

Mesure de diffusivité ou d'épaisseur par expérience flash en face-avant en utilisant l'approche TSR (thermographic signal reconstruction)

Daniel BALAGEAS

Département Matériaux et Structures Composites, BP 72, 92322 Châtillon, France
(auteur correspondant : daniel.balageas@onera.fr)

Résumé - La méthode TSR consiste à effectuer une réduction polynomiale logarithmique du thermogramme impulsionnel et à utiliser les dérivées de ce polynôme. L'influence du degré du polynôme et du domaine temporel considéré pour la régression est étudiée par simulation et expérimentalement. L'utilisation de la dérivée première apparaît plus fiable et plus précise et on recommande d'utiliser le point de demi montée de la première dérivée logarithmique pour identifier la diffusivité ou l'épaisseur de la plaque.

Nomenclature

Fo	Nombre de Fourier, $Fo = \kappa t/L^2$	$T, \Delta T$	température et échauffement, K
L	épaisseur de la plaque, m	ΔT_∞	échauffement adiabatique final, K
Q	fluence (densité d'énergie), Jm^{-2}	<i>Symboles grecs</i>	
ρC	chaleur spécifique volumique, $Jm^{-3} K^{-1}$	κ	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$

1. Introduction

La méthode TSR (Thermographic Signal Reconstruction) proposée par Shepard [1-5], largement utilisée en CND, consiste à : i) effectuer une régression polynomiale logarithmique du thermogramme, ce qui est bien adapté aux échauffement de type impulsionnel [6] :

$$\ln(\Delta T) = \sum_0^n a_n [\ln(t)]^n ; \quad (1)$$

ii) remplacer la série d'images thermographiques enregistrées, $\Delta T(i,j,t)$, par une série de $(n+1)$ images des coefficients du polynômes (1) : $a_0(i,j), \dots, a_n(i,j)$, ce qui conduit à une compression d'information drastique et à la reconstruction possible du "film" initial ; iii) utiliser en CND la dérivée seconde du polynôme, ce qui n'entraîne pas d'augmentation du bruit et améliore la détectivité des défauts par réduction du bruit temporel, augmentation du contraste entre zones saines et défectueuses et réduction des effets de conduction tridimensionnelle grâce à une détection plus précoce.

Malgré une littérature abondante, l'utilisation de la technique est restée plutôt qualitative, si l'on excepte des publications récentes [3,4], ce qui s'explique par le type d'application privilégié (CND) dans lequel une détectivité excellente est plus importante qu'une mesure précise. Dans ce contexte, cette étude, ainsi que celle présentée dans ce même congrès et focalisée sur la détection de défauts dans une réparation intelligente [7], se veut résolument quantitative. Le cas le plus simple, analysé ici, la mesure de la distribution de diffusivité ou d'épaisseur d'une plaque adiabatique, est intéressant car il souligne les avantages spécifiques de la technique. Cette approche, suivie par Shepard [3], est menée ici en utilisant les expressions analytiques exactes des dérivées première et seconde exprimées en fonction du nombre de Fourier. Elle permet d'analyser les précisions atteintes sur la diffusivité (ou l'épaisseur) ainsi identifiée.

2. Expression analytique du thermogramme et de ses dérivées logarithmiques

L'échauffement surfacique d'une plaque adiabatique recevant un Dirac d'énergie s'écrit :

$$\Delta T / \Delta T_{\infty} = 1 + 2 \sum_1^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 Fo} \quad (2)$$

L'échauffement normalisé ne dépend que du nombre de Fourier, et en conséquence de deux paramètres physiques : la diffusivité et l'épaisseur de la plaque. Chaque paramètre peut être identifié si le second est connu.

