

# Etude expérimentale et numérique 3D des instabilités de convection naturelle générées autour d'un barreau carré chauffé positionné horizontalement au centre d'une cavité

Gillian LEPLAT<sup>†</sup>, Yann FRAIGNEAU<sup>\*</sup>, Philippe REULET & Patrick LE QUÉRÉ<sup>\*</sup>

ONERA - The French Aerospace Lab - Département Modèles pour l'Aérodynamique et l'Énergétique  
2 avenue Edouard Belin - BP 74025 - 31055 Toulouse Cedex 4 - FRANCE

<sup>\*</sup>LIMSI - UPR CNRS 3251 - Université Paris-Sud - Bât. 508 - BP 133 - 91403 Orsay - FRANCE

<sup>†</sup> auteur correspondant : Gillian.Leplat@onera.fr

**Résumé** - L'étude concerne un écoulement de convection naturelle en régime transitionnel autour d'un barreau chauffant de section carrée, placé à l'intérieur d'une enceinte parallélépipédique remplie d'air refroidie par les parois haute et basse. L'objectif est de caractériser les instabilités de cet écoulement par des approches expérimentale (PIV 2D) et numériques (SND 3D, analyse de stabilité linéaire) complémentaires. L'étude s'appuie sur l'analyse des champs instantanés de vitesse et des grandeurs statistiques associées (moyenne, écart-type), qui révèle un très bon accord numérique-expérience. Elle est complétée par une analyse de stabilité linéaire et une caractérisation spectrale de l'écoulement. Les résultats montrent que le caractère instable de l'écoulement résulte d'un mécanisme 3D issu de la compétition entre le développement de structures tourbillonnaires allongées suivant l'axe du barreau et l'apparition de cellules convectives de type Rayleigh-Bénard placées au-dessus et orientées perpendiculairement à la source de chaleur. Malgré la nature 3D des instabilités, l'écoulement moyen présente une configuration 2D prononcée. Certaines des spécificités les plus notables caractérisant les instabilités sont présentées dans ce papier. En particulier, le spectre des modes spatiaux longitudinaux possède une certaine analogie comparé aux spectres d'écoulements turbulents avec des valeurs non conventionnelles des pentes associées aux zones inertielle et dissipative.

## Introduction

Les écoulements de convection naturelle en milieu confiné et en régime transitionnel ou turbulent présentent un intérêt particulier par leur présence dans de nombreux équipements industriels. L'optimisation des systèmes thermiques requiert une connaissance approfondie des mécanismes physiques mis en jeu, lesquels présentent une complexité d'autant plus grande que des instabilités thermoconvectives se développent, puisqu'elles dépendent des propriétés physiques du fluide, de la configuration géométrique du milieu et des conditions aux limites thermiques. En fonction de ces différents facteurs, la structure globale de l'écoulement peut être profondément modifiée et avoir un impact notable sur les transferts thermiques. La convection naturelle en milieu confiné se réfère le plus souvent à deux classes d'écoulements : la cavité aux parois verticales différentiellement chauffées et la convection de Rayleigh-Bénard. Dans le cadre de corps chauffants immergés dans le fluide à l'intérieur d'une enceinte fermée, l'écoulement résulte d'une interaction plus ou moins marquée entre ces deux types de convection qui est liée à la configuration géométrique du milieu, ce qui renforce la complexité des mécanismes physiques mis en jeu. Mais lorsque la source chaude est de petite taille devant les dimensions de la cavité, avec une position relativement éloignée du plafond, la configuration de l'écoulement se présente sous la forme d'un panache thermique qui peut être oscillant ou stationnaire et défléchi, suivant la nature des instabilités au voisinage du seuil critique [1, 2].

