

Propagation d'un colorant dans un réseau convectif hexagonal.

Pierre CERISIER*, Marc MEDALE

Polytech' Marseille, Lab. IUSTI, UMR 6595 CNRS - Université de Provence, Technopole de Château-Gombert, 5 rue Enrico Fermi, 13453 Marseille Cedex 13, FRANCE

*(auteur correspondant : pierre.cerisier@polytech.univ-mrs.fr)

Résumé - On étudie expérimentalement et numériquement le transport d'un colorant dans un réseau hexagonal de Bénard-Marangoni. Le colorant se propage d'abord dans la cellule d'injection, puis de cellule en cellule. Trois mécanismes sont responsables de cette propagation : i) lorsque convection et diffusion moléculaire ont même direction et même sens, le transport du colorant se fait principalement par convection ($Pe \gg 1$) ; ii) lorsqu'ils sont de sens opposé, il est quasiment inexistant ; iii) lorsqu'ils sont perpendiculaires, il se fait uniquement par diffusion. Ces trois mécanismes interviennent au sein d'une même cellule, alors que seul le troisième est responsable du transport de cellule en cellule.

Nomenclature

C	concentration du colorant, kg.m^{-3}	ν	viscosité cinématique, $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
d	épaisseur, m	θ	température, K
\mathbf{u}	vecteur vitesse (u, v, w), m.s^{-1}	ρ	masse volumique, kg.m^{-3}
t	temps, s	ΔT	écart de température imposé, K
<i>Symboles grecs</i>		K	Diffusivité, $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
β	coef. d'expansion volumique, K^{-1}	<i>Indices</i>	
γ	coefficient de température de la tension superficielle, $\text{N.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	a	air
μ	viscosité dynamique, Pa.s	c	colorant
		l	liquide

1. Introduction

La diffusion de matière passive est d'un grand intérêt dans de nombreuses applications industrielles (comme les processus qui requièrent un mélange uniforme ou au contraire une distribution donnée d'impuretés), les plasmas, les problèmes d'environnement (dispersion des polluants) et l'astrophysique. Dans tous ces problèmes la dispersion du traceur résulte de la combinaison de la diffusion moléculaire ou particulaire et de la convection du fluide. De ce fait, il en résulte souvent une augmentation de la diffusion des impuretés.

Dans les rouleaux de Rayleigh-Bénard la convection est 2D, les deux mécanismes s'ajoutent et si l'advection est beaucoup plus grande que la diffusion il en résulte une forte augmentation du transport de l'impureté. Ce phénomène a été étudié théoriquement [1-6] et expérimentalement [7, 8]. La convection de Bénard-Marangoni (BM) est constituée près du seuil d'instabilité par un pavage de cellules convectives hexagonales. Dans chaque cellule le liquide monte dans la région centrale de la cellule et descend sur les bords et toute ligne de courant est fermée et située sur une surface verticale comme il est bien connu. La convection est un phénomène 3D, si bien que l'advection et la diffusion agissent de manière différente selon la position dans la cellule. A notre connaissance, deux travaux seulement ont été

consacrés à cette étude l'un expérimental [9], l'autre théorique [10]. Le but de ce travail est de compléter les rares résultats précédents et d'élargir la compréhension de la dispersion du colorant dans BM en précisant les mécanismes intimes.

2. Modèle numérique

Pour modéliser la dispersion d'un scalaire passif on opère en deux temps : on établit d'abord la convection du fluide puis la dispersion démarre dans la structure convective figée.

2.1. Convection de Bénard-Marangoni

Classiquement les équations adimensionnées sont :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{u} + Ra \theta \mathbf{e}_z \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta = \nabla^2 \theta \quad (3)$$

avec les conditions aux limites :

- sur les parois solides : $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ (4)

- et sur la surface libre : $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$; $\frac{\partial u}{\partial z} = -Ma \frac{\partial \theta}{\partial x}$; $\frac{\partial v}{\partial z} = -Ma \frac{\partial \theta}{\partial y}$. (5)

le transfert de chaleur est :

- sur la paroi inférieure chauffée : $\theta = 1$ (6)

- sur les parois latérales : $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$ (7)

- et à travers la surface libre : $\frac{\partial \theta}{\partial n} = -Bi \theta$ (8)

où $Bi = \frac{d_l k_a}{k_l d_a}$, $Ma = \frac{\gamma d_l \Delta T}{\mu \kappa}$, $Ra = \frac{\beta g d_l^3 \Delta T}{\nu \kappa}$ et $Pr = \frac{\nu}{\kappa}$ sont respectivement les nombres de

Biot, Marangoni, Rayleigh et Prandtl.