La première et la seconde dérivées logarithmiques du thermogramme s'écrivent :

$$d \log_{10}(\Delta T / \Delta T_{\infty}) / d \log_{10}(Fo) = -2\pi^2 Fo \sum_1^{\infty} n^2 e^{-n^2 \pi^2 Fo} / (1 + 2 \sum_1^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 Fo}) \quad (3)$$

$$d^2 \log_{10}(\Delta T / \Delta T_{\infty}) / d \log_{10}(Fo)^2 = -2 A \pi^2 Fo \left\{ \sum_1^{\infty} n^2 e^{-n^2 \pi^2 Fo} / (1 + 2 \sum_1^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 Fo}) - \pi^2 Fo \left[\sum_1^{\infty} n^4 e^{-n^2 \pi^2 Fo} / (1 + 2 \sum_1^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 Fo}) - 2 \left(\sum_1^{\infty} n^2 e^{-n^2 \pi^2 Fo} \right)^2 / (1 + 2 \sum_1^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 Fo})^2 \right] \right\} \quad (4)$$

On utilise ici les logarithmes décimaux, plus pratiques en physique que les logarithmes naturels. Ceci explique l'existence de la constante A dans l'équation (4), avec $A = \log_e(u) / \log_{10}(u) = \log_e(10) = 2.30216$.

La Figure 1 présente le thermogramme impulsionnel et ses deux premières dérivées logarithmiques ainsi calculées. La dérivée seconde présente une signature monopolaire avec un pic positif caractéristique. En cas de pertes thermiques non négligeables le pic serait moins élevé et la courbe deviendrait négative. Le nombre de Fourier du maximum correspond à une valeur critique $Fo^* = 1/\pi$, valeur pour laquelle la dérivée première présente un point inflexion et atteint la moitié de sa valeur maximale :

$$\left[d \log_{10}(\Delta T / \Delta T_{\infty}) / d \log_{10}(Fo) \right]_{Fo^*} = -0.25. \quad (5)$$

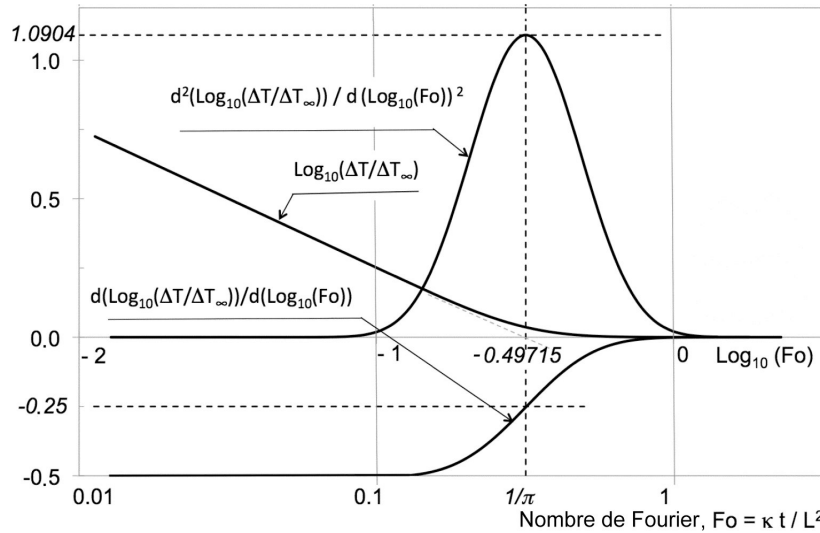


Figure 1 : Le thermogramme impulsionnel et ses 2 premières dérivées logarithmiques dans le cas de la plaque adiabatique (d'après les expressions analytiques (2-4).

Ce nombre de Fourier critique peut également être déterminé comme intersection de l'extrapolation de la partie rectiligne de pente $-1/2$ du régime de milieu semi-infini que suit au début le thermogramme avec l'extrapolation du plateau final adiabatique.

