Etude numérique de la convection mixte dans une cavité carrée munie de plusieurs entrées.

Mamdouh BELHI* et Saadoun BOUDEBOUS

L.E.A.P. (Laboratoire d'Energétique Appliquée et de la Pollution)

Département de Génie Mécanique, Université Mentouri de Constantine Algérie.
*(auteur correspondant : belhimamdouh @ yahoo.fr)

Résumé - La convection mixte dans des espaces confinés reste un sujet important, tant pour ses applications pratiques dans l'industrie, que pour les questions fondamentales qu'elle soulève. Dans ce travail, nous nous intéressons à la simulation numérique de la convection mixte laminaire dans une cavité carrée ayant plusieurs entrées. Une revue de la littérature montre que tous les travaux utilisant la formulation « fonction de courant ψ et vorticité ω » et portant sur la ventilation des cavités considèrent une seule entrée du fluide. L'absence d'études concernant plusieurs entrées du fluide dans la cavité justifie cette investigation.

Nomenclature

g accélération de la gravité, $m.s^{-2}$
L largeur, m
t temps, s
T température, K
U composante horizontale de la vitesse adim.
V composante verticale de la vitesse adim.
X coordonnée horizontale adimensionnée
Y coordonnée verticale adimensionnée

Symboles grecs

α diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
β coefficient de dilatation, K^{-1}
ν viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
ψ fonction de courant adimensionnée
ω vorticité adimensionnée
τ temps adimensionné
θ température adimensionnée

Indices

o état de référence
w paroi chaude
n normal à la paroi

1. Introduction

La convection dans des espaces confinés est devenue un sujet classique. Les articles ayant traité de ce sujet sont trop nombreux pour être tous cités ici. Une revue exhaustive de certains travaux disponibles est signalée dans la référence [1] et plus récemment dans [2]. Parmi les études qui ont considéré la ventilation des cavités en utilisant la formulation« ψ-ω » nous pouvons citer ceux figurant dans les références [3] et [4], lorsque la cavité est rectangulaire, celui figurant dans [5] lorsque la cavité est trapézoïdale, avec une ventilation horizontale dans les deux cas, et enfin ceux figurant dans les références [6], et [7] lorsque la cavité est carrée avec une ventilation verticale. L'absence d'études concernant plusieurs entrées du fluide dans la cavité en utilisant la formulation « ψ-ω » nous a motivé à entreprendre cette investigation. Le problème physique considéré est schématisé par la figure 1.

2. Equations

Le problème considéré est gouverné par les équations couplées de Navier-Stokes, tenant compte de l'hypothèse classique de Boussinesq, et de l'énergie dans laquelle le terme de la dissipation visqueuse a été négligé [8]. La fonction de courant et la vorticité sont définies par les relations suivantes:

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \qquad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \qquad \omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \tag{1}$$

Compte tenu des hypothèses simplificatrices et des définitions précédentes les équations adimensionnelles à résoudre s'écrivent de la façon suivante:

Equation de la fonction de courant:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -\omega \tag{2}$$

Equation de la vorticité:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U\frac{\partial \omega}{\partial X} + V\frac{\partial \omega}{\partial Y} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2}\right) + Ri\frac{\partial \theta}{\partial X} \tag{3}$$

Equation de l'énergie:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U\frac{\partial \theta}{\partial X} + V\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right) \tag{4}$$

Re, Ri et Pr dénotent, respectivement, les nombres de Reynolds, de Richardson et de Prandlt et sont définis par les relations suivantes:

$$\mathrm{Re} = \frac{V_o L}{\nu} \qquad \mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \qquad Ri = \frac{Gr}{\mathrm{Re}^2} \qquad Gr = \frac{g\beta(T_w - T_o)L^3}{\nu^2}$$

Gr représente le nombre de Grashof et les autres grandeurs sans dimensions utilisées sont :

$$X = \frac{x}{L} \qquad Y = \frac{y}{L} \qquad U = \frac{u}{V_o} \qquad V = \frac{v}{V_o} \qquad \theta = \frac{T - T_o}{T_w - T_o} \qquad \tau = \frac{V_o t}{L}$$