L'étude porte sur la caractérisation des instabilités générées au sein d'une cavité parallélépipédique contenant en son centre un barreau chauffant placé horizontalement, à l'aide d'approches complémentaires intégrant mesures expérimentales et simulations numériques. Le nombre de Rayleigh basé sur la hauteur de la cavité est  $9.6 \times 10^5$  et correspond à un régime d'écoulement transitionnel. L'approche expérimentale repose sur des mesures instantanées de champs de vitesse 2D par PIV

définies comme références auxquelles sont confrontés les résultats de simulation. Le calcul numérique permet d'affiner la caractérisation 3D des instabilités et d'identifier le mécanisme à l'origine de leur apparition. Tout d'abord, une analyse de stabilité linéaire est réalisée autour d'un état de base 2D pour mettre en évidence l'aspect tridimensionnel des instabilités susceptibles de se développer et caractériser leur nature. Ensuite, une simulation numérique directe 3D est réalisée afin de prendre en compte l'influence des non-linéarités. Seul le développement des structures intrinsèques de l'écoulement est étudié en considérant la direction de l'axe du barreau périodique, ce qui permet d'éliminer toute contrainte due aux parois supportant le barreau.

## 1 Dispositif expérimental

La cavité est constituée de 4 parois verticales réalisées en double vitrage et de parois plancher et plafond en cuivre maintenues uniformément à la température froide  $T_- = 20^\circ\text{C}$ . Les dimensions internes sont  $170 \times 100 \times 100\text{mm}$  selon les axes ( $X - Y - Z$ ) en coordonnées cartésiennes et correspondant respectivement à la profondeur, largeur et hauteur de l'enceinte. Un barreau carré de  $40\text{mm}$  de côté est positionné horizontalement au centre de la cavité et maintenu uniformément à la température chaude  $T_+ = 30^\circ\text{C}$ . La géométrie du système est alors carrée dans le plan de coupe transverse avec un rapport d'aspect  $\mathcal{A} = 0.4$  entre la source de chaleur et l'enceinte.

Un banc d'essais (FIG. 1) permet de réaliser des mesures de vélocimétrie par images de particules 2D résolues en temps. L'éclairage d'une section complète de la cavité est assuré par une séparation du faisceau laser incident pour produire deux nappes coplanaires qui viennent illuminer l'enceinte de part et d'autre du barreau et par conséquent éliminer toutes zones d'ombres. Les images sont ensuite enregistrées à l'aide d'un système de deux caméras CCD synchronisées avec les pulses laser pour capturer les zones en proche paroi sans effet de paralaxe. La détermination des champs de vitesse à partir de l'acquisition des doublés d'images est assurée par un algorithme qui allie tracking et corrélation PIV classique pour déterminer les champs de vitesse avec une précision au second ordre. La méthodologie est présentée en détail par LOURENCO *et al.* [3]. Les résultats instationnaires sont issus d'acquisitions à  $10\text{Hz}$  pour une résolution temporelle du phénomène suffisante alors que les grandeurs statistiques sont calculées à partir de mesures à  $2\text{Hz}$  sur des temps plus longs.

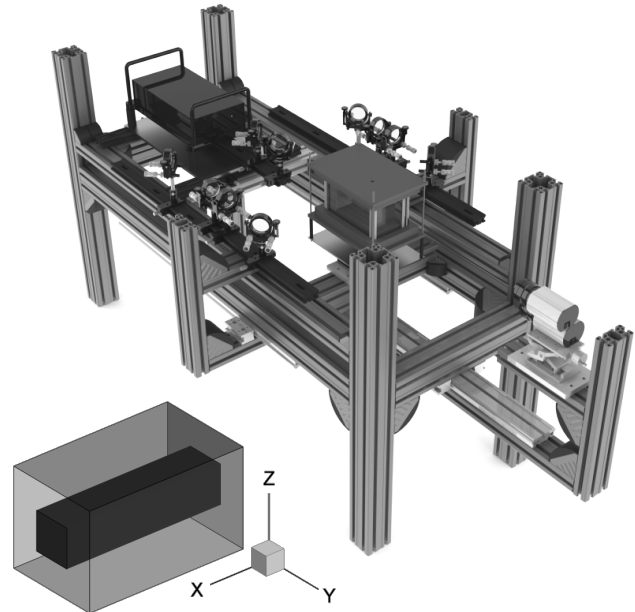


FIG. 1 – Banc d'essais

## 2 Description numérique du problème

**Equations de conservation et méthode numérique.** Les simulations numériques sont assurées par le code OLORIN développé au CNRS-LIMSI et permettant de résoudre les équations de Navier-Stokes pour un écoulement supposé incompressible sous l'approximation de Boussinesq :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U} \otimes \vec{U}) = -\vec{\nabla} P + \beta(T - T_0)\vec{g} + \nu \vec{\nabla}^2 \vec{U} \quad ; \quad \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U} T) = \alpha \vec{\nabla}^2 T$$

