

Etude numérique de la convection naturelle de double diffusion dans un mélange air-CO₂

Siham MEFTAH¹, Denis LEMONNIER^{2*}, Abderahmane BENBRIK¹,
Ahmed MEZRHAB³

¹ Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie, Université de Boumerdes, Algérie

² Laboratoire d'Etudes Thermiques, Poitiers Futuroscope, France

³ Faculté des Sciences, Oujda, Maroc

* (auteur correspondant : denis.lemonnier@let.ensma.fr)

Résumé - On étudie la convection naturelle de double diffusion dans une cavité carrée remplie d'un mélange air-CO₂ et dont les parois verticales sont maintenues à des températures et concentrations différentes. Le modèle numérique est bidimensionnel, laminaire et utilise une méthode de différences finies pour évaluer les vitesses, températures et concentrations. La participation radiative de CO₂ est calculée par la méthode des ordonnées discrètes avec un modèle spectral de type somme pondérée de gaz gris (méthode SLW de Denison et Webb). Les résultats sont donnés pour un nombre de Rayleigh de l'ordre de 10⁷ et deux niveaux de concentration en CO₂.

Nomenclature

a coefficient de pondération
C concentration molaire, mol.m⁻³
Cabs section efficace d'absorption, m².mol⁻¹
D diffusivité massique, m².s⁻¹
g accélération de la pesanteur, m.s⁻²
I luminance, W.m⁻².sr⁻¹
L largeur de la cavité, m
N rapport des forces de poussée d'origine massique et thermique
N_g nombre de gaz gris
Nu nombre de Nusselt
Ra nombre de Rayleigh ($g\beta_T\Delta TL^3/\nu\alpha$)
s direction de propagation du rayonnement (vecteur unitaire)
S concentration adimensionnelle
Sh nombre de Sherwood
S_R terme source radiatif, W.m⁻³
T température absolue, K
t temps, s
u, v vitesse horizontale et verticale, m.s⁻¹
x, y coordonnées spatiales, m
x_{CO2} fraction molaire de CO₂ (moyenne des valeurs imposées aux parois)

Symboles grecs

α diffusivité thermique, m².s⁻¹
 β_C coefficient d'expansion massique $-(1/\rho)\partial\rho/\partial C$, m³.mol⁻¹
 β_T coefficient d'expansion thermique $-(1/\rho)\partial\rho/\partial T$, K⁻¹
 ε émissivité
 κ coefficient d'absorption, m⁻¹
 λ conductivité thermique, W.m⁻¹.K⁻¹
 μ, η cosinus directeurs de la direction *s* suivant *x* et *y*
 ν viscosité cinématique, m².s⁻¹
 ρ masse volumique, kg.m⁻³
 σ constante de Stefan-Boltzmann, W.m⁻².K⁻⁴
 θ température adimensionnelle
 ω vortacité, s⁻¹
 Ω angle solide, sr
 ψ fonction de courant, m².s⁻¹

Indices

b basse (valeur minimale de la concentration)
c chaud (valeur maximale de la température)
f froid (valeur minimale de la température)
h haute (valeur maximale de la concentration)
k relatif au *k*^{ième} gaz gris
0 état de référence

1. Introduction

Les transferts couplés convection naturelle - rayonnement en milieux semi transparents confinés ont fait ces dernières années l'objet de plusieurs études [1]-[9], certaines d'entre elles tenant compte des propriétés radiatives réelles des gaz (modèles à bande large ou étroite, sommes pondérées de gaz gris,...) [5]-[9]. Toutefois, le problème de la double diffusion, où le gaz est un mélange binaire dont un des composants absorbe et émet le rayonnement, n'a été que très rarement abordé [10]-[12] et toujours en se référant à un milieu fictif gris. Le travail décrit ici porte sur la modélisation de la convection naturelle en cavité différentiellement chauffée, pour un mélange air-dioxyde de carbone avec des concentrations différentes en CO_2 imposées sur chaque paroi verticale. Il en résulte un écoulement de double diffusion (diffusion de chaleur et diffusion de CO_2 dans l'air) dont nous avons calculé les caractéristiques en tenant compte de la participation radiative du mélange. Les équations de quantité de mouvement, de l'énergie et de conservation de l'espèce ont été résolues par différences finies (schéma ADI). Les sources radiatives ont été évaluées en utilisant la méthode des ordonnées discrètes [13] associée au modèle radiatif SLW [14].

