

# Mesure de la diffusivité thermique de matériaux anisotropes de petites dimensions par thermographie infrarouge et transformations intégrales.

Benjamin REMY<sup>1/\*</sup>, Alain DEGIOVANNI<sup>1</sup> et Denis MAILLET<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (L.E.M.T.A)  
U.M.R - C.N.R.S 7563 – U.H.P.-Nancy I, Institut National Polytechnique de Lorraine.  
02, avenue de la Forêt de Haye - B.P 160, 54 516 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex, France  
Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique (E.N.S.E.M)

\*auteur correspondant : [benjamin.remy@ensem.inpl-nancy.fr](mailto:benjamin.remy@ensem.inpl-nancy.fr)

**Résumé** – Ce papier présente une technique d'estimation de la diffusivité thermique de matériaux anisotropes, adaptée à la caractérisation d'échantillons de petites dimensions. Elle est basée sur l'utilisation de transformations intégrales et permet d'identifier à la fois les diffusivités thermiques dans le sens du plan et de l'épaisseur. La méthode est validée sur des simulations et des expériences.

## Nomenclature

|           |  |                       |   |
|-----------|--|-----------------------|---|
| $C_p$     | capacité calorifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$         | <i>Symboles grecs</i> |   |
| $e$       | épaisseur, $m$                                   | $\alpha, \beta$       | fréquences spatiales                      |
| $f$       | forme spatiale du Flash                          | $\delta$              | Dirac                                     |
| $F$       | transformée du Flash                             | $\lambda$             | conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$ |
| $h$       | coefficient d'échange, $W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$ | $\rho$                | densité, $kg.m^{-3}$                      |
| $l$       | largeur, $m$                                     | $\theta$              | transformée de Laplace de $T$             |
| $L$       | longueur, $m$                                    | $\Theta$              | transformée de Laplace-Fourier de $T$     |
| $p$       | variable de Laplace, $s^{-1}$                    |                       | <i>Indices et exposants</i>               |
| $T$       | température, $K$                                 | $l, ext$              | latérale, extérieur                       |
| $t$       | temps, $s$                                       | $n, m$                | harmoniques spatiales                     |
| $x, y, z$ | coordonnées spatiales, $m$                       | $x, y, z$             | direction                                 |

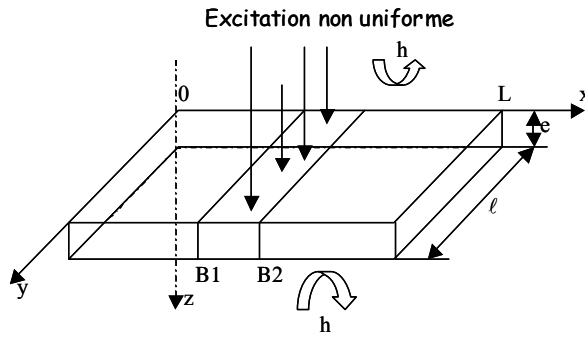
## 1. Introduction

La méthode "Flash", développée par Parker en 1961 [1] est une méthode couramment employée pour la mesure de la diffusivité thermique transverse de matériaux. En 1975, Taylor et Donaldson [2] ont proposé d'étendre cette méthode pour la caractérisation de matériaux anisotropes en soumettant l'échantillon à une excitation localisée. Une amélioration théorique et expérimentale de l'expérience a été proposée par Lachi [3] en 1991. La mise en oeuvre reste cependant délicate car en travaillant dans l'espace réel et la mesure étant réalisée par contact, la méthode est très sensible au positionnement des capteurs, ainsi qu'à la taille et à la forme de l'excitation. Pour améliorer la mesure dans le sens du plan, différents auteurs comme Katayama [4] ont proposés de travailler sur des échantillons plans, de faible épaisseur  $e$  et de grande extension  $L$ . La diffusivité est alors obtenue en prenant le rapport de deux températures mesurées en un même point mais à des instants différents ou bien le rapport des évolutions temporelles de deux températures, mesurées en deux points différents. Le principal inconvénient de ces méthodes est qu'elles supposent connu le flux de chaleur. Kavianipour et Beck [5] en 1977 montrent qu'il est possible de s'affranchir de sa forme temporelle en utilisant une transformation de Laplace. Cette idée a été ensuite reprise par Hadisaroyo [6] en 1992 en prenant en compte les pertes latérales. Enfin, en 1994 Philippi et Batsale [7] montrent, en utilisant une caméra infrarouge et une transformation de Fourier en espace, qu'il est possible

de s'affranchir de la forme spatiale du flux (impulsionnelle en temps). La méthode présentée dans ce papier est une extension de cette technique. La fonction d'estimation proposée, obtenue sans faire l'hypothèse d'ailette, va permettre de mesurer par une seule expérience et sur un échantillon de petite taille les diffusivités thermiques longitudinales et transverse.

