

Optimisation d'un système de chauffage dans une enceinte radiative à l'aide d'un algorithme génétique hybride.

Afif TAJOURI¹, Georges EL HITTI¹, Maroun NEMER¹

¹ MINES ParisTech / Laboratoire Centre Energétique et Procédés.
60 Bd St Michel 75272 Paris cedex 06. France.

Résumé - Cette étude porte sur un problème d'optimisation qui consiste à chercher la distribution de puissance optimale attribuée aux éléments chauffants à l'intérieur d'une enceinte radiative afin d'obtenir un champ de température prédéfini sur une plaque en acier. L'utilisation des méthodes d'optimisations métaheuristiques telles que les Algorithmes Génétiques et la méthode du Recuit Simulé a permis d'obtenir des résultats acceptables pour ce problème. En combinant ces deux méthodes on aboutit à une méthode hybride qui garantit des solutions plus appréciables.

Nomenclature

<i>AG</i>	algorithmes génétiques	T_{RC}	paramètre de température du Recuit Simulé
<i>FO</i>	fonction objective	X^*	longueur adimensionnelle de la plaque
<i>P</i>	probabilité de Métropolis	Y^*	largeur adimensionnelle de la plaque
<i>E</i>	énergie	<i>Symboles grecs</i>	
<i>RS</i>	recuit simulé	ΔE	variation d'énergie
<i>T</i>	température, K	θ	température adimensionnelle

1. Introduction

Les fours radiatifs sont utilisés dans de nombreuses applications industrielles où le chauffage de la charge doit être contrôlé de manière précise, comme pour le traitement des matériaux ou la fabrication des semi-conducteurs. La modélisation numérique de tels systèmes permet d'estimer le champ de température sur une charge soumise aux différentes sollicitations thermiques à l'intérieur du four. Cependant, il est intéressant de traiter le problème inverse qui consiste à remonter aux conditions initiales et aux paramètres du modèle permettant d'obtenir un champ de température prédéfini. Or, ce genre de problème inverse, où le transfert thermique par rayonnement est le plus dominant, s'avère difficile à résoudre par des méthodes inverses traditionnelles à cause de la non-linéarité des équations qui le régissent. Par ailleurs, grâce à la croissance des moyens de calcul, les méthodes d'optimisation deviennent de plus en plus accessibles dans le domaine du transfert thermique afin de traiter les problèmes complexes. Par un processus itératif, les méthodes d'optimisation tendent à minimiser une *Fonction Objective* (FO) qui évalue la qualité des solutions, en suivant une approche bien structurée. Toutefois, une certaine maîtrise de ces techniques d'optimisation est nécessaire car le paramétrage des algorithmes de recherche affecte directement la rapidité de leur convergence et la qualité des solutions obtenues.

Le problème traité dans cette étude consiste à chercher, pour un champ de température prédéfini sur une plaque en acier située à l'intérieur d'un four radiatif, les valeurs optimales de puissances attribuées aux éléments chauffants de ce four. Afin de traiter ce problème, le choix s'est porté sur l'*Algorithme Génétique* (AG) et la méthode du *Recuit Simulé* (RS) qui figurent parmi les méthodes d'optimisation les plus utilisées. Dans Safavinejad et al. [1] et Porter et al. [2], on retrouve des exemples de leur utilisation pour des problèmes similaires. La

FO à minimiser dans ce travail calcule l'écart entre les valeurs de températures souhaitées et celles obtenues par une simulation directe du fonctionnement du four. Les résultats obtenus par l'application des deux méthodes montrent que l'AG converge rapidement vers une solution acceptable alors que le RS converge vers des solutions plus « optimales ». A partir de ces constatations est née l'idée de combiner les deux méthodes pour concevoir une méthode hybride. La nouvelle méthode consiste à démarrer la recherche par un AG, et par la suite, continuer l'optimisation par un RS dans le but de profiter des avantages des deux méthodes. Les résultats obtenus par la méthode hybride montrent l'efficacité de cette démarche.

