

# Etude numérique d'un moteur Stirling LTD à régénérateur poreux

Nadia MARTAJ<sup>1</sup>, Pierre ROCHELLE<sup>1,2</sup>, Lavinia GROSU<sup>1</sup>, Rachid BENNACER<sup>3</sup>, Stéphane SAVARESE<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Energétique, de Mécanique et d'Electromagnétisme, Université Paris Ouest Nanterre-La Défense, France, 50, rue de Sèvres, 92410 Ville d'Avray

<sup>2</sup> Institut Jean Le Rond d'Alembert, Université Paris6, France, 2, place de la gare de ceinture, 78210 Saint Cyr l'Ecole.

<sup>3</sup> Laboratoire LEEVAM « Environnement, Energétique, Valorisation, Matériaux », 95031 Neuville sur Oise

<sup>4</sup> Ingénieur Application « Comsol France »

**Résumé** - Un modèle de moteur Stirling LTD (Low Temperature Differential) avec déplaceur-régénérateur poreux est présenté. Les équations régissant le transfert thermique par conduction et convection, la dynamique des écoulements compressibles, sont résolues numériquement en tant qu'équations d'état, de conservation de la masse, et de l'énergie dans les espaces de compression, de détente et de régénération (milieu poreux). Les valeurs du travail produit dans le moteur à régénération sont comparées à l'expérience dans des conditions semblables et à un modèle CFD sans régénération. [1]

## Nomenclature

$p$	Pression, $Pa$
$T$	Température, $K$
$t$	Temps, $s$
$r$	Constante du gaz, $J/kg K$
$u$	Vitesse, $m/s$
$W$	Travail, $J$
$c_p$	Capacité thermique massique à $p=cte$ , $J/kg K$
$k$	Coefficient de viscosité, $kg/m.s$
$kl$	Perméabilité, $m^2$
$N$	Vitesse de rotation, $tr/min$

## Symboles grecs

$\rho$	Masse volumique, $kg/m^3$
$\lambda$	Conductivité thermique, $W/m.K$
$\eta$	Viscosité dynamique, $kg/m.s$
$\tau$	Tenseur de tensions visqueuses, $kg/m.s^2$
$\varepsilon$	Porosité, - (= poro_g)
$\mu$	Rendement, %

## Indice

$c$	chaud
$f$	froid
$d$	piston déplaceur
$eq$	équivalent matrice poreuse
$g$	gaz
$p$	piston moteur
$s$	paroi poreuse
$w$	paroi du réservoir
$t$	total

## 1. Introduction

Les moteurs alternatifs de type Stirling, sont des moteurs à "air chaud" qui ont la particularité d'être à apport de chaleur externe, à régénération et dotés d'une grande souplesse d'utilisation; dans l'optique du développement durable, ils constituent une alternative à prendre en compte pour la conversion efficace des énergies renouvelables en travail, avec leur rendement théorique égal à celui de Carnot. Ils sont capables de fonctionner à de faibles différences de température entre leurs deux réservoirs de chaleur (type Low Temperature Differential: LTD) et de convertir en travail les chaleurs perdues dans de nombreux procédés. Leur configuration géométrique peut être très simple. Cependant, le régénérateur, qui a pour rôle d'absorber et de restituer de la chaleur lors du cycle afin d'en maintenir le rendement proche de celui de Carnot, est un élément critique de la machine. Il est en général constitué d'un matériau poreux ou fibreux à grande perméabilité et forte chaleur massique.