La bosse de la dérivée seconde peut être approchée avec une très bonne précision (coefficient de détermination $R^2 = 0,9998$) par une gaussienne :

$$d^2 \log_{10}(\Delta T / \Delta T_{\infty}) / d \log_{10}(Fo)^2 = 1.09 e^{-14.8 [\log_{10}(Fo/Fo^*)]^2} = 1.09 e^{-14.8 [\log_{10}(\pi Fo)]^2} \quad (6)$$

3. Problème inverse : identification de l'épaisseur ou de la diffusivité

Le paramètre κ/L^2 est déduit du nombre de Fourier critique, Fo^* :

$$\kappa/L^2 = 1/(\pi t^*). \quad (7)$$

Le temps critique t^* est identifié par l'une des trois méthodes décrites plus haut. La méthode TSR consiste à effectuer la régression polynomiale logarithmique (moindres carrés) du thermogramme, puis des dérivations successives de ce polynôme.

$$\log_{10}(\Delta T) = P(\log_{10}(t)) = \sum_0^n a_k [\log_{10}(t)]^k, \quad (8)$$

$$d \log_{10}(\Delta T) / d \log_{10}(t) = P'(\log_{10}(t)) = \sum_1^n k a_k [\log_{10}(t)]^{k-1}, \quad (9)$$

$$d^2 \log_{10}(\Delta T) / d \log_{10}(t)^2 = P''(\log_{10}(t)) = \sum_2^n k(k-1) a_k [\log_{10}(t)]^{k-2}. \quad (10)$$

Pour évaluer la précision intrinsèque de l'identification on partira du thermogramme théorique calculé analytiquement (expression (2)).

$$P(\log_{10}(t)) = \sum_0^n a_k [\log_{10}(t)]^k \approx \log_{10}(1 + 2 \sum_1^\infty e^{-n^2 \pi^2 \kappa t / L^2}), \quad (11)$$

De la comparaison de $\kappa/L^2(t)$ ou de Fo identifiées en utilisant les polynômes, Eqs. (8-10), aux valeurs utilisées pour calculer le thermogramme (Eq. [2]), on évalue la précision intrinsèque de la méthode d'identification. Deux degrés sont considérés pour le polynôme P , 6 et 9, et deux domaines de Fo pour la régression : [0,01-5] et [0,05-1,6]. Les deux paramètres ont une forte influence sur la qualité du filtrage-lissage, spécialement sur la dérivée seconde. Les résultats obtenus pour $n=9$ et le petit domaine de Fo sont les meilleurs. Ils sont donnés à titre d'exemple sur la Fig. 2. La qualité du lissage peut être quantifiée par le coefficient de détermination R^2 des polynômes P , P' et P'' . Le Tableau 1 présente les valeurs de R^2 ainsi obtenues, montrant que chaque dérivation entraîne une dégradation, et les valeurs identifiées de Fo^* et leur précision.

La Figure 3 montre que la précision de l'identification est corrélée au coefficient R^2 et que chaque dérivation successive du polynôme P augmente la valeur de $(1-R^2)$ d'un ordre de grandeur.

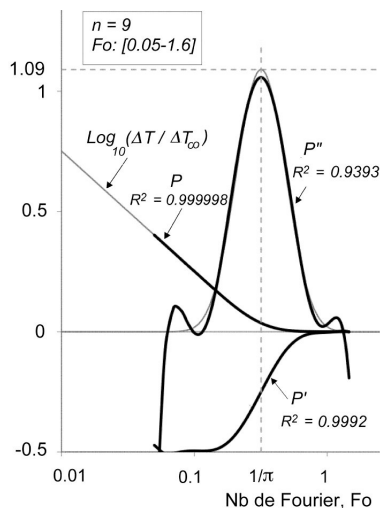


Figure 2 : Polynômes P , P' et P'' . Comparaison aux courbes exactes (degré 9 et domaine de Fo étroit).

Domaine de Fo et nb de valeurs considérées pour le filtrage/lissage	Degré du polynôme n	R^2 du polynôme P	R^2 du polynôme P'	R^2 du polynôme P''
[0.01 - 5]	6	0.99912	0.8795	<0
	9	0.99985	0.9373	<0
[0.05 - 1.6]	6	0.99997	0.9566	0.3959
	9	0.99999	0.9992	0.9393

a)

Domaine de Fo considéré pour le lissage	Degré du polynôme	$Fo(P'=0.25)$ valeur (précision)	$Fo(P''=0.25)$ valeur (précision)
Solution exacte		0.3183	0.3183
[0.01 - 5]	6	0.309 (-2.9%)	0.291 (-8.6%)
	9	0.312 (-2.0%)	0.295 (-7.3%)
[0.05 - 1,6]	6	0.3168 (-0.5%)	0.3122 (-1.9%)
	9	0.3181 (-0.1%)	0.3175 (-0.3%)

b)

Table 1 : (a) dégradation du coefficient R^2 avec les dérivations successives du polynôme P ; (b) valeurs identifiées de Fo^* à partir de P' et de P'' et précisions obtenues.