1.1. Les Algorithmes Génétiques

Les AG font partie des algorithmes évolutionnaires qui s'inspirent de la théorie d'évolution telle que définie par Darwin. Bagley a été le premier à publier la première application dans ce domaine. Le développement des AG est dû principalement aux travaux de Holland [3] et de De Jong [4] en 1975. Par la suite, dans les années 1980, Goldberg [5] et Grefenstette ont apporté de nombreuses avancées. Les AG sont une conversion en langage informatique simplifié de la théorie d'évolution. Au sein de l'algorithme, les solutions candidates sont appelées *individus*. Leurs gènes sont représentés par une chaîne de nombres (binaires ou réels) qui correspondent aux inconnus recherchés par l'algorithme. Les individus sont évalués par la FO et celle-ci retourne un scalaire appelé *score* qui indique la faculté d'adaptation de ces individus. Le but de l'AG est de faire évoluer une population d'individus en lui appliquant des opérateurs tels que la sélection, le croisement ou la mutation. Cette manipulation permet de créer une nouvelle génération de population, supposée meilleure que la précédente. De nombreux paramètres sont à définir pour le lancement de l'AG comme, par exemple, la taille de la population, le nombre de générations, le taux de croisement ou le taux de mutation.

1.2. La méthode du Recuit Simulé

Le principe du RS repose sur l'imitation du phénomène de refroidissement des particules lors du recuit appliqué aux métaux. La méthode a été conçue simultanément par Kirkpatrick et Gelatt [6]. Au sein de l'algorithme du RS, l'énergie E associée à une solution candidate est calculée par la FO et correspond au score attribué à cette solution. A chaque itération, une solution, appelée solution courante, est légèrement modifiée pour aboutir à une nouvelle solution. Après le calcul de la variation d'énergie ΔE entre la solution courante et la nouvelle solution, la modification est acceptée dans le cas où la nouvelle solution est meilleure. Dans le cas contraire, la modification peut aussi être acceptée suivant la probabilité de Métropolis :

$$P = \text{Exp}\left(-\frac{\Delta E}{T_{RC}}\right)$$

Après un certain nombre d'acceptations, cette probabilité diminue en multipliant le paramètre de température T_{RC} par un facteur de décroissance inférieur à l'unité. La valeur initiale de T_{RC} ainsi que sa valeur finale, le nombre d'acceptations par niveau de température et le facteur de décroissance sont définis en tant que paramètres de l'algorithme. Selon Porter et al. [2], il est souvent nécessaire d'effectuer de nombreux essais afin de retrouver les paramètres adéquats pour le RS et définir approximativement le nombre d'itérations.

1.3. La méthode hybride

La méthode hybride proposée dans ce travail se résume par un lancement successif de l'AG, puis du RS afin d'améliorer la rapidité de convergence et la qualité des solutions recherchées. Cette nouvelle méthode consiste dans un premier temps, à démarrer la recherche par un AG. Parallèlement, une courbe de tendance exponentielle est tracée à partir des valeurs

des meilleurs scores trouvés. La pente de la courbe traduit la rapidité de convergence de l'AG. Quand cette pente devient inférieure à un seuil prédéfini, le RS continue la recherche à la place de l'AG et au même moment, la meilleure solution trouvée par l'AG devient la solution initiale du RS. Cependant, il faut noter que les paramètres du RS intégrés dans la méthode hybride sont choisis de manière à effectuer une recherche locale, en affectant au RS une faible température initiale, ce qui fait diminuer la probabilité de Métropolis.

2. Description du problème d'optimisation

Les méthodes d'optimisation sont appliquées pour un modèle simplifié d'un four radiatif utilisé pour le traitement des plaques en acier ou en verre (cf. figure 1). Les différents éléments du four sont:

- l'enceinte du four de dimension $100\text{ cm} \times 100\text{ cm}$ et 40 cm de hauteur. Les parois du four sont maintenues à une température de 300 K .
- la plaque en acier de dimensions $70\text{ cm} \times 70\text{ cm} \times 0,2\text{ cm}$. Elle est discrétisée en 196 mailles en surface et une seule maille en épaisseur car la variation de température en épaisseur est négligeable (nombre de Biot radiatif de l'ordre de 0,01)
- les émetteurs, placés en voûte et sur le sol (25 en haut et 16 en bas), chauffent la plaque par rayonnement. Ils sont contrôlés individuellement en leur attribuant une puissance électrique qui peut varier entre 0 et 2800 W . Chaque émetteur possède sa propre zone d'influence de façon à contrôler localement le chauffage de la plaque

