utilisés.  $\Omega$  est défini par  $\Omega(t) = \{M(r, \theta, z)/r \in [0, x], \theta \in [-\theta_1, \theta_1], z \in [0, Z(x, t)]\}$  On note  $S_1$  la section de passage du fluide à la côte  $r$ ,  $S_2$  et  $S_2'$  les surfaces latérales du volume de contrôle  $\Omega$  et  $S_3$  la surface supérieure de  $\Omega$  qui est aussi la surface de la membrane (condition de glissement dans le repère de la membrane).

## 2.2. Hypothèses

Le liquide contenu dans le volume  $\Omega$  est fortement confiné, le rapport d'aspect  $e/D$  étant typiquement de l'ordre de  $10^{-3}$ . De plus, l'amplitude de la déformation étant de l'ordre de  $e$ , le rayon de courbure  $R = \frac{a}{2} + \frac{D^2}{8a} \approx \frac{D^2}{8a}$  est très grand. Au cours du temps, les lignes de courant sont donc assez peu déformées et le problème sera donc considéré monodimensionnel. De plus, un calcul de l'ordre de grandeur montre que les contraintes visqueuses peuvent être négligées devant les termes d'inertie. En effet, la variation de pression générée par l'oscillation de la membrane est typiquement de l'ordre de  $10^4$  Pa. Les principales hypothèses du modèle sont donc que l'écoulement est 1D et radial, que le fluide est un fluide parfait et incompressible dont les propriétés thermophysiques sont constantes et que la déformation de la membrane est sinusoïdale au cours du temps :  $a(t) = a_o \sin(\omega t)$

## 2.3. Modélisation mathématique

Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sont écrites en considérant le volume  $\Omega$  de la figure 2 :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} d\Omega + \int_{\partial\Omega} (\mathbf{V} - \mathbf{V}_{\partial\Omega}) \mathbf{n} dS = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \mathbf{V} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \rho \mathbf{V} (\mathbf{V} - \mathbf{V}_{\partial\Omega}) \cdot \mathbf{n} dS = - \oint_{\partial\Omega} p \mathbf{n} dS \quad (2)$$

A partir de l'équation (1), en considérant le liquide incompressible, on peut exprimer la vitesse débitante :

$$\bar{V}(x, t) = - \frac{a_0 \omega \cos(\omega t) (\frac{x}{2} - \frac{x^3}{D^2})}{a(t) + e - 4a(t) \frac{x^2}{D^2}} \quad (3)$$

Le membre de droite de l'équation (2), projeté selon  $e_x$  s'écrit :

$$- \oint_{\partial\Omega} p(r, z(r, t)) \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_x dS = 2 \sin \theta_1 [-x \bar{p}(x, t) Z(x, t) + \int_0^x \bar{p}(r, t) Z(r, t) dr + \int_0^x r p(r, Z(r, t)) \frac{\partial Z(r, t)}{\partial r} dr] \quad (4)$$

En posant  $p(x, Z(x, t)) = K(x) \bar{p}(x, t)$ , le dernier terme de l'équation (4) devient :

$$2 \sin \theta_1 \int_0^x r p(r, Z(r, t)) \frac{\partial Z(r, t)}{\partial r} dr = 2 \sin \theta_1 \int_0^x r K(r) \bar{p}(r, t) \frac{\partial Z(r, t)}{\partial r} dr \quad (5)$$

La fonction  $K(x)$  traduit des effets tridimensionnels du champs de pression. Comme cela a été mentionné précédemment, les configurations envisagées présentent un très fort confinement

et le coefficient  $K(x)$  sera supposé constant et égal à 1. La pression est donc relativement homogène selon  $z$ .

Le développement du terme de gauche de l'équation (2) fait apparaître la valeur moyenne du carré de la vitesse. On posera dans la suite que cette grandeur est reliée à la valeur du carré de la vitesse moyenne par :

$$\bar{V}^2(x, t) = \xi \bar{V}(x, t)^2 \quad (6)$$

Dans le cas du profil de vitesse linéaire (écoulement de Couette) ou parabolique (écoulement de Poiseuille), le coefficient  $\xi$  a une valeur de  $4/3$ . Si le profil de vitesse est plat alors  $\xi = 1$ . Une étude de sensibilité a été menée et a montré que le paramètre  $\xi$  n'a pas d'influence sur les dépressions maximales. Par défaut, la valeur de ce paramètre sera prise égale à 1 (hypothèse du fluide parfait).