Le rendement et le travail de ces machines sont fortement liés aux paramètres géométriques et physiques (dimensions, coefficient de transfert de chaleur, températures des sources, caractéristiques du régénérateur ...). Le moteur Stirling LTD étudié est du type "gamma" : il présente un volume de travail séparé des volumes d'échanges et de régénération dans lesquels évolue le piston-déplaceur. Ces volumes sont limités extérieurement par les plaques des échangeurs chaud et froid. Les pistons, de travail et déplaceur, sont déphasés d'un quart de tour. Le piston déplaceur poreux, traversé par le gaz, joue le rôle de régénérateur. L'objectif principal de ce travail est de développer un modèle pour le moteur Stirling avec régénération. Nous avons utilisé une simulation CFD des processus thermo- et aérodynamiques (équations de Navier Stokes, de l'énergie et d'état du gaz) qui ont lieu dans le régénérateur poreux, l'espace chaud et l'espace froid. Ce modèle constituera un outil pour optimiser le fonctionnement du moteur par le choix du matériau du régénérateur et de sa géométrie. Il a été associé au logiciel multi-physique Comsol.

## 2. Modèle mathématique

Le moteur est composé de 3 espaces (chaud, froid et régénération). La configuration cylindrique étudiée (fig.1) est dite axisymétrique 2-D. Une tige de faible diamètre, non figurée, actionne le piston déplaceur.

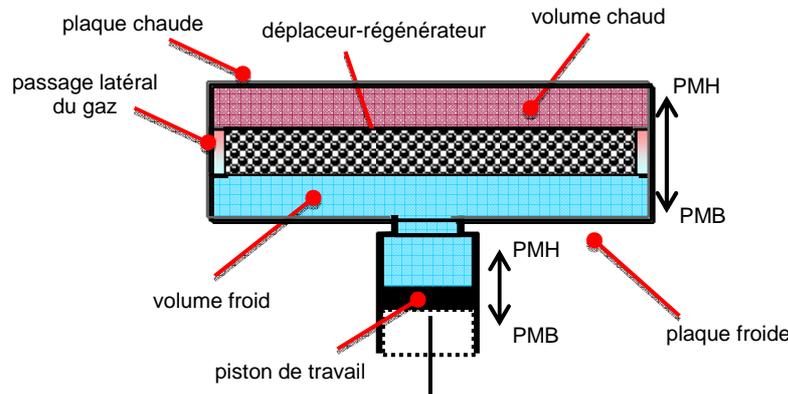


Figure 1: Schéma de la modélisation numérique 2-D du moteur Stirling

On suppose que l'écoulement dans le moteur est laminaire. Les propriétés thermophysiques des gaz telles que la densité, la chaleur spécifique et la conductivité thermique sont considérées comme variables dépendant de la température locale instantanée. On suppose que les propriétés physiques (densité, chaleur spécifique, porosité) du milieu poreux (régénérateur) sont uniformes et constantes.

On suppose que le transfert d'énergie se fait uniquement par conduction et convection (rayonnement négligeable du fait des faibles écarts de température avec l'atmosphère).

Réalisée avec un logiciel multiphysique à maillage mobile (Comsol), une simulation des transferts d'énergie, de quantité de mouvement et de masse des écoulements compressibles dans ce moteur LTD à régénérateur poreux, permet d'obtenir les valeurs instantanées des variables locales en régime périodique établi : pression, température, vitesse et volume.

### *Equations de conservation et d'état*

On s'intéresse à la modélisation de l'écoulement d'un fluide monophasique compressible circulant dans un moteur Stirling avec régénération. Les grandeurs géométriques du moteur, sa faible vitesse de rotation et le faible gradient de températures des sources (source chaude – puits froid), impliquent de faibles vitesses d'écoulement du fluide de travail (air).

La mise en équation sera faite pour obtenir l'évolution de la température (et de la pression) dans (et au voisinage):

- des écoulements dans les espaces chaud et froid (gaz),
- des plaques en contact avec la source chaude et le puits froid (solide),
- du solide et du gaz dans le milieu poreux du régénérateur.