2. Modèle physique et hypothèses

Le système physique étudié est représenté sur la figure 1. Il s'agit d'une cavité carrée dont les parois verticales sont noires et maintenues à des températures et concentrations uniformes tandis que les parois horizontales sont complètement réfléchissantes, adiabatiques et imperméables.

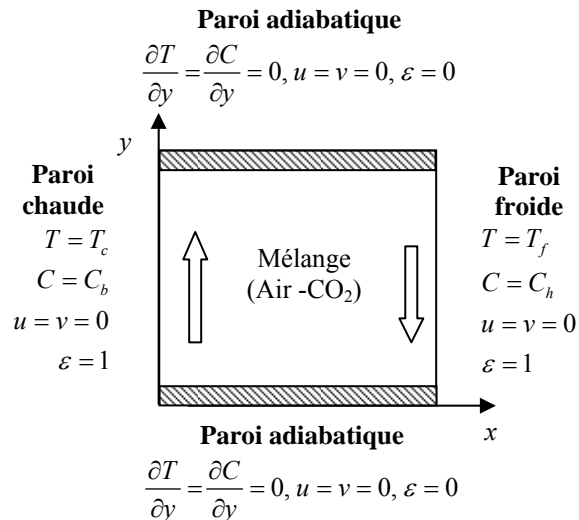


Figure 1 : Modèle physique et conditions aux limites

Le fluide dans la cavité est supposé newtonien, incompressible à propriétés thermophysiques constantes et satisfaisant l'hypothèse de Boussinesq. Il absorbe et émet le rayonnement en fonction de la concentration locale en CO_2 . L'écoulement est bidimensionnel, laminaire et le travail des forces de pression, la production de chaleur due à la viscosité et les effets croisés Soret et Dufour sont négligés.

3. Equations et méthode de résolution

Avec les hypothèses précédentes, les équations du mouvement et de conservation de l'énergie et de l'espèce s'écrivent, dans la formulation vorticité-fonction de courant :

$$-\omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + g \left(\beta_T \frac{\partial T}{\partial x} + \beta_C \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + S_R \quad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

où S_R désigne le terme source volumique :

$$S_R(x, y) = \sum_{k=0}^{N_g} \kappa_k(x, y) \left[\int_{4\pi} I_k(x, y) d\Omega - 4a_k(x, y) \sigma T^4(x, y) \right] \quad (5)$$

Ce terme se calcule à partir du champ de luminance I_k , lui-même solution de l'équation de transfert radiatif qui, pour chaque direction de propagation \mathbf{s} , est exprimée sous la forme :

$$\mu \frac{\partial I_k}{\partial x} + \eta \frac{\partial I_k}{\partial y} + \kappa_k I_k = \kappa_k a_k \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (6)$$

On a utilisé ici le modèle SLW [14] qui consiste à remplacer le gaz réel par une somme pondérée de N_g gaz gris, chacun d'entre eux étant caractérisé localement par un coefficient d'absorption κ_k et un facteur de pondération a_k ($k = 0, N_g$; par convention, $\kappa_0 = 0$). Le coefficient d'absorption est directement proportionnel à la concentration molaire locale :

$$\kappa_k(x, y) = Cabs_k \times C(x, y) \quad (7)$$

où $Cabs_k$ est la section efficace du $k^{\text{ième}}$ gaz gris. Les conditions aux limites du problème sont données sur la figure 1.