En dérivant par rapport à  $x$ , l'équation de conservation de la quantité de mouvement et sachant que  $\bar{V}(x, t)$  est définie par l'équation (3), on obtient l'équation différentielle en  $\bar{p}(x, t)$  suivante :

$$xZ(x, t) \frac{\partial \bar{p}(x, t)}{\partial x} - \underbrace{x\bar{p}(x, t) \frac{\partial Z(x, t)}{\partial x} (1 - K(x))}_{\text{terme 1}} = \underbrace{-\rho x (\bar{V}(x, t) \frac{\partial Z(x, t)}{\partial t} + Z(x, t) \frac{\partial \bar{V}(x, t)}{\partial t})}_{\text{terme convectif}} - \underbrace{\rho \xi \bar{V}(x, t) (\bar{V}(x, t) Z(x, t) + 2xZ(x, t) \frac{\partial \bar{V}(x, t)}{\partial x} + x\bar{V}(x, t) \frac{\partial Z(x, t)}{\partial x})}_{\text{terme d'inertie}} \quad (7)$$

Grâce à ce modèle, il est possible d'obtenir les surpressions et dépressions moyennes pour chaque  $x$  en fonction de l'amplitude et de la fréquence de la déformation, ainsi que de l'épaisseur de fluide entre la paroi chauffante et la membrane. Ce modèle sera, par la suite, couplé à un modèle de nucléation. Ceci permettra d'évaluer, à température fixée, quelle est la dépression nécessaire pour déclencher l'ébullition.

### 3. Résultats

#### 3.1. Ordre de grandeur des dépressions

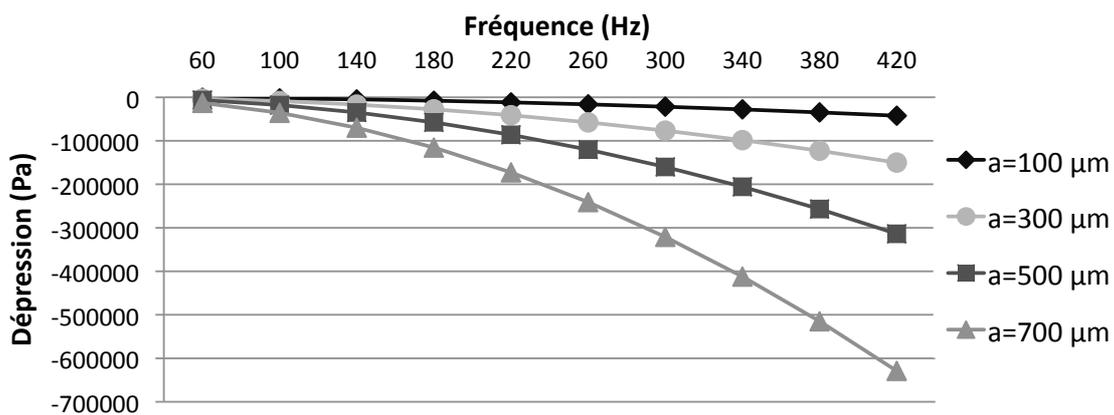


Figure 3 : Dépression maximale pour une épaisseur de fluide de 800 μm

On peut noter que la dépression augmente avec la fréquence et l'amplitude. De plus, il est d'autant plus difficile d'obtenir une dépression élevée que l'épaisseur entre la membrane et le fluide est importante.

### 3.2. Analyse temporelle

Les courbes ci-après montrent l'évolution temporelle de la position, de la vitesse et de la pression sur un rayon de la membrane. Ceci permet de décrire l'ensemble de la membrane puisque le problème présente une symétrie par rotation autour de l'axe  $e_z$ . Plusieurs phases se distinguent. A  $T/4$ , la membrane a atteint sa position maximale. La vitesse du fluide est donc nulle. A  $T/2$ , la membrane est à l'horizontale. La vitesse du fluide est maximale. A partir de  $t > T/2$ , le même processus se reproduit au signe près. On retrouve le déphasage de  $\pi/2$  entre la position et la vitesse. Dans ce cas, la pression minimale obtenue est de 0,35 bar. A cette pression, la température de saturation du pentane est de l'ordre de  $8^\circ\text{C}$  alors qu'à pression atmosphérique, elle est de  $36^\circ\text{C}$ .