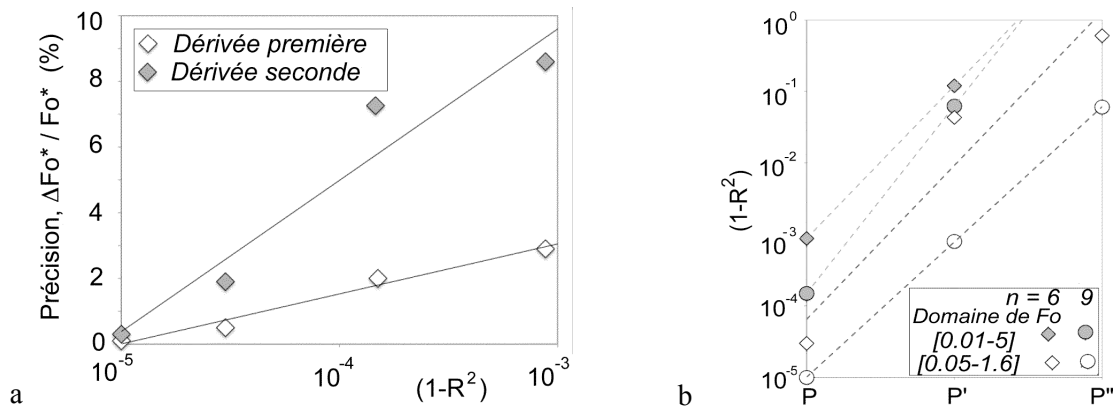


Figure 3 : a) Précision sur Fo^* identifié à partir de la demi-montée de la 1^e dérivée (P') et du pic de la 2^e dérivée (P''), en fonction de $(1-R^2)$ du polynôme P ; b) dégradation de R^2 due aux dérivations successives.

4. Validation expérimentale

Des mesures de diffusivité en faces avant (AV) et arrière (AR) ont été réalisées sur une plaque de Dural de $100 \times 100 \times 10 \text{ mm}^3$, illuminée par 2 lampes flash (Elinchrom 6000 J) placées à 60 cm et créant des illuminations de 4 ms (maximum de l'intensité à moins de 2 ms) avec au niveau de l'échantillon une fluence de $0,2 \text{ J cm}^{-2}$. La température surfacique était enregistrée par une caméra Jade LW Cedip à la fréquence image de 200 Hz. La plaque a été testée avec et sans revêtement de noir de carbone en face AV (Fig. 4a). Pour chaque essai, deux thermogrammes sont présentés : la température d'un pixel unique (courbe grise) et celle de la moyenne d'une zone circulaire centrale de 26 pixels, centrée sur ce pixel. On obtient ainsi deux thermogrammes différant par leur rapport signal à bruit (S/B) pris comme le rapport de l'échauffement final adiabatique à l'écart type du bruit de mesure, celui-ci passant de 14 à 46. L'échantillon non revêtu conduit à des température égale à 51% de celles d'un échantillon revêtu. Il ne sera pas exploité compte tenu de son faible S/B au profit de l'échantillon revêtu. Pour celui-ci, le revêtement a une influence sur la forme du début du thermogramme, ce qui est dû à l'effusivité du revêtement beaucoup plus faible que celle du Dural. Cet effet de structure bi-couche fait que la loi en $1/\sqrt{t}$ n'apparaît qu'après 100 ms. Aussi la régression polynomiale ne sera appliquée qu'après ce délai. Une mesure en face AR est également faite afin de disposer d'une valeur *a priori* plus fiable de la diffusivité (méthode de Parker). Dans ce cas, compte tenu que l'on opère avec la même fluence qu'en face AV, le S/B est très faible. On fait alors la moyenne d'une zone de 194 pixels ce qui conduit à un S/B de 62.