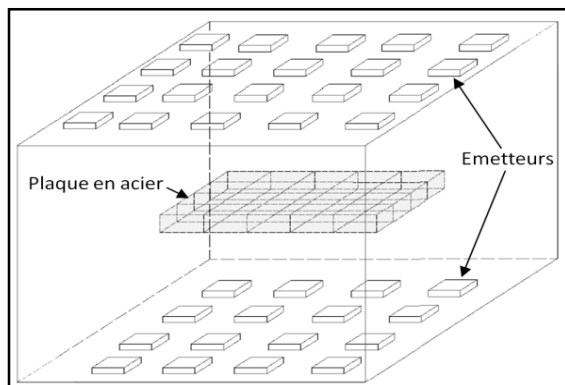


Figure 1 : Géométrie simplifiée de l'enceinte radiative du four

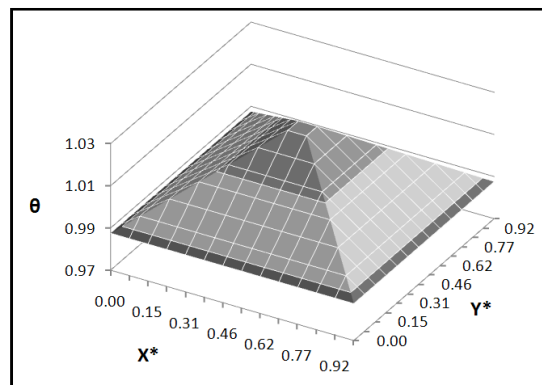


Figure 2 : Champ de température non-uniforme cible

La modélisation des phénomènes de transferts thermiques est obtenue par la méthode de Réseau de Composants qui consiste à représenter le four par un ensemble de composants non-superposés. Le transfert de chaleur au sein de chaque composant est calculé par un modèle en volume fini spécifique, en fonction du niveau de précision nécessaire. De plus, les composants échangent de la chaleur entre eux par conduction, convection et rayonnement. Les facteurs de transferts, nécessaires pour le calcul radiatif, sont obtenus par la méthode zonale en intégrant plusieurs procédés numériques tels que la méthode des flux plans (pour le calcul des facteurs de forme) et l'algorithme de revêtement. Ces méthodes sont décrites en détail par El Hitti et al. [7-8].

Le calcul du champ de température dure 2 secondes et fait appel à deux simulations numériques successives. Une première simulation en régime statique permet de déterminer la température des émetteurs à partir des puissances qui leur sont attribuées. Par la suite, une deuxième simulation, en régime dynamique, calcule à chaque pas de temps la température des

mailles de la plaque. Les puissances attribuées aux émetteurs constituent les paramètres d'entrée de la simulation et les conditions aux limites du modèle.

Dans cette étude on cherche à déterminer la puissance nécessaire à chaque émetteur afin d'obtenir sur la plaque, à la fin d'un cycle de chauffage qui dure 450 secondes, deux profils de température différents :

- profil uniforme avec une température cible de 800 K. On rencontre souvent ce type de profil dans des procédés de recuit des plaques d'acier pour améliorer leurs propriétés mécaniques.
- profil non-uniforme. La température décroît du centre vers les bords de la plaque. Sur la figure 2, le profil pyramidal de température adimensionnelle est présenté. La valeur de θ est obtenue en divisant la température cible de chaque maille par 800 K.

La géométrie du problème possède trois plans de symétrie et permet ainsi de chercher la puissance de 9 émetteurs seulement. Malgré cette simplification, les investigations concernent un vaste espace de recherche qui englobe toutes les combinaisons de puissance que peuvent prendre les émetteurs.

A chaque itération, les algorithmes attribuent un score à la solution candidate. D'abord, les simulations permettent de calculer le champ de température sur la plaque. Par la suite, pour les N mailles de la plaque, la FO est obtenue par l'équation suivante :

$$FO = \sum_{i=1}^N (T_{calculée,i} - T_{cible,i})^2$$

Où $T_{calculée,i}$ et $T_{cible,i}$ désignent, respectivement, la température calculée et la température cible de la maille i . De cette manière, plus le score est faible, plus la solution correspond au champ de température recherché.

3. Résultats

Afin de vérifier l'efficacité de la méthode hybride proposée dans ce travail, plusieurs calculs ont été réalisés en utilisant les différentes méthodes d'optimisation. Les paramètres présentés dans le Tableau 1 sont définis après avoir lancé plusieurs fois les algorithmes et observé leur convergence. L'AG-Hybride et le RS-Hybride sont respectivement l'AG et le RS intégrés dans la méthode hybride. La taille de la population et le nombre de générations déterminent le nombre d'itérations de l'AG. Le taux de croisement et de mutation, respectivement de 60 % et de 4 %, sont des valeurs couramment utilisées pour l'AG selon De Jong et Spears [9]. Par ailleurs, le facteur de décroissance du RS, les températures initiale et finale déterminent le nombre d'itérations de l'algorithme et le degré de « globalité » de la recherche. En effet, plus la valeur de T_{RC} initiale est faible, plus la recherche est locale. Pour cette raison, la valeur de T_{RC} du RS-Hybride est inférieure à celle utilisée pour le RS. Par contre les mêmes paramètres ont été utilisés pour l'AG et l'AG-Hybride.