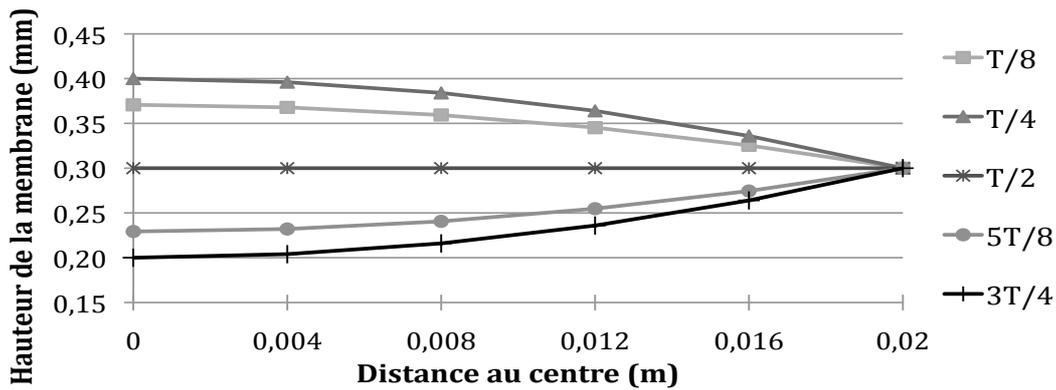


Figure 4 : Position de la membrane pour  $e = 300\mu\text{m}$ ,  $a_0 = 100\mu\text{m}$ ,  $f = 200\text{Hz}$

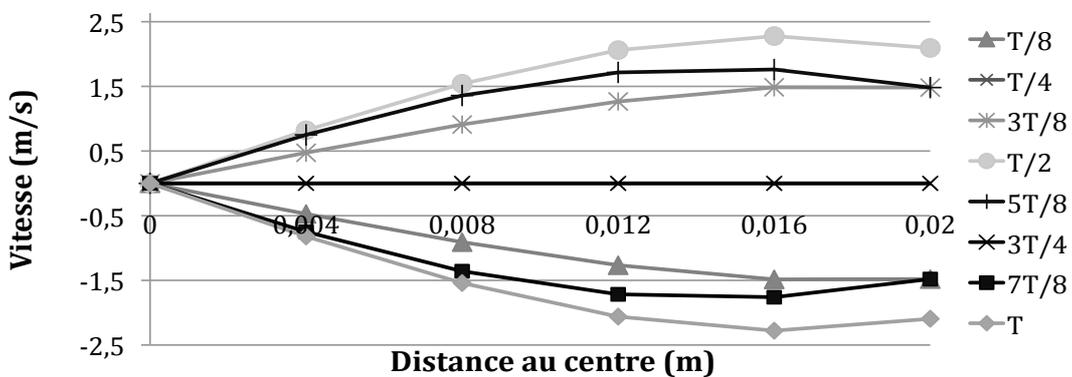


Figure 5 : Vitesse du fluide pour  $e = 300\mu\text{m}$ ,  $a_0 = 100\mu\text{m}$ ,  $f = 200\text{Hz}$

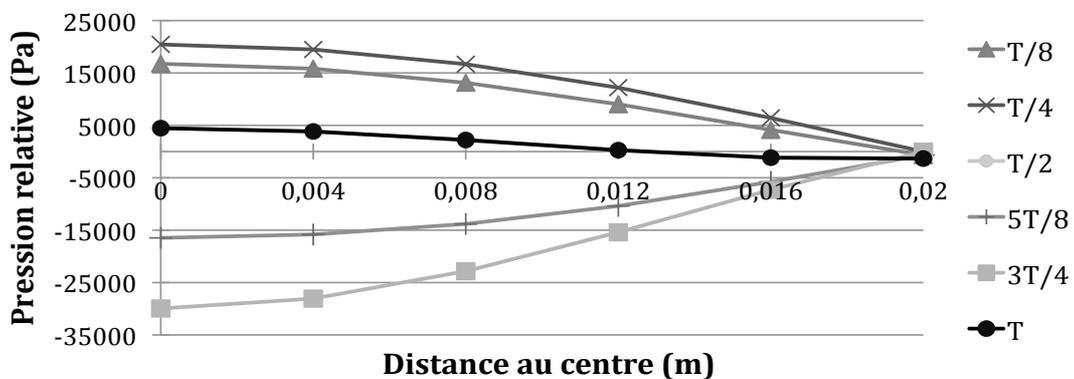


Figure 6 : Pression du fluide pour  $e = 300\mu\text{m}$ ,  $a_0 = 100\mu\text{m}$ ,  $f = 200\text{Hz}$

### 3.3. Analyse de la sensibilité de la pression en fonction du paramètre $\xi$

Pour l'étude,  $\xi$  varie entre 1 et  $4/3$  et  $K$  est fixé égal à 1. Ainsi, le terme 1 est nul. Le paramètre  $\xi$  a une influence sur le terme d'inertie. La figure 7 représente les variations des termes convectif et d'inertie et leur répercussion sur la pression globale. Sur la figure 7, les courbes des pressions globales obtenues avec  $\xi=1$  et  $\xi=4/3$  sont presque confondues :  $\xi$  a une influence très faible sur la pression.