Les équations de l'énergie sont, respectivement, les suivantes:

dans le gaz,

$$\left(\rho.c_p\right)_g \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \left( -k_g \cdot \nabla T + \left(\rho.c_p\right)_g \cdot u.T \right) = \frac{Dp}{Dt} - \tau : \nabla u \quad (1)$$

dans le solide,

$$\left(\rho.c_p\right)_w \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \left( -k_w \cdot \nabla T \right) = Q \quad (2)$$

dans le régénérateur,

$$\left(\rho.c_p\right)_{eq} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \left( -k_{eq} \cdot \nabla T + \left(\rho.c_p\right)_g \cdot u.T \right) = \frac{Dp}{Dt} - \tau : \nabla u \quad (3)$$

avec:

$\left(\rho.c_p\right)_{eq}$  capacité thermique équivalente de la matrice poreuse,

$\left(\rho.c_p\right)_g$  capacité thermique du fluide.

L'évolution de la pression, de la vitesse et de la masse volumique est régie par les équations de Navier-Stokes, dans les espaces chaud et froid (gaz) et dans le régénérateur (milieu poreux):

dans le gaz,

$$\rho_g \frac{\partial u}{\partial t} + \rho_g u \cdot \nabla u = \nabla \left[ -pI + \eta \left( \nabla u + (\nabla u)^T \right) - \left( \frac{2\eta}{3} - k \right) (\nabla u) I \right] + F \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla (\rho_g u) = 0 \quad (5)$$

dans le régénérateur,

$$\left( \frac{\rho_g}{\varepsilon_g} \right) \frac{\partial u}{\partial t} + \left( \frac{\eta}{k1} \right) \rho_g u \cdot \nabla u = \nabla \left[ -pI + \eta \left( \frac{1}{\varepsilon_g} \right) \left( \nabla u + (\nabla u)^T \right) - \left( \frac{2\eta}{3} - k \right) (\nabla u) I \right] + F \quad (6)$$

$$\frac{\partial (\varepsilon_g \rho_g)}{\partial t} + \nabla (\rho_g u) = 0 \quad (7)$$

où  $\varepsilon_g$  est la porosité du milieu poreux,  $\rho$  la masse volumique du fluide et  $u$  la vitesse du gaz.

Pour résoudre le système d'équations aux dérivées partielles décrites précédemment, les conditions aux limites et initiales étant fixées, il est nécessaire de fournir une équation complémentaire, qui relie les paramètres physiques du fluide.

Pour les gaz de travail utilisés, on considère l'équation d'état des gaz parfaits suivante:

$$p = \rho_g \cdot r \cdot T \quad (8)$$

### Conditions aux limites et initiales:

Les conditions aux limites utilisées lors de la modélisation numérique sont :  $T = T_{wc}$  à la paroi de la source chaude et  $T = T_{wf}$  à celle du puits froid.

Les caractéristiques géométriques principales du moteur sont respectivement les diamètres  $D_p$  du piston moteur (18 mm) et  $D_d$  du déplaceur (138 mm), ainsi qu'un déphasage de  $90^\circ$  et une course de 10 mm pour chacun. La vitesse de rotation est de 24 tr/mn.

Les propriétés géométriques et physiques du régénérateur utilisé (supposé constitué d'une matrice d'acier) sont : la densité moyenne  $\rho_s$ , la porosité  $\varepsilon_g$ , la conductivité thermique  $k_s$ , et la chaleur spécifique  $c_p$ .

Le tableau 1 donne les conditions utilisées.

	$T_{wc}$	$T_{wf}$	$p_0$	$N$	$\rho_s$	$\varepsilon_{s,g}$	$k_s$	$c_p$	$k_l$
	$K$	$K$	$Pa$	$tr/mn$	$kg/m^3$	-	$W/m K$	$J/kg K$	$m^2$
Valeurs	301	290	101325	24	7850	0, 0.4→0.6	44.5	475	$1.65 \cdot 10^{-8}$

Tableau 1: Données relatives aux points de fonctionnement simulés

### 3. Résultats et discussions

Les résultats de la simulation numérique nous permettent de tracer les grandeurs caractéristiques du gaz de travail (air) pour un moteur Stirling LTD avec régénération, dans ses espaces chaud et froid ainsi que dans le régénérateur.

