

# Influence de la position et de l'orientation du champ magnétique sur la convection thermomagnétique en cavité

Eyad DABBOURA<sup>1\*</sup>, Hamou SADAT<sup>1</sup>, Christian PRAX<sup>2</sup>

1 Laboratoire des études thermiques, Esip, 40, Av du Recteur Pineau - 86022 Poitiers

2 Laboratoire des études aérodynamiques, bât K, 40, Av du Recteur Pineau - 86022 Poitiers

\*(auteur correspondant : [eyad.dabboura@etu.univ-poitiers.fr](mailto:eyad.dabboura@etu.univ-poitiers.fr))

**Résumé :** Nous proposons une étude numérique de la convection naturelle dans l'air dans une cavité carrée différentiellement chauffée en présence d'un champ magnétique externe. L'influence de la position des aimants et de la valeur du champ magnétique a été examinée pour un nombre de Rayleigh de  $10^5$  et pour différentes valeurs du champ magnétique. Nous montrons d'abord qu'il existe des positions optimales permettant d'augmenter ou de réduire notablement les vitesses de convection. Nous examinons ensuite le cas de la convection thermomagnétique en absence de pesanteur.

## Nomenclature

$B$	champ magnétique, Tesla		<i>Symboles grecs</i>
$B_o$	champ magnétique maximum, Tesla	$\chi$	susceptibilité magnétique, $m^3 s^{-2} A^{-1} tesla^{-1}$
$g$	gravité, $m.s^{-2}$	$\mu_0$	perméabilité absolue du vide, $vs A^{-1} m^{-1}$
$f$	force magnétique, N	$\rho$	masse volumique du fluide, $kg.m^{-3}$
$Ra$	nombre de Rayleigh	$\alpha$	Diffusivité thermique, $m^2 s^{-1}$
$P$	pression, Pa	$\theta$	Température sans dimension.
$Pr$	nombre de Prandtl	$\nu$	Viscosité cinématique, $m^2 s^{-1}$
$T$	température, K	$\Psi$	Fonction de courant sans dimension
$u, v, w$	composantes de vitesse $ms^{-1}$	$\Omega$	Vorticité sans dimension.
$U, V, W$	composantes de vitesse sans dimension	<i>Indices</i>	
		$ref$	Référence

## 1. Introduction

L'application d'un gradient de champ magnétique peut, sous certaines conditions, modifier l'écoulement de l'air en raison des propriétés paramagnétiques de l'oxygène [1-7]. L'oxygène est en effet un milieu paramagnétique dont la susceptibilité est positive, relativement élevée ( $\chi=0,38.10^{-6}$  à 293K) et varie avec la température suivant la loi de Curie

$$\chi(T) = \frac{C}{T} = \frac{\chi_{ref} T_{ref}}{T} \quad (1)$$

La valeur de référence  $\chi_{ref}$  de la susceptibilité magnétique est prise à la température de référence  $T_{ref}= 293.15$  K. La force magnétique par unité de volume générée dans un tel milieu sous l'effet d'un gradient de champ magnétique s'exprime alors sous la forme :

$$\vec{f} = \frac{\chi(T)}{\mu_0} \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \vec{B} = \frac{\chi_{ref} T_{ref}}{\mu_0 T} \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \vec{B} \quad (2)$$

Un gradient de température dans le fluide conduit ainsi à une variation spatiale de cette force de volume qui crée le mouvement. Nous avons considéré ici le cas d'une cavité carrée

de dimension (1x1) (fig. 1) dont les parois verticales actives sont maintenues à 293 K et 298 K respectivement tandis que les parois horizontales sont supposées adiabatiques. Cette cavité est placée dans un dispositif générant un gradient de champ magnétique dans la direction verticale cas (1) ou horizontale cas (2). Les variations spatiales des champs magnétiques sont modélisées à l'aide de profils gaussiens sous les formes suivantes :

$$B(y) = B_0 \cdot e^{-\zeta(y-y_m)^2} \text{ et } B(x) = B_0 \cdot e^{-\zeta(x-x_m)^2} \text{ avec } \zeta = -2.8341 \cdot \ln(10^{-2}) \quad (3)$$

$y_m$  et  $x_m$  représentent l'ordonnée ou l'abscisse du point où le champ est maximum.