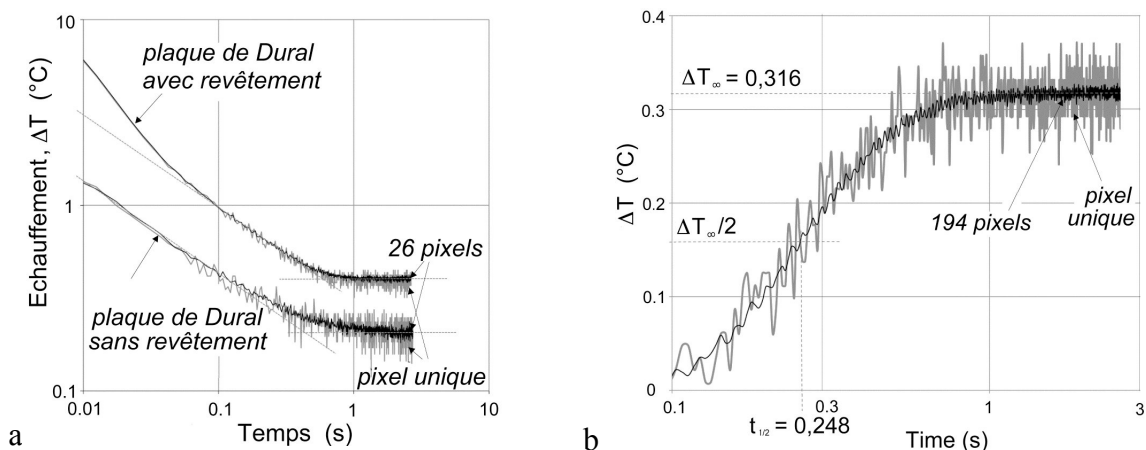


Figure 4 : Mesures sur une plaque de 10 mm d'épaisseur en Dural. a) en face avant, avec et sans revêtement de noir de carbone (pixel unique et moyenne de 26 pixels) ; b) en face arrière, permettant une détermination de la diffusivité à partir du temps de demi montée (pixel unique et moyenne sur 194 pixels).

Les résultats obtenus (temps critique t^* , diffusivité identifiée et différence par rapport à celle mesurée en face AR choisie comme référence, ou alternativement épaisseur identifiée et sa précision, coefficient R^2) sont rassemblés dans la table 2. Compte tenu du format réduit imposé ici, on ne donnera ni les courbes correspondantes issues du traitement TSR (polynômes P , P' et P''), ni des commentaires détaillés des résultats. On retiendra que : i) l'influence bénéfique d'une réduction du domaine temporel considéré pour le lissage n'est plus constatée, ii) l'augmentation du degré du polynôme P n'entraîne pas une augmentation du facteur R^2 , iii) les résultats sont meilleurs quand on réduit le bruit (augmentation de la précision et du R^2), iv) les résultats sont meilleurs avec la dérivée première, ceux de la dérivée seconde étant moins précis et plus erratiques.

type de mesure	Thermo-gramme exploité	Domaine temporel pour le lissage par polynôme P	Degré n polynôme P	source de l'information	coeff. R^2 de P	S/B (1σ)	temps critique t^* (s)	diffusivité identifiée ²		épaisseur identifiée ²	
								$\kappa = L^2/\pi t^*$ m ² s ⁻¹ x 10 ⁵	écart à Parker	$L = (\pi t^* \kappa_{Parker})^{1/2}$ cm	écart à la réalité