Le calcul s'effectue en régime instationnaire jusqu'à atteindre une solution permanente en partant d'un fluide au repos, isotherme à $T_0 = (T_c + T_f)/2$ et homogène en concentration à $C_0 = (C_h + C_b)/2$. Les équations (1)-(4) sont résolues par différences finies suivant un schéma ADI utilisant un maillage uniforme 80×80 . L'équation de transfert radiatif (6) est résolue par la méthode des ordonnées discrètes avec la quadrature S8 [13]. Les caractéristiques des différents gaz gris sont déterminées à partir d'une discrétisation des sections efficaces d'absorption de CO_2 faite à un état de référence. Les coefficients de pondération se calculent en chaque point en fonction de $Cabs_k$, $Cabs_{k-1}$ et de la température locale suivant une corrélation donnée dans [15]. Nous avons utilisé 6 gaz gris (dont un transparent), la précision des calculs restant sensiblement la même au-delà.

Les prédictions de notre modèle ont été comparées avec succès aux résultats de Fusegi [7], (convection naturelle et rayonnement dans le CO_2) et le modèle spectral a plus particulièrement été validé par rapport aux références [14] et [16].

4. Résultats

Nous considérons une cavité carrée de 0,3 m de côté. Ses parois verticales sont maintenues isothermes à $T_c = 580$ K et $T_f = 530$ K, respectivement. Une concentration nulle de CO_2 est imposée sur la paroi chaude ($C_b = 0 \text{ mol.m}^{-3}$) tandis qu'à la paroi froide, C prend différentes valeurs positives, choisies de telle sorte que la fraction molaire moyenne du CO_2 dans le

mélange ($x_{CO_2} = RT_0 C_0 / P$) soit de 10% ou 25%. Les résultats obtenus sont représentés sur les figures 2 et 3 et dans le tableau 1. Le cas de la convection de double diffusion sans rayonnement est aussi donné pour comparaison et concerne un fluide ayant les mêmes propriétés thermophysiques que le mélange air-CO₂ considéré, mais de coefficient d'absorption nul. Il est à noter que, dans les configurations étudiées, les gradients de température et de concentration coopèrent, c'est-à-dire qu'ils induisent des mouvements de convection naturelle de même sens. Par ailleurs, en imposant une émissivité nulle sur les parois passives, nous nous faisons ressortir les effets du rayonnement liés à l'absorption-émission par le fluide. Suivant la concentration moyenne du mélange, le nombre de Rayleigh thermique de ce problème varie de $9,3 \times 10^6$ à $1,1 \times 10^7$.