avec  $\vec{U}$  la vitesse,  $T$  la température ( $T_0$  la température référence de paroi),  $P$  la pression,  $g$  la gravité et  $(\alpha, \beta, \nu)$  la diffusivité thermique, dilatabilité et viscosité cinématique du fluide. Les équations sont intégrées sous forme instationnaire, en utilisant un algorithme à pas fractionnaire de type prédiction-projection, d'ordre deux en espace et en temps. La méthode numérique est détaillée dans la publication

de GADOIN *et al.* [4]. Elle est appliquée aussi bien dans le cadre des simulations numériques directes 3D que pour l'intégration des équations de Navier-Stokes linéarisées, utilisées dans le cadre de l'analyse de stabilité linéaire.

**Conditions aux limites.** En ce qui concerne le champ de vitesse, les conditions usuelles d'imperméabilité et de non-glissement sont appliquées sur chacune des parois. Les conditions aux limites thermiques sont de type Dirichlet. Le barreau et les parois haute et basse de l'enceinte sont isothermes. Un profil de température est imposé au niveau des parois latérales de la cavité. Il est représentatif de la distribution pariétale de température relevée dans l'expérience et permet de prendre en compte l'écart à l'adiabaticité observée. Ce profil est de la forme :

$$T_p(z) = T_- + \Delta T \left( 1 - 0.5 \cdot \cosh(k(z - H_{cav}/2)) \right)$$

avec  $k$  tel que  $\cosh(k(H_{cav}/2)) = 2$  et  $\Delta T$  le maximum de température pariétale expérimental.

## 3 Résultats et discussion

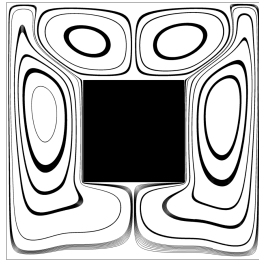
### 3.1 Étude expérimentale

L'étude expérimentale fait apparaître une topologie d'écoulement générale présentant 4 cellules : 2 grandes recirculations latérales se développant le long des couches limites thermiques sur les flancs verticaux du barreau confinant une paire de rouleaux convectifs contra-rotatifs en partie haute de la cavité (FIG. 3(a)). Les mesures révèlent un comportement instable de l'écoulement caractérisé par des mouvements à grande amplitude de ces structures autour de la source pour un écoulement sans périodicité apparente dans la limite fixée par les temps d'acquisition. Néanmoins, des motifs récurrents sont relevés dans les directions longitudinale et transverses (FIG. 5(b)). Ces structures impliqueraient un possible mode d'interaction générateur des instabilités. Les résultats numériques présentés par la suite seront comparés aux grandeurs expérimentales instationnaires et statistiques pour fournir une description et une analyse pertinentes des instabilités.

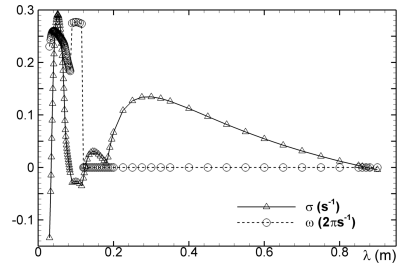
### 3.2 Analyse de stabilité linéaire 3D