1.2. Dispersion du colorant moléculaire passif

L'évolution temporelle du colorant passif obéit à l'équation classique d'advection-diffusion :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) C = Pe \nabla^2 C \quad (9)$$

où C désigne la concentration du colorant et Pe est le nombre de Peclet défini par $Pe = \frac{\gamma d_l \Delta T}{\rho \kappa \kappa_C}$, (où κ_C est la diffusivité du colorant dans le liquide).

On ajoute à cette équation de conservation le fait que la concentration est maintenue constante au centre de la cellule centrale :

$$C(x^2+y^2 < 0.1, 0 \leq z \leq 1, t > 0) = 1 \tag{10}$$

et que le colorant ne pénètre pas dans les parois solides et ne traverse pas la surface libre :

$$\frac{\partial C}{\partial n} = 0 \tag{11}$$

1.3. Modèle numérique

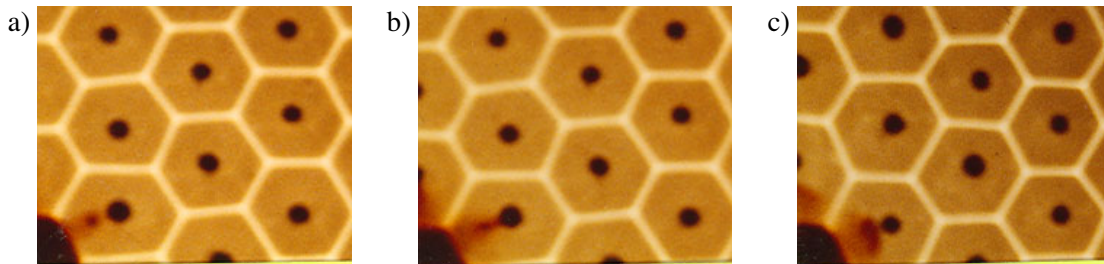
Un modèle d'éléments finis a été développé pour résoudre le système d'équations (1-11), avec lequel de nombreuses validations sur la convection de BM ont été effectuées [11].

2. Résultats

2.1. Expérience

Le dispositif expérimental est essentiellement constitué d'un récipient cylindrique (diamètre 8 cm) dont les parois latérales sont en plastique. Le fond est plat, horizontal et en cuivre poli. Un ensemble de cônes en cuivre est disposé sur le fond, selon un réseau hexagonal régulier, dont le nombre d'onde est celui du réseau convectif sélectionné juste au dessus du seuil. Ce dispositif permet de maintenir indéfiniment le même réseau convectif. Le liquide (épaisseur : 1 mm) est une huile aux silicones ($Pr \approx 900$ at $20^\circ C$), uniformément chauffé par le bas et refroidi par le haut, grâce à deux circuits d'eau thermostatée. Dans un premier temps, le réseau convectif est établi pour $Ma \approx 1.1Ma_c$ (nombre de Marangoni critique), puis le colorant est ensuite injecté au centre de la cellule située au milieu du récipient et la dispersion démarre aussitôt.

La figure 1 montre la progression du colorant dans les premières cellules voisines de la cellule d'injection (pour des raisons de symétrie, seul un quart du plan est représenté). Cet envahissement se fait par les apothèmes (fig. 1a) définissant un coin qui va s'élargissant (fig. 1b-1e) et s'appuyant sur le centre de la cellule. Dans les figures 1f-1i, la contamination des cellules secondes voisines commence, et celle des troisièmes voisines débute. Il est important de noter que le colorant ne franchit pas l'axe d'une cellule mais le contourne.