Paramètres	Taille de population	Nb. de générations	Taux de croisement (%)	Taux de mutation (%)
AG/AG-Hybride	60	300	60	4
Paramètres	T_{RC} initiale	T_{RC} finale	Facteur de décroissance	Acceptations par niveau de T_{RC}
RS	15000	1	0.90	10
RS-Hybride	100	1	0.95	10

Tableau 1 : Paramètres des algorithmes

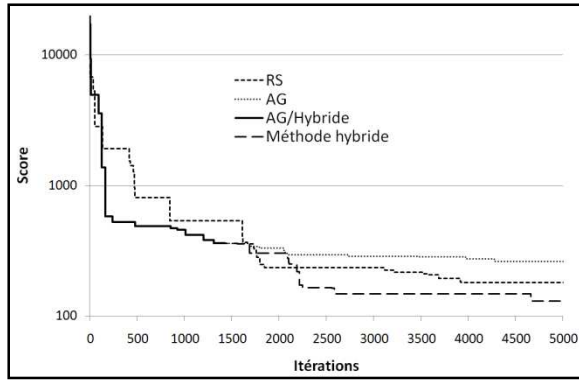


Figure 3 : Courbes d'évolution des scores : champ de température uniforme

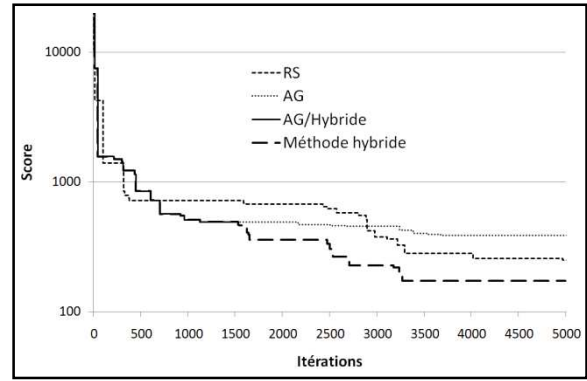


Figure 4 : Courbes d'évolution des scores : champ de température non-uniforme

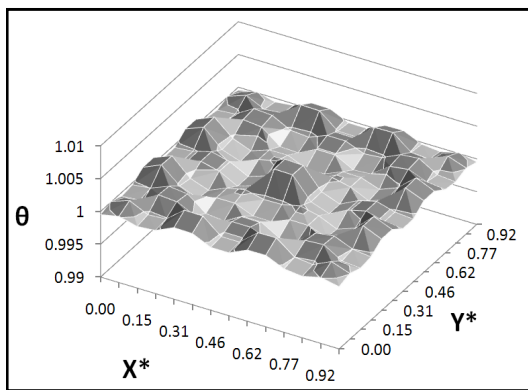


Figure 5 : Champs de température uniforme obtenu par la méthode hybride

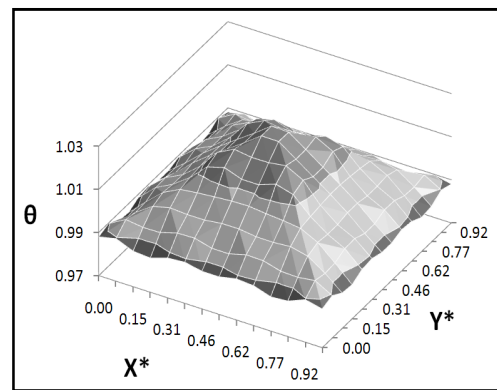


Figure 6 : Champs de température non-uniforme obtenu par la méthode hybride

Les résultats obtenus permettent de comparer l'AG, le RS et la méthode hybride. Les courbes présentées sur les figures 3 et 4 montrent l'évolution du score des meilleures solutions trouvées par les trois méthodes, respectivement pour les cas où le champ de température cible est uniforme et non-uniforme. Notons que la première partie des résultats de l'AG a été utilisée pour la méthode hybride, ce qui explique le fait que leurs courbes soient confondues aux premières itérations. D'après ces courbes on remarque que, d'une part, l'AG converge plus rapidement que le RS dans les 1500 premières itérations. D'autre part, après un certain nombre d'itérations, le RS permet d'obtenir des solutions meilleures que celles de l'AG. En effet, grâce à une approche relativement globale et robuste, parvient à minimiser rapidement la FO alors que l'avantage du RS réside dans le fait qu'au fil des d'itérations, sa recherche devient de plus en plus locale et efficace. Dans le souci d'accélérer la convergence la conception de la méthode hybride, présentée plus haut, permet de profiter des avantages de l'AG et du RS. Les courbes d'évolution associées à la méthode hybride montrent que cette dernière converge vers des solutions plus optimisées.