Une simulation numérique 2D de la configuration d'étude limitée à un plan de coupe transversal a révélé le caractère stationnaire de l'écoulement (FIG. 2(a)). Par conséquent, les instabilités observées expérimentalement semblent être liées à un mécanisme tridimensionnel. De ce fait, une analyse de stabilité linéaire a été réalisée autour d'un état de base 2D pour déterminer les caractéristiques des instabilités susceptibles de se développer durant la phase linéaire transitoire. L'état de base est défini par la solution stationnaire en vitesse et en température résultant de la simulation numérique 2D. Pour chaque grandeur, cet état est superposé à une perturbation sinusoïdale dans la direction orthogonale (c'est à dire suivant l'axe du barreau), définie par une longueur d'onde particulière  $\lambda$ . Ce type de perturbation, de la forme  $u'(x, y, z, t) = u'_0(y, z) \cdot \cos(2\pi \frac{x}{\lambda}) \cdot \exp(\mu t)$ , décrit uniquement les ondes stationnaires (les ondes progressives ne sont pas considérées compte tenu du caractère confiné de l'écoulement). L'évolution de l'état de base perturbé est obtenu par l'intégration des équations de Navier-Stokes linéarisées. Les solutions obtenues au cours du temps permettent de déterminer les éléments propres qui caractérisent les modes les plus instables à l'aide d'une méthode de type Krylov-Arnoldi [5]. La procédure est répétée pour différentes longueurs d'onde caractérisant le mode de la perturbation.

La figure 2(b) montre l'évolution du taux d'amplification temporel et de la pulsation en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  de la perturbation selon  $X$ , confirmant que l'état de base 2D est instable pour des perturbations infinitésimales 3D. 4 groupes de modes sont identifiés avec 3 instables (groupes 1, 3 et 4) dont un associé à des instabilités oscillantes (TAB. 1). Le plus grand taux d'amplification est obtenu pour un mode du groupe 1 ( $\sigma_{max} = 0.29s^{-1}$  @  $\lambda = 0.052m$ ), la gamme de longueur d'onde associée étant du même ordre de grandeur que la distance  $d$  séparant le barreau du plafond de la cavité ( $d \leq \lambda \leq$



(a) Champ de vitesse 2D stationnaire



(b) Taux d'amplification et pulsation des modes propres spatiaux

FIG. 2 – Étude du développement des instabilités linéaires dans la direction  $X$

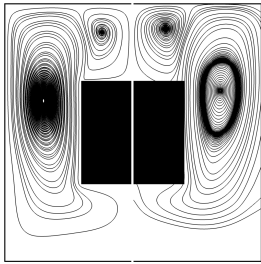
2.75d). Les fonctions propres du groupe 1 (non présentées ici) présentent une organisation spatiale confinée dans la partie supérieure de l'enceinte et associée aux structures convectives localisées au-dessus du barreau.

Groupes	1	2	3	4
$\lambda_{min}(m)$	0.035	0.090	0.125	0.180
$\lambda_{max}(m)$	0.083	0.115	0.180	0.860
Taux d'amplification	instable	stable	instable	
Pulsation	oscillante	oscillante	stationnaire	
Bifurcation	Hopf	-	Fourche ou transcritique	

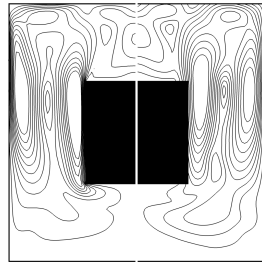
TAB. 1 – Classification des modes propres spatiaux

### 3.3 Caractérisation expérimentale et numérique 3D de l'écoulement

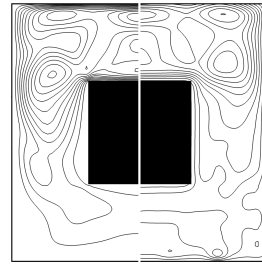
Les échelles caractéristiques identifiées précédemment sont utilisées pour configurer la SND 3D périodique. La longueur de périodicité du domaine est fixée à  $L_x = 0.18m$ , longueur proche de la profondeur de l'enceinte expérimentale. Ce choix filtre volontairement les instabilités du 4<sup>e</sup> groupe qui ne peuvent apparaître dans l'expérience. Le maillage présente  $64 \times 80 \times 80$  points raffiné proche des parois dans le plan de coupe ( $Y - Z$ ) et régulier selon  $X$ . Le pas de temps est fixé à la valeur constante de  $4 \times 10^{-3}s$  et les grandeurs statistiques sont calculées sur une durée de 1500s.