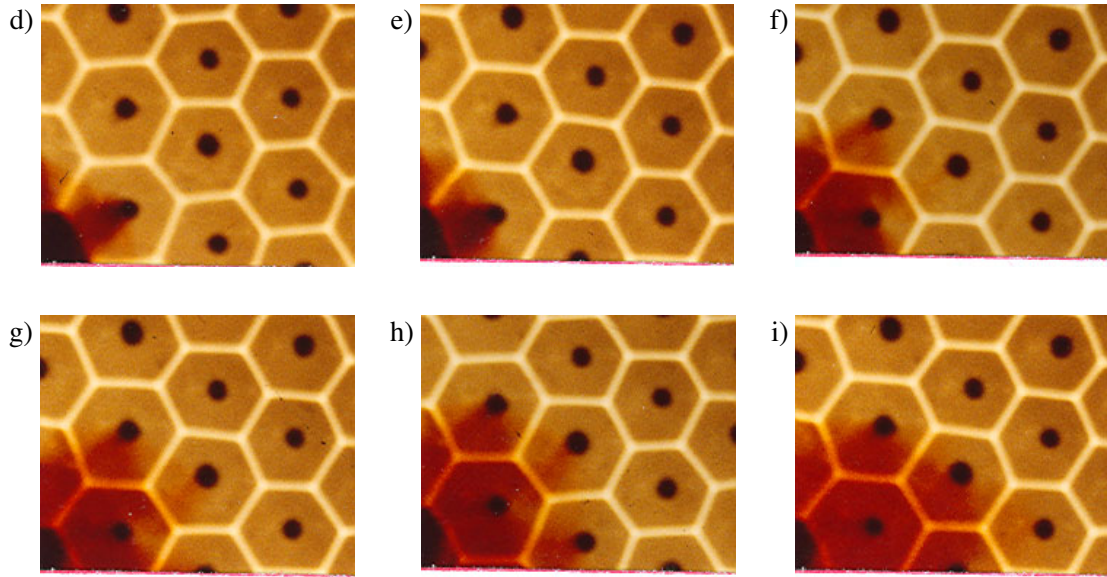
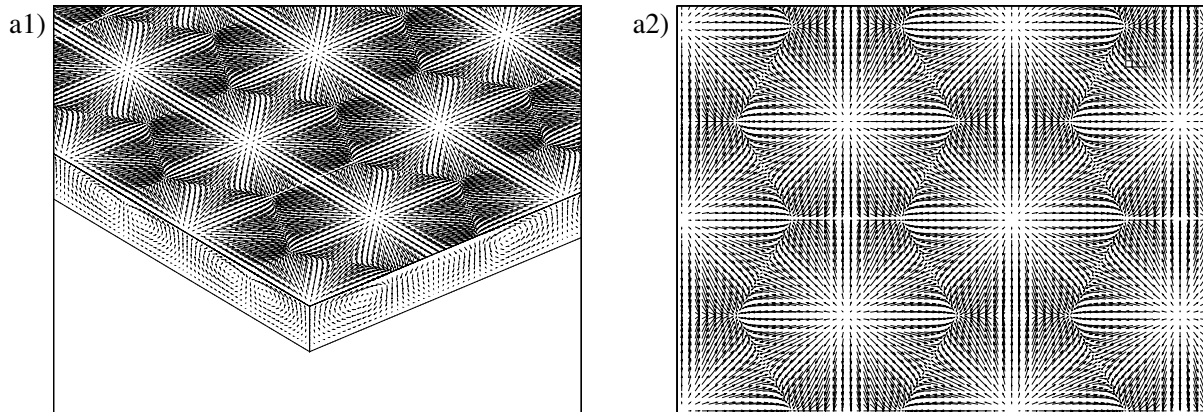


Figure 1. Evolution temporelle de la diffusion du colorant dans un réseau convectif de Bénard-Marangoni (les points noirs au centre des cellules sont les minuscules cônes en cuivre)

2.2. Calculs et discussion

Les calculs ont été conduits dans un quart du domaine pour raison de symétrie, avec les valeurs des paramètres de contrôle suivants : $Ma = 85$, $Ra = 0$, $Bi = 0.1$, $Pr = 900$ et $Pe = 1000$. La figure 2 montre dans la partie gauche une vue isométrique centrée sur l'injection du colorant et, à droite, une vue de dessus du champ de concentration. La figure 2a donne le champ de vitesse tandis que l'évolution temporelle de la concentration du colorant est montrée à $t=25s$, $t=50s$ et $t=75s$ sur les figures 2b-2d.