Les performances du moteur dépendent de plusieurs paramètres, tels l'efficacité de la régénération et les caractéristiques géométriques et physiques du régénérateur (porosité, conductivité thermique de la matrice poreuse, etc.). L'objectif de ce travail est l'étude du rôle du régénérateur. Le but étant d'optimiser les performances du moteur en choisissant les valeurs optimales de certains de ces paramètres, en particulier la porosité de la matrice du régénérateur.

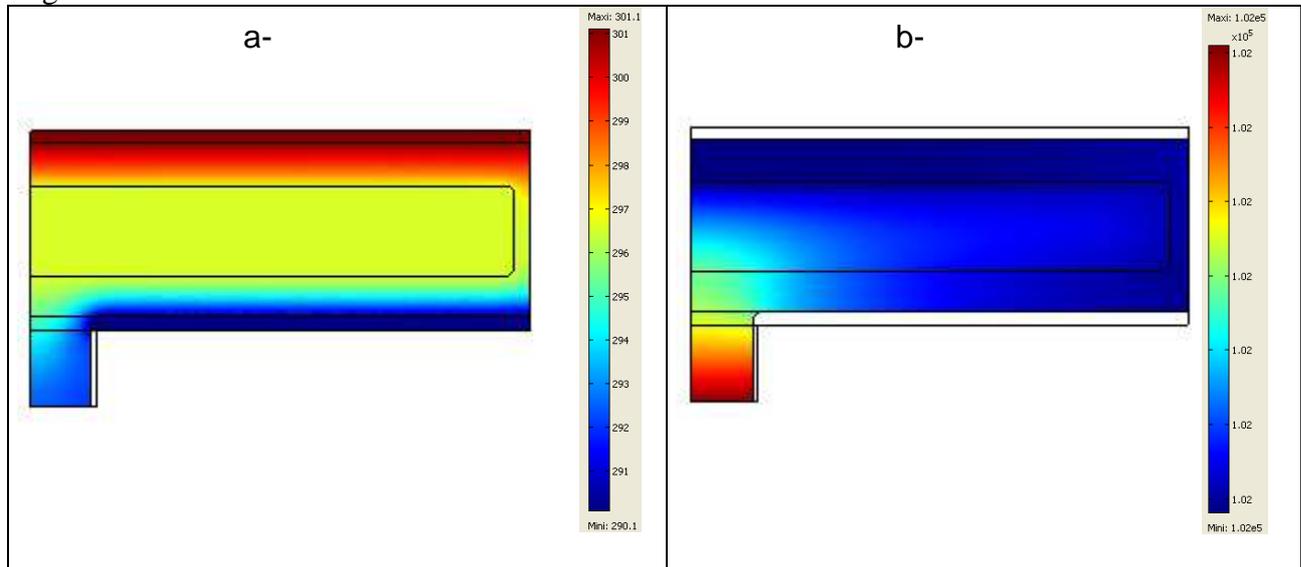


Figure 2: Demi-champs obtenus ici pour le piston moteur au point mort bas et le piston déplaceur à mi-course: champs de température (a) et champs de pression (b) pour une porosité de 0.5

La figure 2 représente les cartographies 2-D des pressions et températures dans le moteur. Les calculs ont été effectués pour le régénérateur décrit précédemment (diamètre 138 mm et course 10 mm, porosité 0.5).

On y voit que la "diffusion" de chaleur, par conduction et convection, se fait encore trop facilement dans le régénérateur qui devrait présenter idéalement un profil quasi linéaire de température. Ceci n'empêche pas de constater sur la figure 3 que le déplaceur poreux (porosité = 0.5) joue son rôle en améliorant la "surface" du cycle et, donc, le travail que celui-ci produit. Cette figure permet en effet la comparaison du cycle obtenu par la simulation 2-D sans régénération, avec celui à régénération (porosité= 0.5) et avec le cycle expérimental. Ce cycle expérimental, qui produit un travail meilleur que celui du cycle simulé sans régénération et moins bon que celui du cycle simulé avec régénération partielle, laisse supposé qu'un léger effet de régénération existe naturellement dans le passage entre la paroi du cylindre du déplaceur et celle du piston-déplaceur, bien que le moteur expérimental soit équipé d'un déplaceur isolant massif (polystyrène HD).