Initialement le fluide est au repos et sa température adimensionnelle est nulle dans toute la cavité. La paroi gauche de celle-ci est soumise à une température adimensionnelle égale à 1. La condition d'adiabacité (gradient de température aux parois nul) est adoptée pour les autres parois. Le fluide pénètre, avec une vitesse adimensionnelle uniforme égale à 1, dans la cavité par les différentes ouvertures disposées de part et d'autre par rapport à l'axe vertical de symétrie. La valeur de la fonction de courant est égale à 0 sur la paroi gauche alors que sur les autres parois elle résulte de l'intégration des équations (1). La vorticité sur les parois solides est évaluée par un développement de Taylor, du premier ordre, de la fonction de courant à la paroi. L'expression mathématique de cette condition est:

$$\omega_P = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2}$$

A la sortie nous avons adopté une condition non restrictive exprimée par la relation suivante :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} = 0$$

Φ représente θ, ω, ψ, U ou V. La largeur de la sortie du fluide est prise égale à 0.1 et la somme de toutes les largeurs des différentes entrées situées sur la paroi inférieure est aussi égale à 0.1.

Le transfert de chaleur à partir de la paroi chaude est exprimé par le nombre de Nusselt moyen défini par l'intégrale suivante :

$$Num = \int_0^1 \left[-\frac{\partial \theta}{\partial X}\right]_{X=0} dY$$

3. Procédure numérique

Les équations (1-4), en tenant compte des conditions aux limites, sont résolues par la méthode des différences finies. La discrétisation temporale est assurée par la méthode A.D.I. (Alternating Direction Implicit) [9]. Les termes diffusifs ainsi que ceux relatifs aux forces d'Archimède sont discrétisés en utilisant des différences centrales, alors que les termes convectifs sont discrétisés à l'aide d'un schéma hybride. Les systèmes d'équations algébriques obtenus relatifs à la vorticité et à la température sont résolus par l'algorithme de Thomas. L'équation de la fonction de courant est résolue par la méthode itérative de sur-relaxations successives et sa convergence est obtenue à chaque pas de temps. Nous avons utilisé un maillage non uniforme, très dense près des parois pour tenir compte des gradients importants dans ces couches limites.

Nous avons testé la dépendance de la solution par rapport au maillage et nous avons constaté un écart de l'ordre de 1% entre les valeurs du nombre de Nusselt moyen, déterminées avec des maillages non uniformes de 121x121 et de 151x151. Finalement nous avons opté pour une grille de 161x161 pour tenir compte du nombre assez élevé des différentes entrées du fluide dans la cavité.

Le code de calcul développé pour cette étude a été validé en considérant les travaux figurant dans la référence [10]. Le profil de la vitesse axiale à X=0.5 ainsi que la répartition des lignes de courant ont été comparés et les résultats sont en bon accord, ce qui confirme la fiabilité du code.

4. Résultats

Toutes les simulations ont été réalisées en considérant les valeurs des nombres de Richardson, de Prandlt et de Grashof respectivement de 5, 0.7 et 10^6. Le temps adimensionnel total est de 80. (Régime établi), avec un pas $\Delta\tau$ fixé à 4. 10^{-4}. Le nombre d'entrées varie de 1 à 40, mais pour plus de clarté nous avons présenté les résultats pour 1, 2, 4,12, 20 et 32 entrées.

L'évolution temporelle du nombre de Nusselt moyen est représentée sur la figure 2 pour les différents nombres d'entrées. D'une manière générale ce nombre décroît brusquement pendant les tous premiers instants (transport de la chaleur par conduction), ensuite il subit de légères oscillations très courtes dans le temps, probablement dues à l'apparition et au développement de zones de recirculation du fluide, puis il diminue régulièrement pour se stabiliser à une valeur fixe. L'augmentation du nombre d'entrées du fluide dans la cavité a pour conséquence la diminution de ce nombre et celle-ci devient insignifiante pour un nombre d'entrées égale ou supérieur à 12.