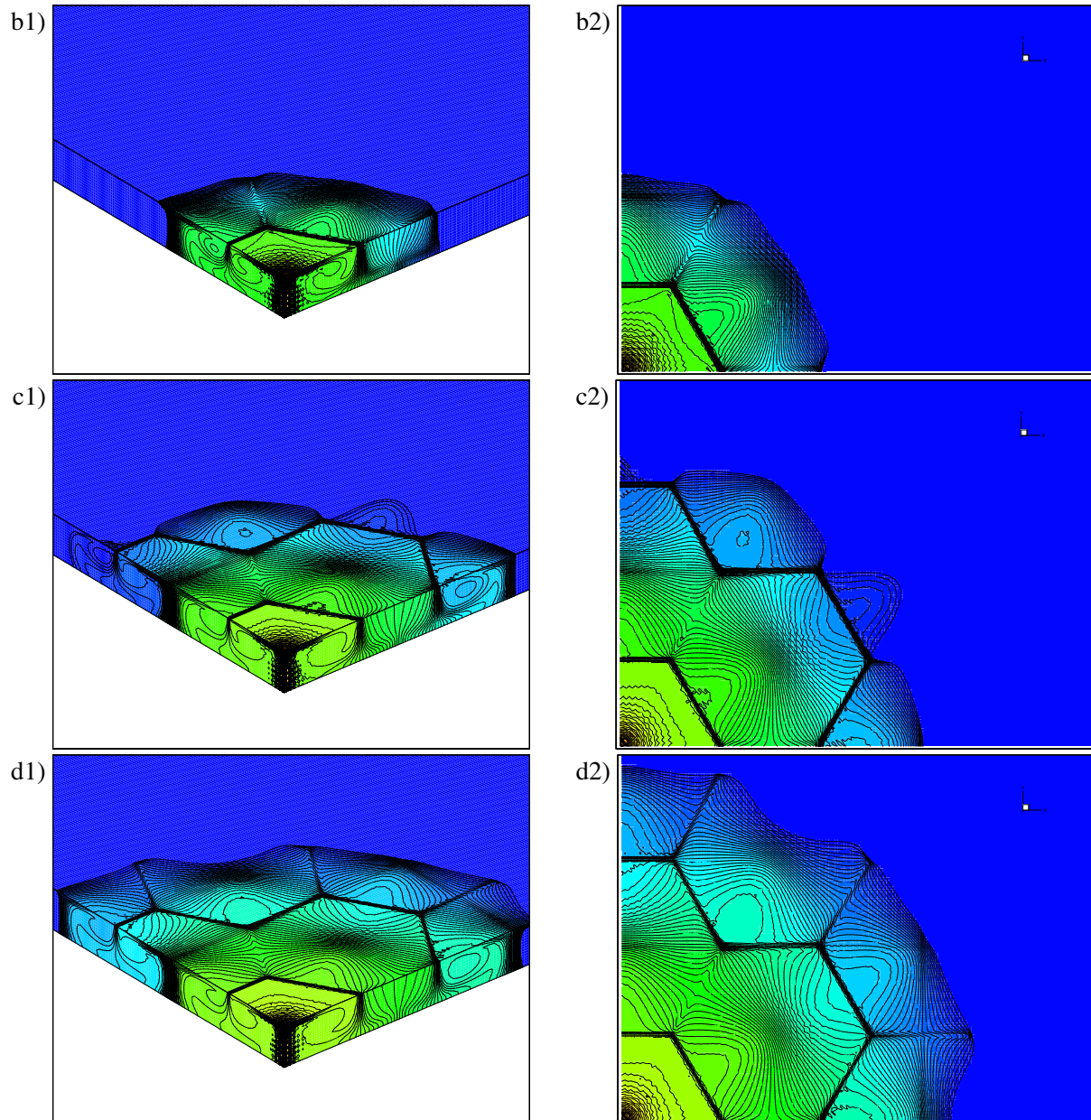


Figure 2. *Vue isométrique (à gauche) et de dessus (à droite) des champs de vitesse et de concentration dans le réseau hexagonal de Bénard-Marangoni*