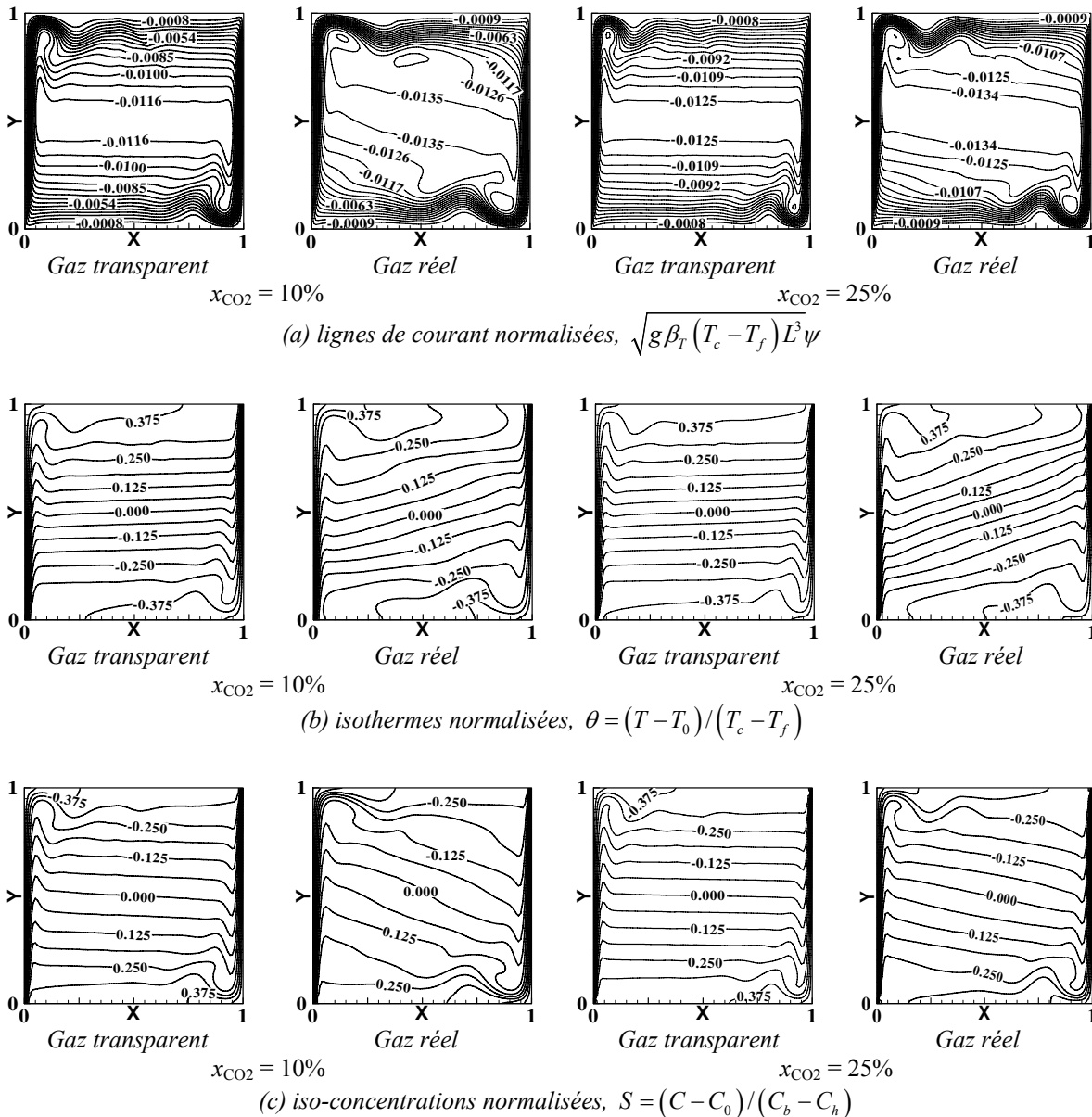


Figure 2 : Structure de l'écoulement

$X = x/L$, $Y = y/L$, $Ra = 10^7$. CO₂ : 0% à la paroi chaude, $2 \times x_{CO_2}$ à la paroi froide.

Il apparaît sur les figures 2 et 3 que la présence de CO₂ diffusant dans l'air modifie sensiblement la structure de l'écoulement, essentiellement sous l'effet du rayonnement volumique. Cela concerne en particulier les stratifications centrales en température et concentration, alors que la symétrie des champs par rapport au centre reste à peu près

préservée. On notera en particulier, dans les cas «réels», l'inclinaison des isothermes au centre de la cavité, avec une pente opposée à celle des iso concentrations. Dans cette zone où le fluide est au repos (cf. figure 3a), les forces de poussée d'origine thermique et massique s'annulent, ce qui d'après l'équation (2) et l'adimensionnement utilisé, correspond à $\partial\theta/\partial x = -N \times \partial S/\partial x$, où $N = \beta_C(C_b - C_h)/\beta_T(T_c - T_f)$ est le rapport des forces de poussée ($N = 1,1$ à $x_{CO_2} = 10\%$ et $2,6$ à 25%).