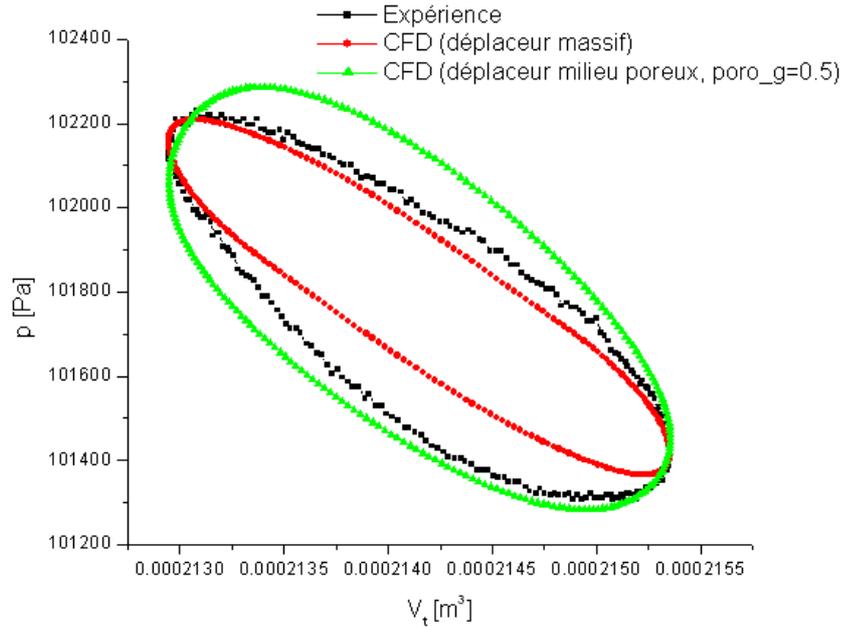


Figure 3: Diagramme ( $p, V$ ) obtenu expérimentalement, et numériquement (simulations 2-D sans régénération et avec régénération)

Le cycle Stirling réversible idéal est composé de 2 transformations isothermes (chauffage/refroidissement, à température constante) et 2 isochores (stockage/déstockage de la chaleur, à volume constant, entre la matrice du régénérateur et le gaz de travail). Le cycle, obtenu ici par la simulation 2-D avec régénération, se rapproche du cycle réversible théorique du moteur de Stirling, obtenu par le modèle de Schmidt avec régénération imparfaite, plus réaliste, utilisant les mêmes données qu'ici [7].

Pour différentes valeurs de porosité, on trace sur la figure 4 les cycles ( $p, V$ ) simulés. Le tableau 2 associé, qui donne le travail pour chacune des valeurs de la porosité, confirme l'information donnée par les courbes de la figure 4, à savoir que le travail augmente, ainsi que le rendement, quand la porosité diminue sauf lorsque le déplaceur est massif ( $\epsilon_g = 0$ ); ceci laisse supposer l'existence d'une porosité optimale. Il y a donc là un point à affiner concernant les faibles porosités pour lesquelles on devra utiliser des lois physiques adaptées aux passages de faible dimension pour les transferts thermiques et pour les pertes de charge.

Déplaceur poreux			
$\epsilon_g$ [-]	W par cycle [J]	$Q_{wh}$ [W]	$\mu$ [%]
0,6	0,0013	0,7183	0,4549
0,5	0,0014	0,72074	0,4882
0,4	0,0015	0,7224	0,5219
Déplaceur massif			
0	$8,02 \cdot 10^{-4}$	0,4943	0,4078