face avant	pixel unique	[0,10 - 2,65]	6	thermogramme ¹		14	0,607	5,24	-5,7%	1,030	3,0%	
				Polynôme P	0,870							
				dérivée 1 ^o (P')		0,586	5,43	-2,3%	1,012	1,2%		
			dérivée 2 nd (P'')		0,569	5,59	0,62%	0,997	-0,31%			
			9	Polynôme P	0,87							
				dérivée 1 ^o (P')		0,616	5,17	-7,1%	1,037	3,7%		
		dérivée 2 nd (P'')			0,659	4,83	-13,1%	1,073	7,3%			
		[0,30 - 1,50]	6	Polynôme P	0,648							
				dérivée 1 ^o (P')		0,628	5,07	-8,8%	1,047	4,7%		
				dérivée 2 nd (P'')		0,672	4,74	-14,8%	1,083	8,3%		
			9	Polynôme P	0,65							
				dérivée 1 ^o (P')		0,653	4,87	-12,3%	1,068	6,8%		
	dérivée 2 nd (P'')				0,720	4,42	-20,5%	1,121	12,1%			
	moyenne de 26 pixels	[0,10 - 2,65]	6	thermogramme ¹		46	0,578	5,51	-1,0%	1,005	0,48%	
				Polynôme P	0,99							
				dérivée 1 ^o (P')		0,581	5,48	-1,5%	1,007	0,74%		
			dérivée 2 nd (P'')		0,578	5,51	-1,0%	1,005	0,48%			
			9	Polynôme P	0,99							
				dérivée 1 ^o (P')		0,592	5,38	-3,3%	1,017	1,7%		
		dérivée 2 nd (P'')			0,621	5,13	-7,8%	1,041	4,1%			
		[0,30 - 1,50]	6	Polynôme P	0,95							
				dérivée 1 ^o (P')		0,568	5,60	0,79%	0,996	-0,39%		
				dérivée 2 nd (P'')		0,463	6,87	23,7%	0,899	-10,1%		
			9	Polynôme P	0,95							
dérivée 1 ^o (P')					0,571	5,57	0,26%	0,999	-0,13%			
dérivée 2 nd (P'')				0,491	6,48	16,6%	0,926	-7,4%				

¹ Intersection de la droite du régime de milieu semi infini et du plateau adiabatique final

² Identifications alternatives suivant la grandeur connue au départ.

face arrière	moyenne de 194 pixels		thermogramme localement lissé		62	0,250	$\kappa_{Parker} = 0,139 L^2/t_{1/2}$	5,56E-05
--------------	-----------------------	--	-------------------------------	--	----	-------	---------------------------------------	----------

Table 3 : Diffusivité et alternativement épaisseur de la plaque de Dural revêtue, identifiées à partir du thermogramme et des polynômes P' et P'' et comparaison à la mesure face AR (formule de Parker).

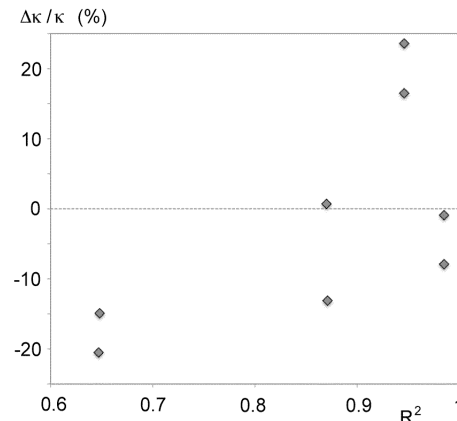
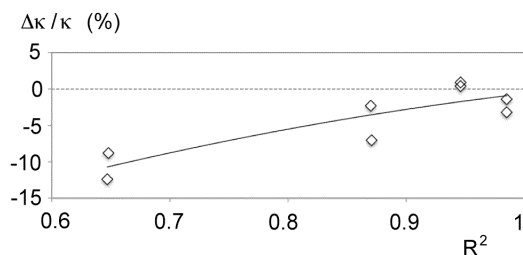


Figure 5 : Précision de la diffusivité identifiée en fonction du coefficient R^2 du polynôme P . Au-dessus : à partir de la demi montée de la dérivée première (P'), à droite : à partir du pic de la dérivée seconde (P'').

La question pratique est la suivante : comment choisir le degré du polynôme P et le domaine temporel du lissage ? L'optimisation du facteur R^2 est une réponse comme on le voit sur la Fig. 5, qui montre que précision de l'identification et R^2 sont bien corrélés, tout au moins pour la dérivée 1^e.