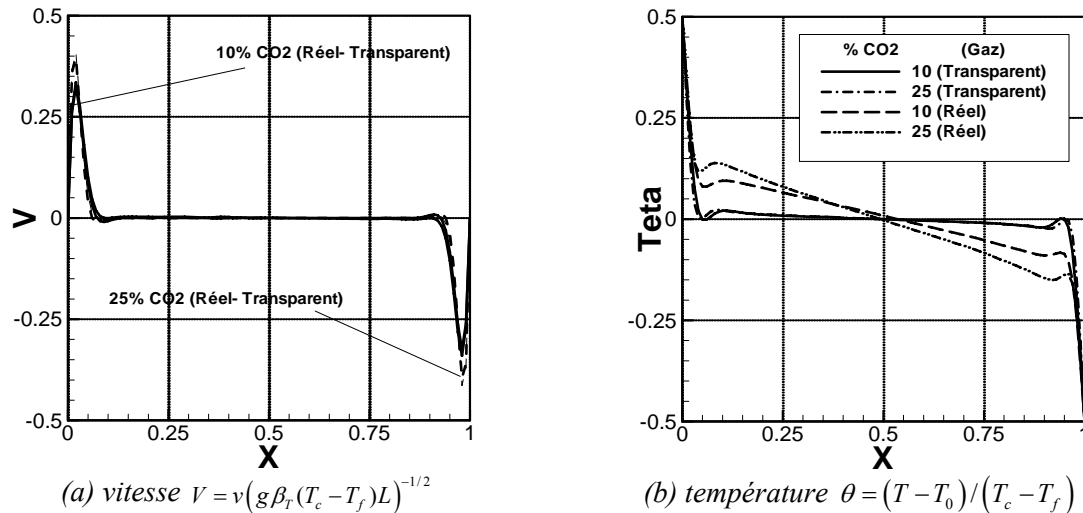


Figure 3 : Profils de vitesse et de température à mi-hauteur de la cavité
 $X = x/L$, $Y = y/L$, $Ra = 10^7$. CO_2 : 0% à la paroi chaude, $2 \times x_{CO_2}$ à la paroi froide.

Par ailleurs, la figure 3 montre aussi que, d'une façon générale, les couches limites sont accélérées le long des parois en raison de l'action conjointe des gradients de température et de concentration (figure 3a) : là où le fluide est chaud, il est aussi le plus pauvre en CO_2 , donc «doublement» plus léger. Inversement, là où il est le plus froid, il est aussi le plus chargé en CO_2 , donc plus lourd. Cette tendance à intensifier le mouvement se retrouve dans l'augmentation avec x_{CO_2} des nombres de Nusselt convectifs listés dans le tableau 1. L'influence du rayonnement volumique est plus visible sur le champ thermique (figure 3b) où, combiné aux variations de concentration, il crée une stratification oblique.

Enfin, les nombres de Nusselt convectifs baissent en présence de rayonnement qui, par un effet d'homogénéisation, tend à atténuer les gradients pariétaux (tableau 1). De même, les Nusselts totaux sont plus faibles, notamment en raison de l'atténuation par le fluide de l'échange radiatif entre les parois actives. Par contre, le transfert de masse total (nombre de Sherwood) est peu modifié par le rayonnement, car il est essentiellement piloté par la dynamique de l'écoulement, elle-même moins sensible à l'absorption-émission du fluide que le champ thermique.

5. Conclusion

Dans cette étude, nous avons élaboré un modèle numérique permettant d'étudier des phénomènes couplés de rayonnement - convection naturelle de double diffusion laminaire dans une cavité carrée contenant un mélange air- CO_2 . L'aspect spectral du rayonnement a été pris en compte par un modèle de somme pondérée de gaz gris de type SLW [14] et différents niveaux de concentration de CO_2 dans le mélange ont été considérés. Dans ce type de configuration, il existe un couplage direct entre le champ de concentration et le champ thermique (C influe sur l'absorption κ , et donc sur les sources radiatives dans l'équation

d'énergie) qui n'existe pas en fluide transparent. La participation radiative du fluide, induite par la présence de CO₂ dans le mélange, modifie la structure de l'écoulement et perturbe le champ thermique, notamment en créant une stratification oblique.