Tableau 2 : Comparaison des résultats

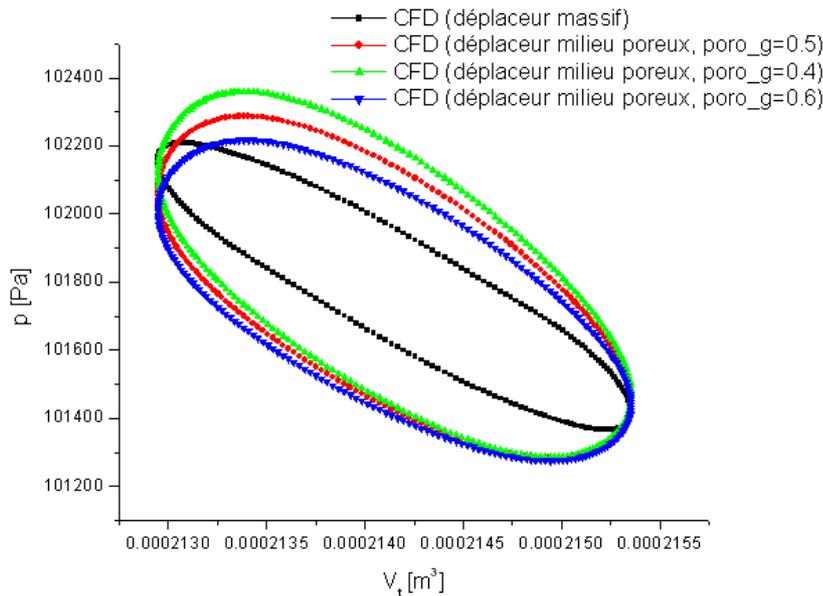


Figure 4: Diagramme ( $p$ ,  $V$ ) obtenu par simulation numérique 2D (avec et sans régénération) pour :  $\varepsilon_g = 0,6$ ,  $\varepsilon_g = 0,5$ ,  $\varepsilon_g = 0,4$  et  $\varepsilon_g = 0$

#### 4. Conclusion

Cette étude confirme l'intérêt de la régénération pour les moteurs Stirling. Elle montre qu'avec un déplaceur poreux faisant office de régénérateur, on peut assez simplement accroître (ici, quasiment doubler) les performances du moteur par rapport à celles du moteur expérimental sans régénérateur.

Par un balayage systématique et raisonné des paramètres géométriques et physiques lors de la simulation, les énergies échangées et les rendements ont été déduits pour des caractéristiques variées du régénérateur (porosité, chaleur massique, ...) et leur évolution mise en évidence. Cette démarche nous donne les premières pistes pour une optimisation plus complète du fonctionnement de la machine et pour le choix du matériau du régénérateur.

#### Bibliographie

- [1] N. Martaj , P. Rochelle , L. Grosu, R. Bennacer et S. Savarese, Moteur Stirling à faible différence de températures (LTD) : confrontation simulations numériques et expérimentation, *Congrès SFT* (2008).
- [2] W.M. Clearman, J.S. Cha, S.M. Ghiaasiaan, C.S. Kirkconnell, Anisotropic steady-flow hydrodynamic parameters of microporous media applied to pulse tube and Stirling cryocooler regenerators, *Cryogenics*, (2008), 112-121.
- [3] A.J. Organ, The Regenerator and the Stirling Engine, *Wiley ed.*, ISBN 1-860658010-6, (1997).
- [4] P. Fette, About the Efficiency of the Regenerator in the Stirling Engine and the Function of the Volume Ratio  $V_{max}/V_{min}$ , <http://home.germany.net/101-276996/etatherm.htm>, (2009).
- [5] B. Ibrahim Mounir, Z. Zhiguo, W. Rong, W. Simon Terrence, D. Gedeon, A 2-D CFD model of oscillatory flow with jets impinging on a random wire regenerator matrix, *IEEE*, Piscataway NJ, Etats-Unis, (2002).
- [6] D. Minassians, A Stirling engine for low-temperature solar-thermal-electric power generation, University of California, *PhD thesis*, Berkeley, (2007).
- [7] L. Grosu, P. Rochelle : "Application de la méthode de Schmidt avec régénération imparfaite aux 3 types de moteur Stirling-nouvelles solutions analytiques", *Congrès SFT* 2009.