Les isothermes et les trajectoires sont représentées sur la figure 3a et 3b respectivement. La répartition de ces deux caractéristiques dépend du nombre d'entrées. Pour une seule entrée, l'écoulement est subdivisé en trois parties. L'écoulement principal, constituant la première partie, a lieu le long de la paroi chaude. La seconde partie est caractérisée par une zone de recirculation du fluide, dans le sens horaire, située dans la tranche supérieure de la cavité et qui se prolonge, sur une petite épaisseur, jusqu'à l'entrée de celle-ci. La troisième partie est formée par une autre zone de recirculation, dans le sens anti-horaire, située dans la partie inférieure droite de la cavité. La première zone favorise le transfert de la chaleur vers la paroi droite et la seconde la défavorise. Lorsque le nombre d'entrées augmente, tout en restant inférieur à 12, nous notons la présence de tourbillons causés par l'entrée du fluide ainsi que le rétrécissement progressif de la zone de recirculation supérieure. Ceci améliore la ventilation de la partie inférieure droite de la cavité. Lorsque le nombre d'entrées est supérieur à 12, nous remarquons que les isothermes conservent pratiquement la même position dans la cavité. La hauteur de la zone de recirculation se réduit graduellement et se scinde en deux tourbillons (nombre d'entrées égal à 32), l'un situé près de l'entrée et l'autre dans le coin supérieur droit. Les particules fluides pénètrent dans la cavité en ayant une certaine énergie cinétique qui leur permet de s'élever progressivement à l'intérieur de la cavité en empruntant des trajectoires de forme parabolique jusqu'à la paroi chaude où elles sont convectées, grâce aux forces d'Archimède, jusqu'à la sortie. Ceci a pour conséquence directe de confiner l'écoulement principalement le long de la paroi chaude empêchant ainsi la propagation de la chaleur vers la partie droite de la cavité. Les valeurs du nombre de Nusselt moyen étant proportionnelles au gradient de température à la paroi chaude, elles tendent vers une valeur fixe lorsque le nombre d'entrées augmente à partir de 12.