La fig. 2 montre à titre d'exemple les forces magnétiques et les isothermes pour  $y_m=0.5$ ,  $Ra=10^5$  et  $Bo=6$  Tesla.

## 2. Equations générales

Dans la formulation en variables secondaires, les équations de Navier-stokes adimensionnelles s'écrivent :

$$\Delta\Psi = -\Omega \quad (4)$$

$$U \cdot \frac{\partial\Omega}{\partial X} + V \cdot \frac{\partial\Omega}{\partial Y} = Pr \cdot \Delta\Omega + Pr \cdot Ra \cdot \frac{\partial\theta}{\partial X} - Pr^2 \cdot Gm \cdot L \cdot \frac{293,15 \cdot \Delta T}{(\Delta T \cdot \theta + T_f)^2} \cdot B^+(y) \cdot \frac{\partial B^+(y)}{\partial y} \cdot \frac{\partial\theta}{\partial X} \quad (5)$$

$$U \cdot \frac{\partial\theta}{\partial X} + V \cdot \frac{\partial\theta}{\partial Y} = \Delta\theta \quad (6)$$

Les différentes grandeurs ont été adimensionnées comme suit :

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{L} & Y &= \frac{y}{L} & U &= \frac{u \cdot L}{\alpha} & V &= \frac{v \cdot L}{\alpha} & \Omega &= \frac{w \cdot L^2}{\alpha} \\ \Psi &= \frac{\psi}{\alpha} & \theta &= \frac{T - T_f}{T_c - T_f} & B^+(y) &= \frac{B(y)}{B_0} \\ \text{Et avec} & & Ra &= \frac{L^3 g \beta (T_c - T_f)}{\nu \alpha}, & Pr &= \frac{\nu}{\alpha}, & Gm &= \frac{\chi_{ref} L^2 B_0^2}{\mu_0 \nu^2} \end{aligned}$$

Le paramètre adimensionnel Gm (qui quantifie la vigueur du champ magnétique) caractérise, avec les nombres de Rayleigh et de Prandtl, l'écoulement. Nous avons résolu les équations (4-5) par une méthode de type meshless dont les détails peuvent être trouvés par ailleurs [8-9]

## 3. Résultats

### 3.1. Écoulement en présence de gravité :

Afin d'examiner l'influence de la position des aimants sur la convection naturelle, nous avons choisi de présenter les valeurs maximales en module des vitesses horizontale et verticale qui valent respectivement  $U_{max}=44.1326$  et  $V_{max}=68.249$  en absence de champ magnétique (convection naturelle) pour le nombre de Rayleigh de  $10^5$  que nous avons considéré ici.

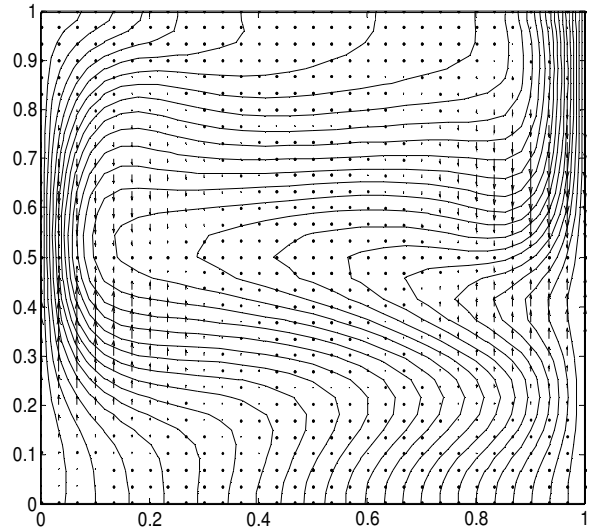
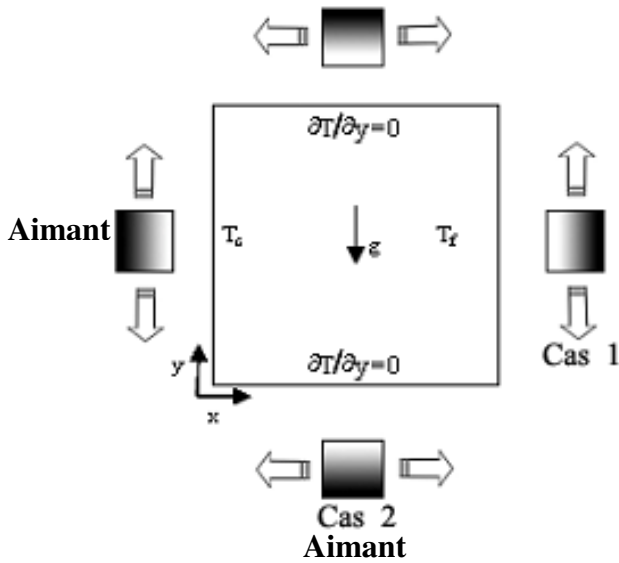