x_{CO_2} %	Nu_c paroi chaude		Nu_c paroi froide		Nu_t		Sh	
	(a)	(b)	(a)	(b)	(a)	(b)	(a)	(b)
10	20,36	17,36	20,36	16,38	208,32	197,39	24,27	24,52
25	24,66	19,20	24,66	18,59	217,00	202,24	28,09	28,47

Tableau 1 : Nombres de Nusselt moyen convectif (Nu_c) et total (Nu_t). Nombre de Sherwood moyen (Sh) (a) gaz transparent, (b) gaz réel

Références

- [1] A. Yücel, S. Acharya, M. L. Williams, Natural convection and radiation in a square enclosure, *Numer. Heat Transfer, Part A*, 15 (1989), 261-278
- [2] Z. Tan, J. R. Howell, Combined radiation and natural convection in a two-dimensional participating square medium, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34-3 (1991), 785-793.
- [3] A. Draoui, F. Allard, C. Beghein, Numerical analysis of heat transfer by natural convection and radiation in participating fluids enclosed in square cavities, *Numer. Heat Transfer, Part A*, 20 (1991), 253-261
- [4] G. Lauriat, Combined radiation-convection in gray fluids enclosed in vertical cavities, *ASME J. Heat Transfer*, 104 (1982), 609-615
- [5] A. Soufiani, J. Taine, Application of statistical narrow-band model to coupled radiation and convection at high temperature, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 30-3 (1987), 437-447
- [6] T. Fusegi, B. Farouk, Laminar and turbulent natural convection- radiation interactions in a square enclosure filled with a nongray gas, *Numer. Heat Transfer, Part A*, Vol. 1, (1989), 303-322
- [7] T. Fusegi, B. Farouk, Radiation-convection interaction of a non-gray gas in a square enclosure, *Heat and Mass Transfer in Fire, 24th National Heat Transfer Conf.*, HTD. 73 (1987), 63-68
- [8] Z. Y. Zhong, K. T. Yang, J. R. Lloyd, Variable-property natural convection in tilted enclosures with thermal radiation, *Numer. Methods Heat Transfer*, 111 (1985), 195-214
- [9] S. Kamal, A.R. Ismail, C. Salinas, Non-gray radiative convective conductive modelling of a double glass window with a cavity filled with a mixture of absorbing gases, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 49 (2006), 2972-2983
- [10] P. Ganesan, P. Loganathan, Radiation and mass transfer effects on flow incompressible viscous fluid past a moving vertical cylinder, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 45 (2002), 4281-4288
- [11] M. N. Borjini, H. Ben Aissia, K. Halouani, B. Zeghmami, Effect of optical properties on oscillatory hydromagnetic double-diffusive convection within semitransparent fluid, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 49 (2006), 3984-3996
- [12] M. Rafeivand, Etude numérique de la convection de double diffusion en présence de rayonnement en cavité rectangulaire, Thèse de Doctorat : Université de Poitiers (1999)
- [13] W. A. Fiveland, Discrete-ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures, *ASME J. Heat Transfer*, 106 (1984), 699-709
- [14] M.K. Denison, B.W. Webb, The spectral line-based weighted sum of gray gases model in nonisothermal and nonhomogenous media, *ASME J. Heat Transfer*, 117 (1995), 359-363.
- [15] M.K. Denison, B.W. Webb, Development and application of an absorption-line blackbody distribution function for CO₂, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 38 (1995), 1813-1821
- [16] V. Goutière, F. Liu, A. Charette, An assessment of real-gas modelling in 2D enclosures, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* 64 (2000), 299-326

Remerciements

Ce travail a été en partie effectué dans le cadre de l'accord programme franco algérien CMEP 03MDU 587 (programme Tassili) et avec le soutien de la Région Poitou-Charentes.