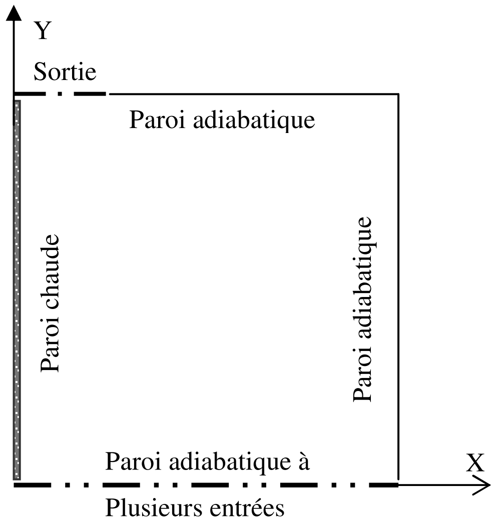


Figure 1 : *Schéma de la cavité*

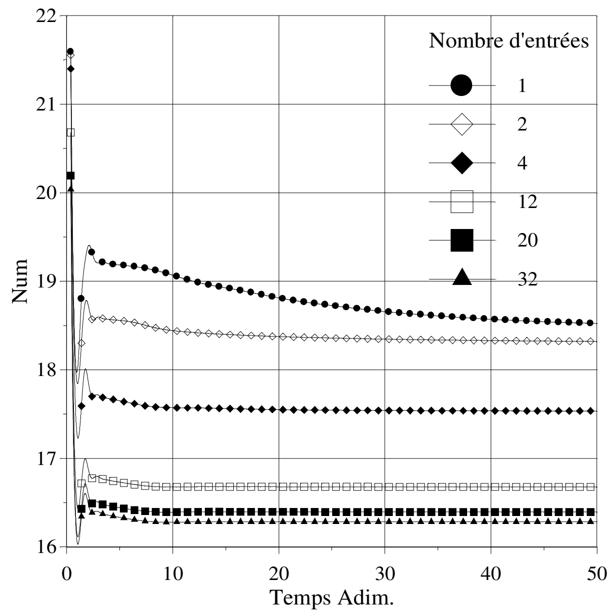
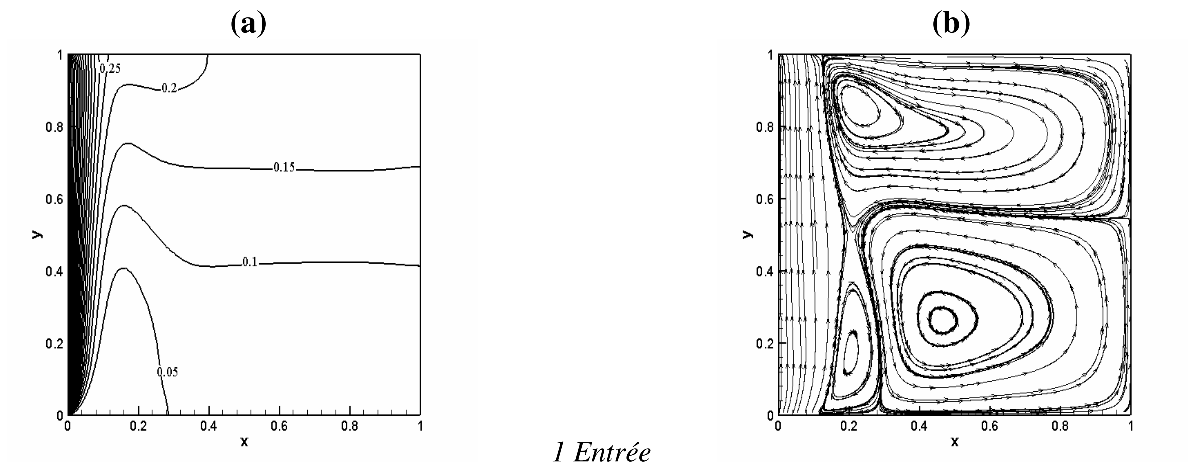
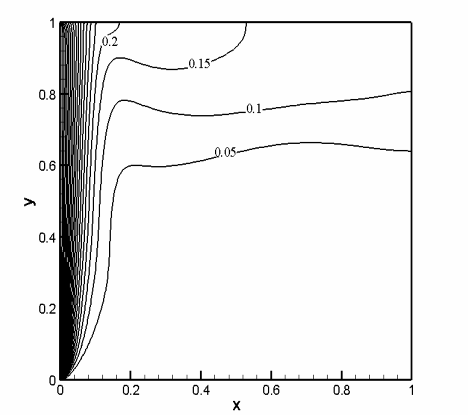


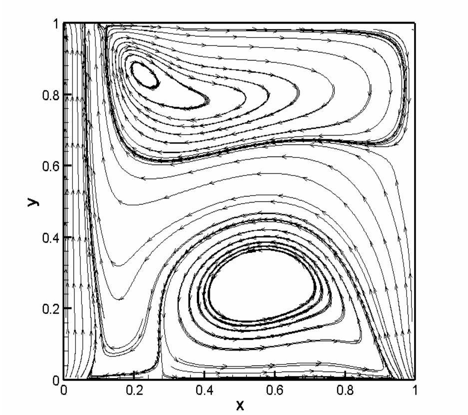
Figure 2 : *Evolution du nombre de Nusselt moyen pour les différents nombres d'entrées.*