Figure 1 : cavité différentiellement chauffée avec les aimants.

Figure 2 : les isothermes et la force magnétique

### 3.1.1. Dispositif vertical (cas 1) :

Le tableau 1 regroupe les valeurs obtenues en fonction de la position des et de la vigueur du champ magnétique. On peut voir que lorsque les aimants sont placés en partie basse de la cavité, les vitesses sont plus grandes que les vitesses de convection naturelle quelle que soit la valeur du champ magnétique appliqué. Lorsque les aimants sont disposés en partie haute, les forces magnétiques tendent à freiner l'écoulement pour des valeurs du champ allant jusqu'à 6T. Au-delà de cette valeur, les forces magnétiques l'emportent sur les forces de pesanteur et l'on observe un écoulement de convection thermomagnétique dont la vigueur augmente avec le champ magnétique.

La figure 3 présente les lignes de courant et les isothermes pour une valeur maximum du champ de 6 T pour  $y_m=0.2$  et  $y_m=0.8$ . Quand les aimants sont disposés en partie basse de la cavité ( $y_m=0,2$ ), les forces magnétiques sont principalement dirigées vers le bas et sont d'une intensité plus grande du côté de la paroi froide. La convection naturelle est donc aidée par les forces magnétiques dans cette configuration ; ce qui conduit à un écoulement plus rapide et par suite à un nombre de Nusselt plus élevé ( $Nu=5.04$ ). Quand les aimants sont disposés dans la partie haute de la cavité ( $y_m=0.8$ ), les forces magnétiques sont dirigées vers le haut et s'opposent aux forces de pesanteur dans la partie haute et froide de la cavité. Le fluide est attiré vers le centre de l'aimant avec une force plus grande dans la partie froide ; ce qui conduit à un écoulement multicellulaire et à un nombre de Nusselt plus faible ( $Nu=3.66$ ).

La position d'aimant	Bo=2	4	6	8	10
$y_m=0$	47.43/71.20	53.10/78.09	61.10/91.51	72.22/113.73	84.34/136.64
0.1	47.28/72.28	52.52/81.15	59.49/96.97	67.33/118.36	76.29/139.68
0.2	45.86/72.53	47.74/80.02	<b>51.26/94.86</b>	58.78/115.92	81.50/137.36
0.3	45.72/71.87	46.92/77.01	53.00/90.95	84.66/112.22	109.94/134.40
0.4	45.78/71.96	47.34/76.97	60.66/86.57	91.20/108.61	115.62/130.94
0.5	46.11/71.66	48.44/77.76	58.11/81.68	91.55/103.34	114.38/125.46
0.6	46.19/69.73	48.68/75.07	56.33/77.36	88.57/94.43	113.09/116.63
0.7	45.73/66.67	45.75/66.74	52.94/66.32	82.65/79.99	106.28/98.71
0.8	44.48/67.67	41.76/63.33	<b>44.80/45.30</b>	65.26/60.68	84.00/94.58
0.9	44.37/67.89	41.62/63.36	48.37/53.33	60.38/59.79	69.13/93.21
1	44.52/68.09	42.32/64.25	46.85/59.49	60.37/55.59	70.24/88.68

Tableau 1 : Vitesses maximales  $U_{max} / V_{max}$  ( $Ra=10^5$  et  $Pr=0.71$ )