	Champ de température uniforme		Champ de température non-uniforme	
	Meilleurs scores obtenus	Ecart maximal de températures (K)	Meilleurs scores obtenus	Ecart maximal de températures (K)
AG	262	2,8	390	3,8
RS	181	2,3	259	3,3
Hybride	131	2,2	174	2,1

Tableau 2 : Scores des meilleures solutions obtenues

Dans le tableau 2 figurent les scores des meilleures solutions retrouvées ainsi que l'écart maximal entre les températures cibles et les températures obtenues par les différentes solutions. D'une manière générale, l'AG et le RS convergent vers des solutions acceptables qui permettent d'avoir des écarts maximaux de températures sur la plaque entre 2,3 et 3,8 K. Cependant, grâce à la méthode hybride on obtient des écarts de 2,1 et 2,2 K par rapport à la cible et ceci pour le même nombre d'itérations effectuées par l'AG ou le RS. Par ailleurs, sur les figures 5 et 6, les champs de températures adimensionnelles sur la plaque, résultant des solutions optimales obtenues par la méthode hybride, sont présentés en 3D. En observant la figure 5, on constate que malgré l'existence de quelques écarts de températures visibles localement, d'une manière générale, la cartographie s'accorde au profil cible. Un lissage numérique appliqué au profil de puissance des émetteurs pourrait être utilisé pour minimiser ces écarts. De même, en comparant les deux cartographies présentées sur les figures 2 et 6, on remarque que les deux profils de forme pyramidale sont très proches.

4. Conclusion et perspectives

Dans ce travail, trois méthodes d'optimisation appliquées à un modèle de four radiatif simplifié ont été comparées. Les solutions optimales obtenues par l'AG et le RS sont assez satisfaisantes malgré le nombre très élevé des solutions possibles. La conception d'une méthode hybride a permis d'associer l'AG et le RS afin de tirer parti de leurs avantages respectifs, de réduire le nombre d'itérations et d'obtenir des solutions plus optimales. Les résultats obtenus mettent en évidence l'efficacité de la méthode hybride.

Ce travail montre que l'utilisation des méthodes métaheuristiques d'optimisation permet de se rapprocher le plus possible de la solution optimale. Il serait donc intéressant d'étendre l'application de ces méthodes pour optimiser le contrôle dynamique de puissance des émetteurs au cours du chauffage du produit, ce qui implique un espace de recherche plus vaste. Finalement, il est aussi possible de réduire le temps de calcul en intégrant les facteurs de transferts radiatifs dans l'opérateur de croisement de l'AG.

Références

- [1] A. Safavinejad, S. Mansouri, A. Sakurai et S. Maruyama, Optimal Number and Location of Heaters in 2-D Radiant Enclosures Composed of Specular and Diffuse Surfaces Using Micro-Genetic Algorithm, *Appl. Therm. Eng.*, 29, pp. 1075-1085, 2009.
- [2] J. M. Porter, M. E. Larsen, J. W. Barnes et J. R. Howell, Metaheuristic Optimization of a Discrete Array of Radiant Heaters, *ASME J. Heat Transfer*, 128(10), pp. 1031–1040, 2006
- [3] J. H. Holland, Adaptation in Natural and Artificial Systems, *MIT Press*. USA, 1975.
- [4] A. De Jong, An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems, *University of Michigan*, Ann Arbor, MI, USA, 1975.
- [5] D. E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, *Addison Wesley Publishing Company*, 1989.
- [6] S. Kirkpatrick, Jr. Gelatt, Optimization by Simulated Annealing, *Science*, pp. 671-680, 1983.
- [7] G. El Hitti, M. Nemer et K. El Khoury, Transient Radiation and Conduction Heat Transfer in Glass Sheets by the Thin Layer Approximation, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 132, 2010.
- [8] G. El Hitti, M. Nemer, K. El Khoury, et D. Clodic, The Re-plating Algorithm for Radiation Total Exchange Area Calculation, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 57, pp. 110-125, 2010.
- [9] A. De Jong, et W. M. Spears, An Analysis of the Interacting Roles of Population Size and Crossover in Genetic Algorithms. *First Workshop Parallel Problem Solving from Nature*, Springer-Verlag, pp. 38-47, 1990.