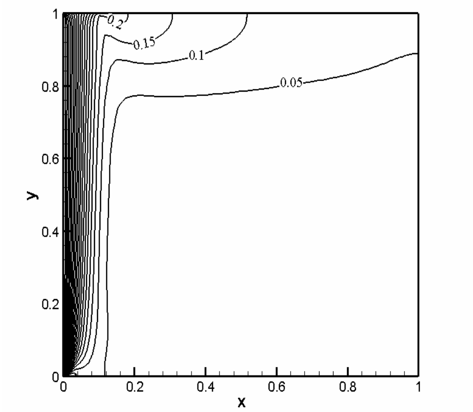
1 Entrée

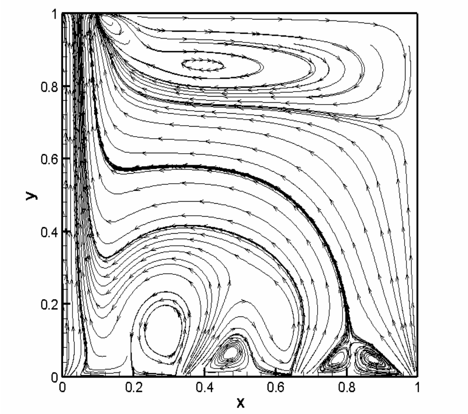
Figure 3 : *Isothermes (a) et lignes de courant (b) pour les différents nombres d'entrées*