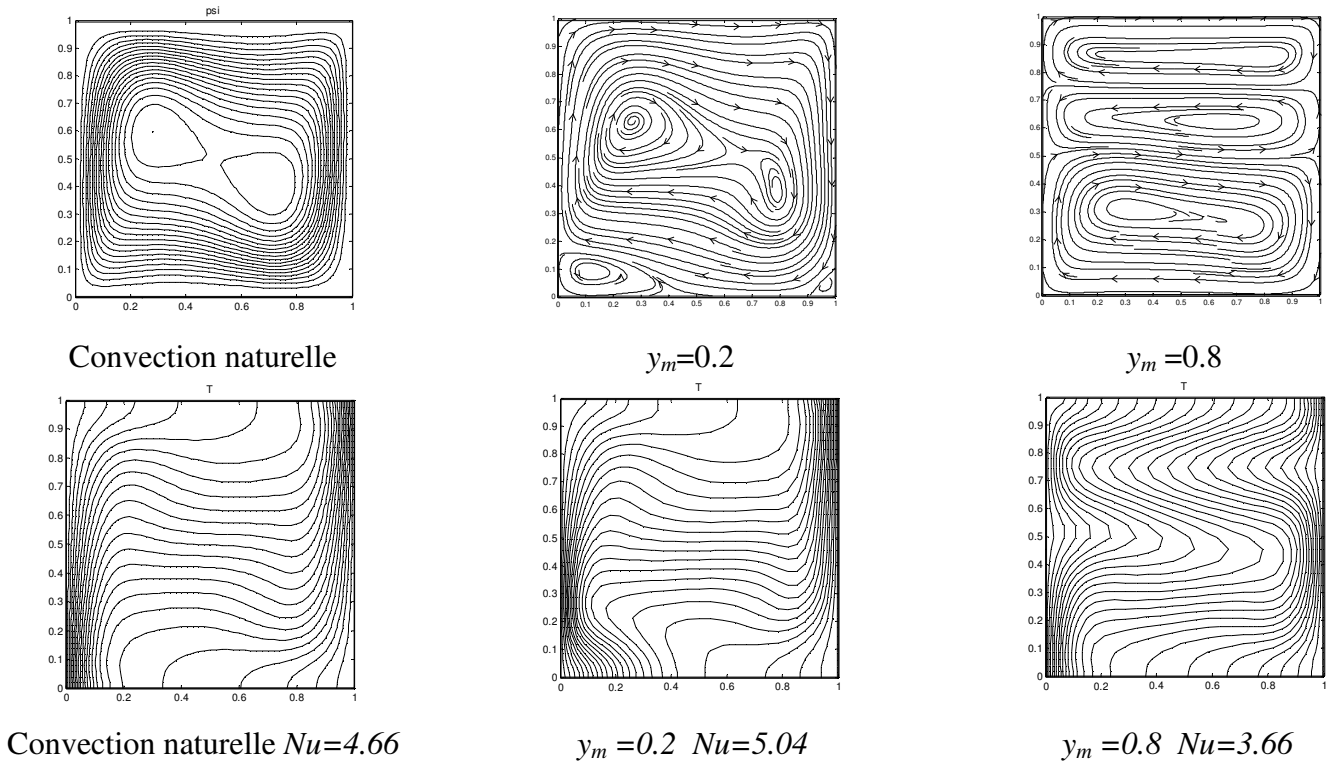


Figure 3 : Lignes de courant et isothermes ( $Ra=10^5$   $Bo=6$ )

### 3.1.2. Dispositif horizontal (cas 2) :

On présente sur la figure 4 les lignes de courant, les isothermes et les nombres de Nusselt correspondant à une disposition horizontale du champ magnétique (cas 2).

Quand les aimants sont disposés horizontalement et centrés sur la partie gauche de la cavité ( $x_m=0.1$ ), les forces magnétiques sont plus importantes en bas de la cavité et ont des directions telles qu'elles aident globalement la convection naturelle ; ce qui induit des vitesses maximales plus importantes. Ce phénomène est accentué à mesure que le champ magnétique augmente.