5. Conclusion et perspectives

La présente étude étant strictement limitée au cas de mesure de diffusivité (ou d'épaisseur) en face avant d'une plaque adiabatique, les conclusions résultant tant de la simulation que de l'expérience ne peuvent se généraliser à d'autres configurations. De l'étude théorique et de l'expérience réalisée sur une plaque de Dural, il résulte que l'influence du rapport signal à bruit du thermogramme est importante et bouscule certaines conclusions tirées de la seule simulation. Néanmoins, théorie et expérience montrent i) que l'utilisation du temps de demi montée de la dérivée première approximée par le polynôme dérivé P' pour l'identification de la diffusivité (ou de l'épaisseur) est plus fiable et plus précise que celle du temps du pic de la dérivée seconde (polynôme dérivé deux fois, P''), ii) que le coefficient de détermination R^2 est un bon indicateur de la qualité du filtrage-lissage réalisé par le polynôme P et qu'il peut être utilisé lors de l'optimisation du couple de paramètres constitué par le degré du polynôme P et l'étendue du domaine temporel considéré pour effectuer le filtrage-lissage, iii) que la mesure en face avant peut conduire à des précisions sur la diffusivité comparables à celle effectuées en face arrière.

Il serait intéressant de compléter cette étude par l'évaluation des précisions obtenues par la méthode préconisée récemment par Shepard [3] consistant à utiliser comme polynôme P la fonction résultant de la double intégration d'une gaussienne. Enfin, compte tenu du fait que la variance du bruit sur $\log_{10}[\Delta T(t)]$ est égale à $\sigma^2/\Delta T(t)$ pour un rapport signal/bruit suffisant sur $\Delta T(t)$ au temps t , la méthode pourrait être améliorée en utilisant pour l'identification des coefficients du polynôme, a_i , non plus les moindres carrés ordinaires, mais la version modifiée dans laquelle chaque carré de la différence mesure/modèle serait divisée par sa variance, approximée ici par $\sigma^2/\Delta T(t)$ [8,9].

Références

- [1] Shepard S.M., Ahmed T., Rubadeux B.A., Wang D., Lhota J.R., Synthetic processing of pulsed thermographic data for inspection of turbine components, *Insight*, Vol. 43, No 9, Sept. 2001, British Inst. of NDT, pp. 587-589.
- [2] Shepard S.M., Lhota J.R., Rubadeux B.A., Wang D., Ahmed T., Reconstruction and enhancement of active thermographic image sequences, *Opt. Engin.*, Vol. 42, No 5, 2003, pp. 1337-1342.
- [3] Shepard S.M., Hou J., Lhota J.R., Golden J.M., Automated processing of thermographic derivatives for quality assurance, *Opt. Engin.* Vol. 46, No 5, May 2007.
- [4] Shepard S.M., Lhota J.R., Ahmed T., Measurement limits in flash thermography, SPIE Thermosense XXXIth Conference, *Proc. SPIE Conf. Vol. 7299*, 2009.
- [5] Shepard S.M., Flash Thermography of Aerospace Composites, IVth Pan American Conf. for NDT, Oct. 2007, Buenos Aires, Argentina - <http://www.ndt.net/article/panndt2007/papers/132.pdf>.
- [6] Vavilov, V., Nondestructive Testing Handbook, Vol. 5, Book 1: Thermal/infrared testing, Spektr Publishing House, Moscow, 2009.
- [7] Balageas D., Chapis B., Deban G., Passilly F., Evaluation quantitative de l'amélioration apportée par la méthode TSR à la détection de défauts par thermographie stimulée impulsionnelle. Cas d'un patch composite instrumenté, *Actes Congrès Français de Thermique 2010*, Le Touquet.
- [8] Maillet D., *Communication personnelle*.
- [9] Petit D., Maillet D., Techniques inverses et estimation de paramètres, *Techniques de l'Ingénieur*, dossiers AF 4515, pp. 1- 18, et AF 4516, pp. 1-24, Paris, janvier 2008.