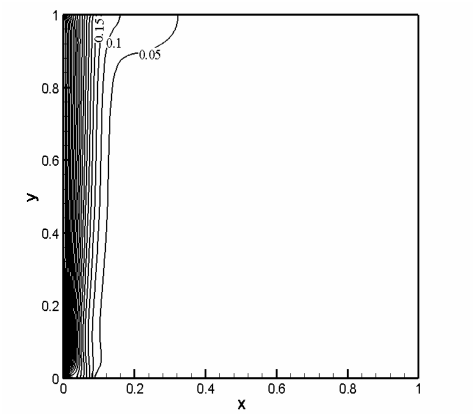


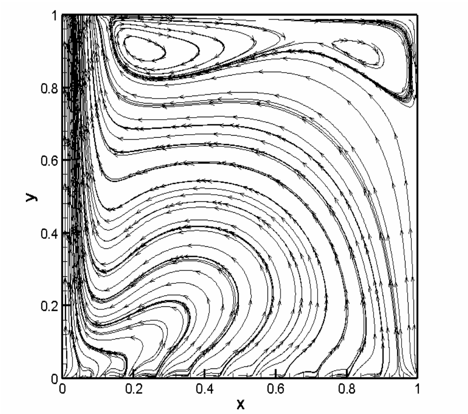
2 Entrées



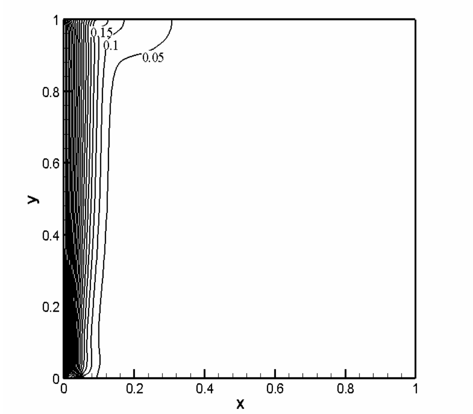


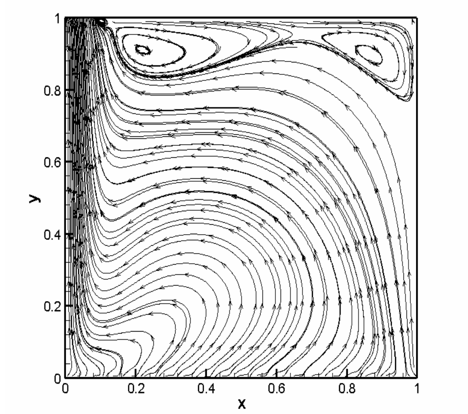
4 Entrées





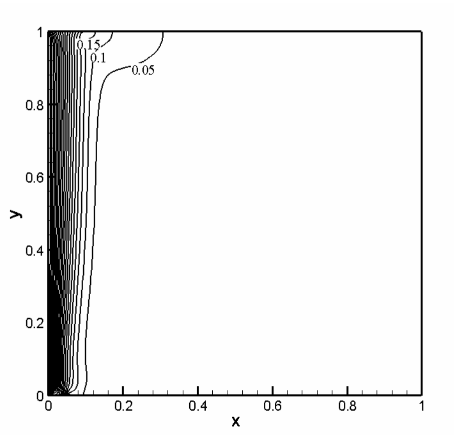
12 Entrées

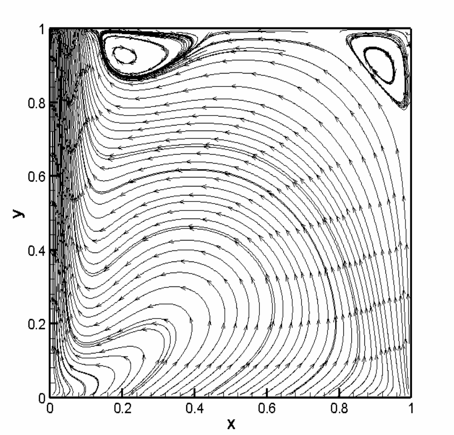




20 Entrées

Figure 3 : *suite*





32 Entrées

Figure 3 : *suite*

5. Conclusion

La convection mixte se développant au sein d'une cavité dont la paroi verticale gauche est soumise à une température fixe et dont la paroi inférieure possède plusieurs entrées a été étudiée numériquement à l'aide d'une formulation fonction de courant-vorticité (ψ-ω). Les premiers résultats montrent qu'au-delà d'un nombre d'entrées critique (12 pour le cas considéré) la répartition des isothermes et des lignes de courant dans la cavité étudiée reste pratiquement inchangée. Les prochaines étapes vont nous permettre une étude plus détaillée de ce nombre critique pour les autres cas de ventilation de la cavité (convection naturelle et forcée).

Références

[1] S.Ostrach, Natural convection in enclosures, *J. Heat Transfer ASME* 110 (1988), 1175.

[2] T.Fusegi, and J.M. Hyun, Laminar and transitional natural convection in an enclosure with complex and realistic conditions, *Int. J. Heat Fluid Flow.* 3 (1994), 258-268.

[3] M. Farge et P. Duhamel, Simulation numérique du régime thermo hydraulique transitoire d'un jet bidimensionnel injecté dans une cavité rectangulaire, *Int. J. Heat Mass Transfer* 24-10 (1981), 1599-1609.

[4] A. Raji, et M. Hasnaoui, Correlations en convection mixte dans des cavités ventilées. *Rev. Gen. Therm.* 37, (1988), 874-884.

[5] I. Tmartnhad, M. Najam, M. El Alami, R. Sehaqui, F. Penot, Convection mixte dans une cavité trapézoïdale chauffée par le bas, *12ème Journées Internationales de Thermique*, (Tanger, Maroc 15-17Noembre 2005), 363-365.

[6] D.Angirasa Mixed convection in a vented enclosure with an isothermal vertical surface, *Fluid Dynamics Research* 26, (2000), 219-233.

[7] S.Boudebous and Z.Nemouchi, Heat transfer by unsteady laminar mixed convection in 2-D ventilated enclosures using the vorticity-stream function formulation, *Advanced Computational Methods in Heat Transfer IX WIT Transactions on Engineering Sciences,* Vol.53 (2006), 33-42.

[8] R.B Bird, W.E. Stewart, and E.N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, John Wiley & Song,

[9] D.W.Peaceman, and H.H. Rachford, Numerical solution of parabolic and elliptic differential equations, *J. Soc. Indust. Appl. Math.* 3, (1955), 28-41.

[10] B. Song, G.R. Liu, and K.Y. Lam, Four-point interpolation schemes for convective fluxes *Numerical Heat Transfer, Part B*, 35, (1999), 23-39.