Quand les aimants sont disposés dans la partie droite ( $x_m = 0.9$ ), les forces magnétiques sont ici aussi plus grandes en bas de la cavité. A cause de l'étendue du champ magnétique et donc de la force magnétique dirigée vers les x positifs, l'effet général est donc un freinage de la convection naturelle, ce qui conduit à des vitesses maximales plus faibles comme indiqué dans le tableau 2.

La position d'aimant	Bo=2	4	6	8	10
$x_m = 0$	51.94/72.61	70.42/82.43	98.05/96.72	129.11/113.33	160.08/143.40
0.1	54.43/72.64	78.45/82.01	<b>111.39/95.47</b>	143.55/121.55	172.53/153.84
0.2	52.37/71.22	75.43/77.17	103.80/85.21	130.96/97.63	153.07/114.95
0.3	50.19/70.54	64.40/74.62	89.17/80.74	112.64/88.87	129.36/102.17
0.4	49.96/69.87	63.86/72.39	82.61/77.38	99.30/85.95	109.67/99.89
0.5	49.77/69.83	62.03/72.78	77.51/79.32	87.21/87.02	93.44/99.36
0.6	48.66/70.20	57.86/74.93	66.83/82.99	73.30/89.32	75.63/99.14
0.7	44.73/69.65	45.90/73.32	48.11/79.78	53.55/83.74	54.10/90.87
0.8	40.66/67.49	30.46/63.24	29.06/59.57	29.89/57.97	29.46/60.01
0.9	41.78/66.94	33.41/59.83	<b>27.88/50.14</b>	25.62/44.31	25.14/42.89
1	43.32/67.66	38.21/62.89	32.08/55.50	28.69/49.52	28.20/46.84

Tableau 2 : Vitesses maximales  $U_{max} / V_{max}$  ( $Ra=10^5$  et  $Pr=0.71$ )