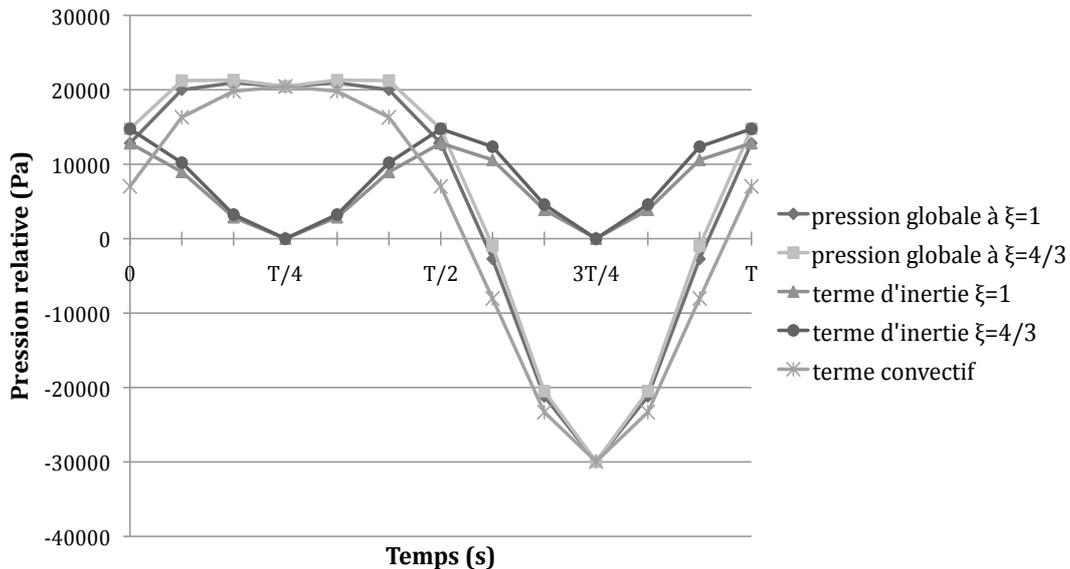


Figure 7 : Evolution temporelle de la pression en  $x=0$  pour  $e = 300\mu\text{m}$ ,  $a_0 = 100\mu\text{m}$ ,  $f = 200\text{Hz}$

## 4. Conclusion

L'étude menée vise à développer une méthode active d'intensification afin de contrôler les transferts de chaleur. Cette technique consiste à créer une déformation dynamique d'une paroi pour déclencher à une surchauffe raisonnable l'ébullition en milieu confiné. Au cours de cette communication, le modèle hydrodynamique a été présenté. Il permet d'évaluer les pressions moyennes dans le fluide confiné entre une paroi chauffante et une membrane déformée dynamiquement. Les pressions sont déterminées en fonction du degré de confinement, ainsi que de la fréquence et de l'amplitude de la déformation. L'analyse temporelle permet de comprendre l'évolution de la position de la membrane, ainsi que de la vitesse et de la pression dans le fluide. L'analyse de sensibilité du paramètre  $\xi$  montre que ce dernier a peu d'influence sur la pression. La suite de ce travail consiste à réaliser un modèle de nucléation ayant pour objectif d'évaluer à quelle dépression l'ébullition se déclenche, à coupler ce modèle au modèle hydrodynamique et à réaliser des expériences permettant de quantifier l'intensification des transferts en ébullition en fonction du degré de confinement, ainsi que de la fréquence et de l'amplitude de la déformation.

## Références

- [1] J. R. Thome, State-of-the-Art Overview of Boiling and Two-Phase Flows in Microchannels, *Heat Transfer Engineering*, 27 (2006), 4.
- [2] S. L. Qi, P. Zhang, R. Z. Wang and L. X. Xu, Flow boiling of liquid nitrogen in micro-tubes : Part I - The onset of nucleate boiling, two-phase flow instabilities and two-phase flow pressure drop, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50 (2007), 4999.