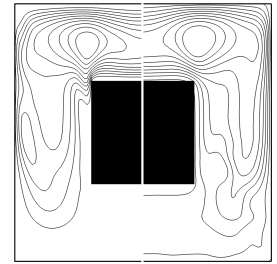
(a) Lignes de courant du champ de vitesse moyenne



(b) Iso-contours de module de la vitesse moyenne



(c) Iso-contours de l'écart-type de vitesse transversale  $\langle V' \rangle$



(d) Iso-contours de l'écart-type de vitesse verticale  $\langle W' \rangle$

FIG. 3 – Comparaison des grandeurs statistiques (simulation numérique à gauche & PIV à droite)

**Analyse des grandeurs statistiques.** Les résultats montrent un bon accord entre mesures de vitesse par PIV et valeurs simulées, et la comparaison des plans de coupe transverses à mi-profondeur de l'enceinte permet de conclure à une bonne représentativité statistique du calcul numérique périodique (FIG. 3). La topologie à 4 cellules est clairement identifiée et les zones de fortes fluctuations de vitesse coïncident dans les deux approches. Ces zones sont liées majoritairement au mouvement des structures tourbillonnaires dû au battement des panaches thermiques se développant le long des couches limites verticales du barreau. Les grandeurs moyennes montrent une organisation principalement 2D avec cependant une sensibilité 3D notable sur les moments d'ordre 2 (non présentés ici).

**Analyse instationnaire.** Deux types de structures prédominent dans l'écoulement : des cellules longitudinales, engendrées par l'effet d'entraînement des couches limites thermiques le long du barreau (structures L), et des rouleaux de type Rayleigh-Bénard situés au-dessus du barreau et d'orientation perpendiculaire (structures T) (FIG. 4d et f). Le mécanisme générateur des instabilités a pour origine l'interaction entre ces structures. De manière récurrente, chaque type de structure tente de s'imposer au détriment de l'autre (FIG. 4a, d-f). Il se forme alors des structures instables de type crochet (FIG. 4c), résultant de la recombinaison temporaire des structures de types L et T. Un mouvement de bascule local des structures L peut également avoir lieu d'un côté ou de l'autre du barreau (FIG. 4b).