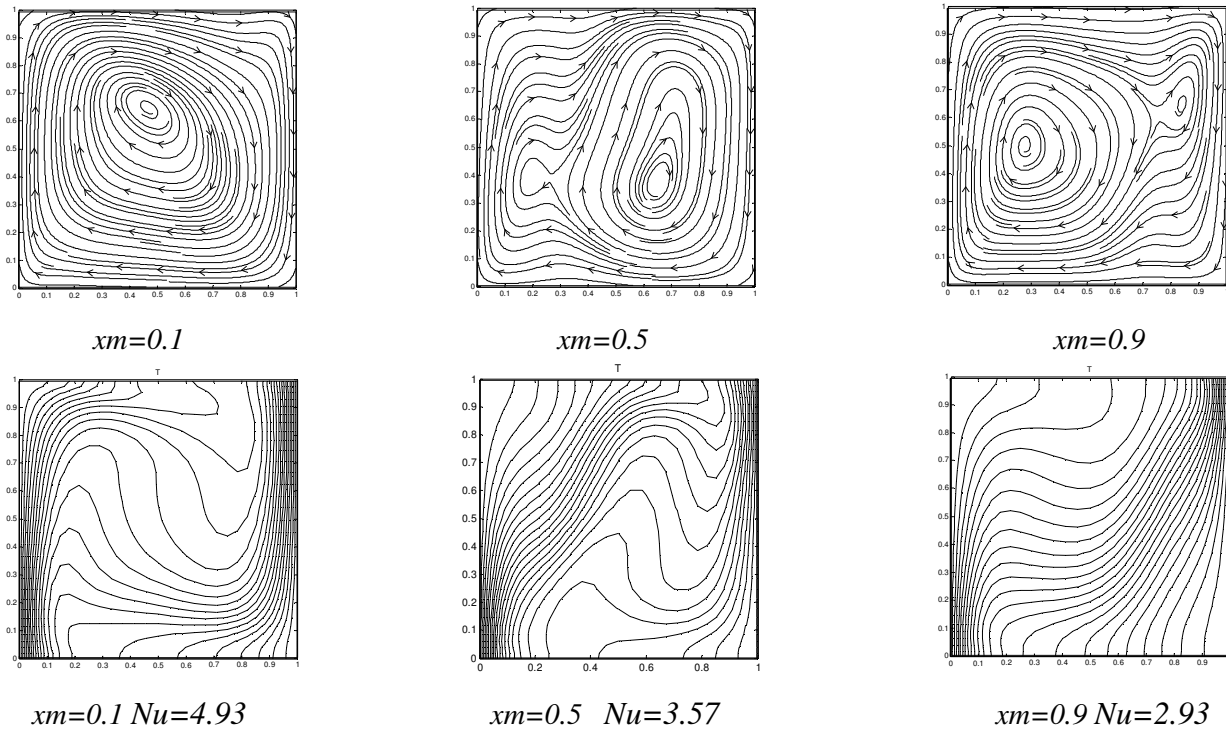


Figure 4 : Lignes de courant et isothermes ( $Ra=10^5 \ Bo=6$ )

### 3.2. Écoulement en absence de gravité :

Les résultats précédents ont montré que les forces magnétiques pouvaient être suffisamment importantes pour influencer de manière notable sur un écoulement de convection naturelle. On se propose ici de considérer le cas où les forces de pesanteur sont absentes. Le tableau 3 montre alors que l'on observe un écoulement de convection thermomagnétique avec des vitesses maximales allant de 0.82 cm/s à 17,69 cm/s quand le champ magnétique passe de 2 à 10 T.

La direction et la grandeur des forces dans le cas  $y_m = 0,2$  est telle que l'on assiste à un mouvement général de convection qui ressemble à un écoulement de convection naturelle (Figure 5). Pour le cas  $y_m = 0,8$ , la force magnétique la plus importante est située en partie droite ou froide de la cavité et est dirigée vers le haut ; ce qui entraîne un écoulement à contre sens avec une symétrie remarquable par rapport à l'axe  $y_m = 0,5$ . Lorsque l'aimant est placé au centre de la cavité, l'écoulement est bicellulaire et parfaitement symétrique.

La position d'aimant	$G_m = 1.02 \cdot 10^5$	$4.1 \cdot 10^5$	$9.2 \cdot 10^5$	$1.63 \cdot 10^5$	$2.55 \cdot 10^5$
$y_m=0$	2.63/1.86	8.57/7.23	14.24/14.17	18.90/21.29	23.21/29.05
0.1	3.79/3.03	10.75/10.20	16.15/18.09	20.82/25.70	24.97/33.86
0.2	4.01/3.53	10.54/10.72	15.06/18.02	19.43/24.93	24.34/32.55
0.3	3.77/3.25	10.49/9.60	17.33/16.38	23.85/23.40	30.13/31.28
0.4	3.74/2.53	11.72/8.21	19.78/15.15	27.63/22.47	35.41/30.25
0.5	3.79/1.72	12.36/6.72	20.89/13.12	28.96/20.52	36.85/28.09