On peut distinguer deux mécanismes de base dans la dispersion : i) la dispersion de cellule en cellule qui se produit par diffusion moléculaire à travers la face intercellulaire ; ii) la dispersion à l'intérieur d'une cellule qui a essentiellement deux aspects différents selon que les flux convectifs et diffusifs s'additionnent ou s'opposent. Ainsi la dispersion dans une cellule dépend fortement des coordonnées : dans le premier cas la convection régit le phénomène (\mathbf{u} et ∇C de même sens), pour Pe considéré, tandis que dans le second c'est la diffusion (\mathbf{u} et ∇C de sens opposés ou perpendiculaires).

3. Conclusion

La dispersion d'un colorant passif dans le réseau convectif de Bénard-Marangoni a été étudiée expérimentalement et numériquement. Un bon accord a été observé entre les deux sortes de résultats. Le modèle numérique a permis de préciser les mécanismes locaux de la dispersion alors que l'expérience ne donne qu'un résultat global intégré sur l'épaisseur de la couche de liquide. Cette étude a permis de confirmer que la région centrale d'une cellule offre une grande résistance à la diffusion. Les régions où le courant et la diffusion sont de même sens conduisent à un transfert important. A cause de son caractère 3D la convection BM présente un mécanisme dispersif tout à fait différent de celle de Rayleigh-Bénard qui est 2D. Il reste maintenant à calculer les coefficients de diffusion locaux, le coefficient de diffusion effectif moyen et l'influence des différents paramètres physiques, ce qui fera l'objet du prochain travail.

Références

- [1] M. N. Rosenbluth, H. L. Berk, I. Doxas, W. Horton, Effective diffusion in laminar convective flows, *Phys. Fluids* **30** (1987), 2636-2643.
- [2] W. Young., A. Pumir, Y. Pomeau, Anomalous diffusion of tracer in convection rolls, *Phys. Fluids* **A1** 3 (1989), 462-469.
- [3] R. Camassa, S. Wiggins, Chaotic advection in a Rayleigh-Bénard flow, *Phys. Rev. A* **43** 2 (1991), 774-797.
- [4] P. A. Kalugin, A. V. Sokol, E. B. Tatarinova, Analytical properties of the effective-diffusion coefficient in periodic flows, *Europhys. Lett.* **13** 5 (1990), 417-421.
- [5] B. I. Shraiman, Diffusive transport in Rayleigh-Bénard convection cell, *Phys. Rev. A* **36** 1 (1987), 261-267.
- [6] Y. Pomeau, Dispersion dans un écoulement en présence de zones de recirculation, *C. R. Acad. Sci. Paris* **301** II (1985), 1323-1327.
- [7] T. H. Solomon, J. P. Gollub, Passive transport in steady Rayleigh-Bénard convection, *Phys. Fluids* **31** (1988), 1372-1379.
- [8] O. Cardoso, P. Tabeling, Anomalous diffusion in a Linear Array of Vortices, *Europhys. Lett.* **7** 3, (1988), 225-230.
- [9] Ceriser P and Lin M, Diffusion of tracer in a pattern of convective hexagonal cells, *Phys. Chem. Hydrodun.* **11** 5/6 (1989), 645-657.
- [10] A. M. Dykhne, M. B. Isichenko, W. Horton, Diffusion in laminar Rayleigh-Bénard convection : Boundary layers versus boundary tubes, *Phys. Fluids* **6**, 7 (1994), 2345-2351.
- [11] M. Medale, P. Cerisier, Numerical simulation of Bénard-Marangoni convection in small aspect ratio containers, *Numerical Heat Transfer. A* **42** (2002), 55-72.