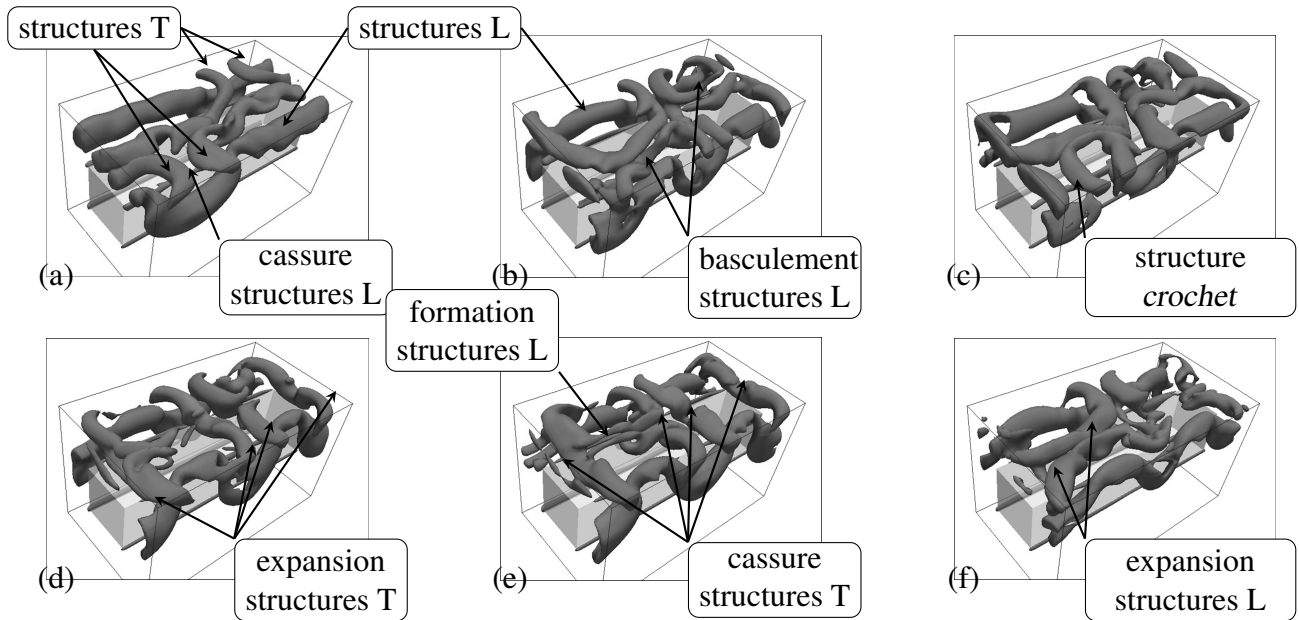


FIG. 4 – Interactions entre les structures L et T (iso-surfaces critère  $Q$  instantané)

Les mouvements d'ensemble de ces structures présentent des motifs particuliers qui ont été identifiés numériquement et expérimentalement (FIG. 5).

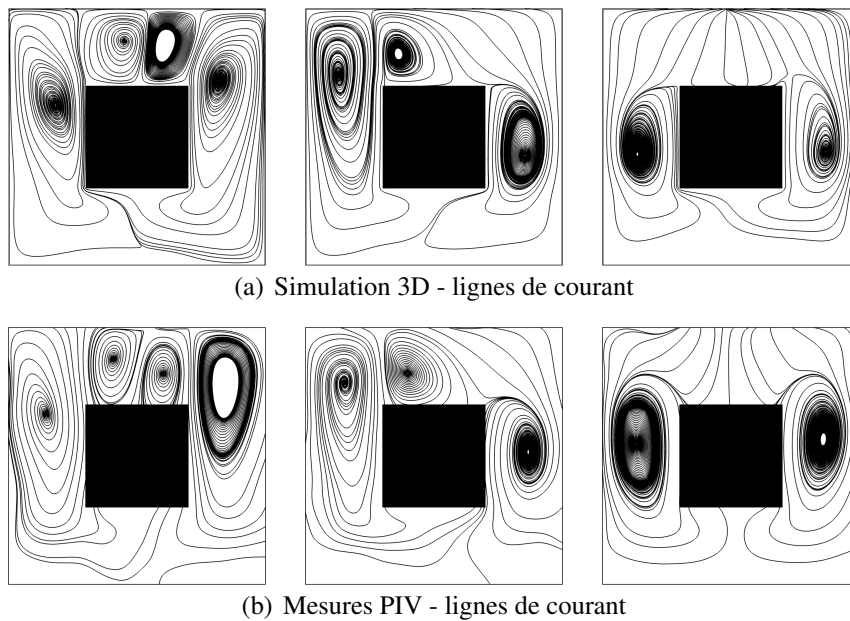


FIG. 5 – Structures tourbillonnaires instantanées dans le plan à mi-profondeur de la cavité

**Analyse spectrale de l'écoulement suivant la direction périodique.** Cette analyse est réalisée à partir du calcul de la puissance spectrale moyenne suivant la direction périodique du champ de vitesse. Les résultats présentés ne concernent que la composante verticale de vitesse, analogues aux deux

autres. La contribution énergétique de chaque mode  $C_m(W)$  est définie comme l'énergie moyenne contenue dans le plan vertical transverse ( $Y-Z$ ) du mode  $m = L_x/\lambda$ , normalisée par l'énergie contenue dans tous les modes. La première partie du spectre représente six modes qui contiennent 98% de l'énergie totale (FIG. 6(a)). Un fait remarquable est que le mode  $m = 6$ , dernier des modes dominants, est pratiquement égal à la plus petite des longueurs d'onde des premiers modes instables révélés par l'étude de stabilité linéaire. Cette partie est associée à la zone de production d'énergie fluctuante. Pour les modes supérieurs, la distribution de l'énergie spectrale fait apparaître deux parties distinctes identifiées comme les zones inertielle et dissipative de pentes respectives  $\sim -5/2$  et  $\sim -17/4$  en échelle logarithmique (FIG. 6(b)). Ces valeurs non conventionnelles sont probablement liées à la nature transitionnelle de l'écoulement et au fait que les champs de fluctuations sont fortement hétérogènes, avec des valeurs élevées confinées dans la partie haute de l'enceinte.