Tableau 3 : Vitesses maximales  $U_{max} / V_{max}$

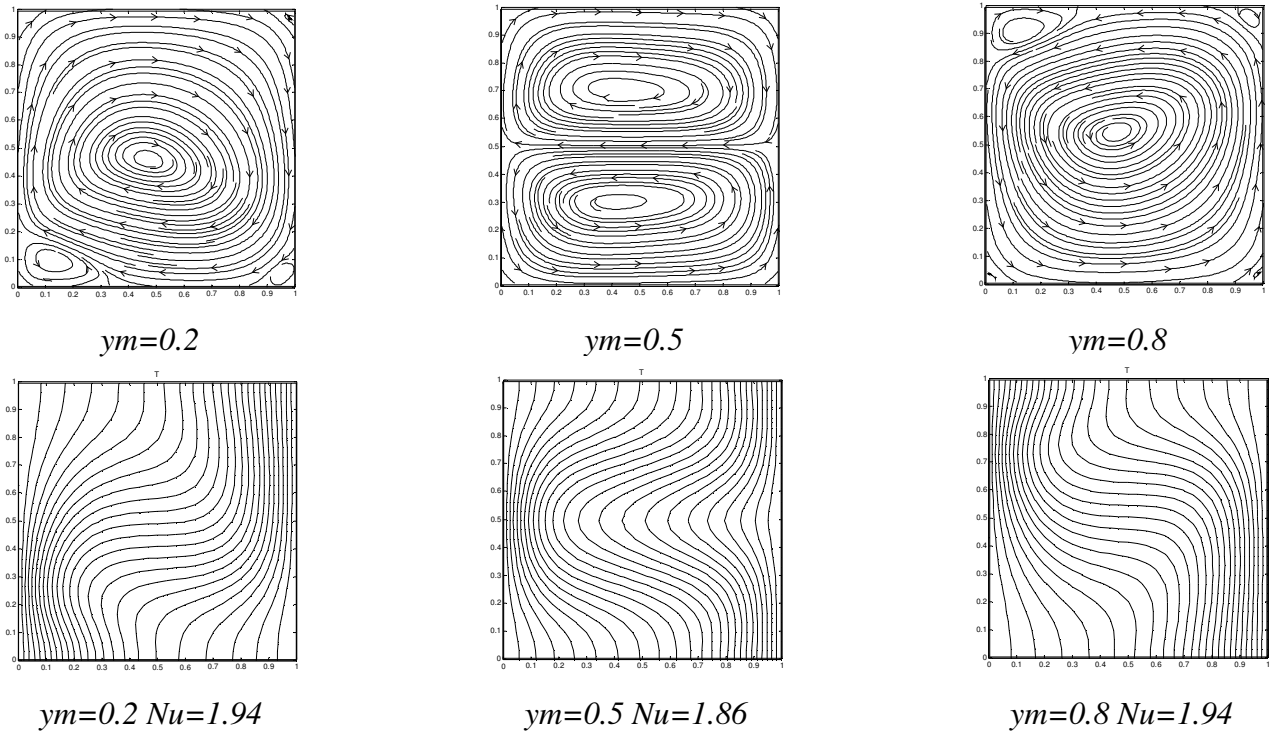


Figure 5 : Lignes de courant et isothermes en absence de gravité ( $Gm=9.2 \cdot 10^5$   $Bo=6$ )

#### 4 . Conclusion

On a montré qu'un gradient de champ magnétique dirigé verticalement ou horizontalement pouvait modifier complètement l'écoulement de convection naturelle dans une cavité différenciellement chauffée. Les simulations effectuées à différentes positions ont mis en évidence l'existence de positions favorables ou défavorables à la convection naturelle. En absence de gravité, on a montré enfin que l'on pouvait créer un mouvement de convection thermomagnétique dont le sens de rotation dépend de la position (basse ou haute) des aimants.

#### Références

- [1] S. L. H. Ozoe, Application of multiple magnetic coils to drive the air flow in a long pipe, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 (2006) 4536-4542
- [2] T. Bernard, Numerical and experimental analyses of convection of paramagnetic fluid in a cubic enclosure, *Kyushu University*, December 2004
- [3] R. W. Series, D. T. J. Hurle, The use of magnetic fields in semiconductor crystal growth, *Journal of Crystal Growth* 113 (1991) 305-328.
- [4] D. Braithwaite, E. Beaugnon, R. Tournier, Magnetically controlled convection in a paramagnetic fluid, *Nature* 354 (1991) 134-136.
- [5] J. Nakagawa, N. Hirota, K. Kitazawa and M. Shoda, Magnetic-Field Enhancement of Water Vaporization, *J. Appl. Phys.* 85 (1999) 2923-2925.
- [6] N. I. Wakayama, Magnetic promotion of combustion in diffusion flames, *Combustion and Flames* 93 (1993) 207-214.
- [7] F. Khaldi, P. Gillon, Étude expérimentale et numérique de la convection thermomagnétique dans un fluide non électroconducteur, *C. R. Acad. Sci Paris, Série IIB*, 329 (2001) 357-362.
- [8] S. Couturier and H. Sadat, A meshless method for solving incompressible fluid flow equations, *European Journal of Finite Element*, 7, 7 (1998) 825-841.
- [9] C. Prax, P. Salignac and H. Sadat, Diffuse approximation method and control volume based finite element methods : a comparative study, *Num. Heat Transfer, Part B* 34 (1998) 303-321.