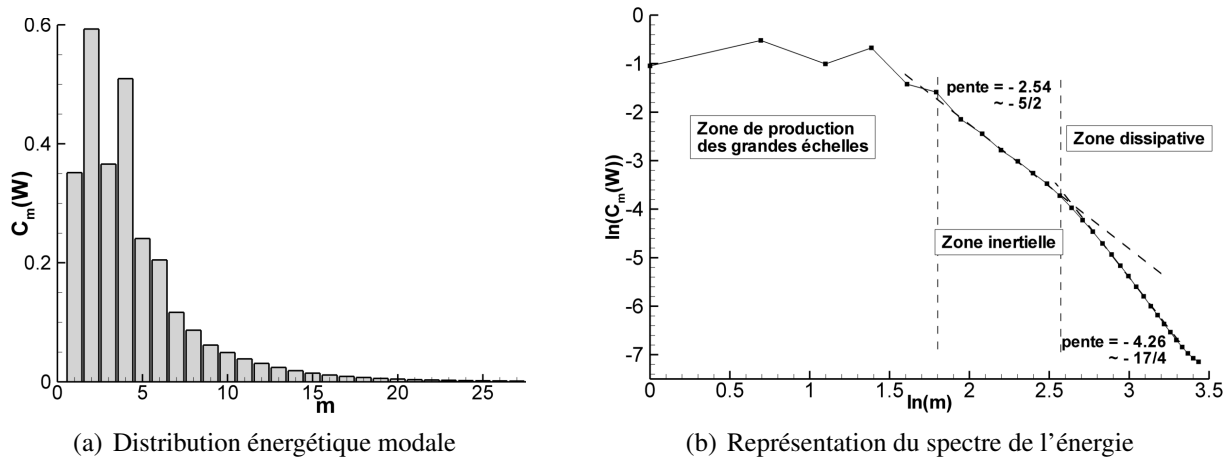


FIG. 6 – Analyse spectrale de la composante verticale de la vitesse

## Conclusions

Un écoulement de convection naturelle instationnaire autour d'un barreau chauffant placé horizontalement dans une cavité fermée et refroidie par les parois haute et basse a été étudié à l'aide d'approches numériques et expérimentales complémentaires. Elles ont permis d'identifier des structures spatio-temporelles 3D dont l'évolution résulte de l'interaction entre des structures tourbillonnaires à grande échelle longitudinales et transverses. Bien que l'écoulement instantané soit fortement tridimensionnel, l'écoulement moyen présente un caractère bidimensionnel fortement prononcé ainsi qu'une propriété de symétrie par rapport au plan médian vertical contenant l'axe du barreau. Cette configuration d'écoulement semble être pertinente pour l'amélioration de la compréhension de la nature spécifique de la convection naturelle turbulente ainsi que de la modélisation qui s'y rattache.

## Références

- [1] G. DESRAYAUD and G. LAURIAT. Unsteady Confined Buoyant Plumes. *Journal of Fluid Mechanics*, 252 :617–646, 1993.
- [2] M. BOUAFIA and O. DAUBE. Natural Convection for Large Temperature Gradients Around a Square Solid Body within a Rectangular Cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50 :3599–3615, 2007.
- [3] L.M. LOURENCO and A. KROTHAPALLI. True Resolution PIV : a Mesh-Free Second Order Accurate Algorithm. In *International Conference in Applications of Lasers to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, July, 2000.
- [4] E. GADOIN, P. LE QUÉRÉ, and O. DAUBE. A General Methodology for Investigating Flow Instability in Complex Geometries : Application to Natural Convection in Enclosures. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 37 :175–208, 2001.
- [5] W.E. ARNOLDI. The Principle of Minimized Iteration in the Solution of the Matrix Eigenvalue Problem. *Quart. Appl. Math.*, 9 :17–29, 1951.