## 2. Principe de la mesure et modèle théorique

Le principe de l'expérience est le suivant (voir Figure 1). Un échantillon anisotrope est soumis sur sa face-avant à une excitation impulsionnelle  $\delta(t)$ , de forme quelconque en espace  $f(x, y)$ . On mesure ensuite le champ de température en face-arrière à l'aide d'une caméra infrarouge. A partir de son évolution temporelle, on va remonter aux propriétés thermiques du matériau selon ses directions d'anisotropie. Ses conductivités  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  et  $\lambda_z$  sont supposées constantes. On pose  $h_0$  et  $h_e$  les coefficients d'échange de la face avant et arrière et  $h_l$  le coefficient d'échange des surfaces latérales. Si l'épaisseur du matériau  $e$  est faible devant la longueur  $L$  et la largeur  $l$  de l'échantillon, on pourra supposer les pertes latérales comme négligeables devant les échanges sur les faces avant et arrière ( $\partial T/\partial x = \partial T/\partial y = 0$ ).



- Equation de la chaleur :

$$\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{à } t = 0, T = T_{ext} \quad (2)$$

- Conditions aux limites :

en  $z = 0$ ,

$$\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = h_0 (T|_{z=0} - T_{ext}) - f(x, y) \cdot \delta(t) \quad (3)$$

en  $z = e$ ,

$$\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=e} = -h_e (T|_{z=e} - T_{ext}) \quad (4)$$

$$\text{en } x = 0 \text{ et } L, \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\text{en } y = 0 \text{ et } l, \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

Figure 1 : principe de l'expérience

Pour déterminer  $T(x, y, z, t)$ , nous allons utiliser une transformation intégrale (*Laplace* en temps et *Fourier* en espace) défini par ( $\alpha_n = n\pi/L$  et  $\beta_m = m\pi/l$ ) [8] :

$$\Theta(\alpha_n, \beta_m, z, p) = \int_{t=0}^{\infty} \int_{y=0}^l \int_{x=0}^L (T(x, y, z, t) - T_{ext}) \cos(\beta_m y) \cos(\alpha_n x) \exp(-pt) dy dx dt \quad (7)$$

En appliquant cette transformation intégrale au système d'équations (1-6), l'équation différentielle à résoudre dans l'espace transformée ne dépend plus que de  $z$  et peut être résolue aisément par la méthode des quadripôles thermiques [8]. On obtient alors :

$$\Theta(\alpha_n, \beta_m, z = e, p) = \frac{F(\alpha_n, \beta_m)}{\lambda_z \gamma_{n,m} sh(\gamma_{n,m} e) + (h_0 + h_e) ch(\gamma_{n,m} e) + h_0 h_e sh(\gamma_{n,m} e) / (\lambda_z \gamma_{n,m})} \quad (8)$$

avec :  $\gamma_{n,m} = \sqrt{p/a_z + (\lambda_x/\lambda_z)\alpha_n^2 + (\lambda_y/\lambda_z)\beta_m^2}$ .

$F(\alpha_n, \beta_m)$  représente la transformée de *Laplace-Fourier* du flux excitateur  $f(x, y)\delta(t)$ . En utilisant la propriété de translation de la variable de *Laplace* et en posant  $\theta(t) = \mathcal{L}^{-1}(\Theta(p))$  la transformée inverse de *Laplace* de la température, on obtient alors :

$$\theta(\alpha_n, \beta_m, z = e, t) = \frac{F(\alpha_n, \beta_m)}{F(0,0)} \cdot \exp\left(-\left(a_x \alpha_n^2 + a_y \beta_m^2\right)t\right) \mathcal{L}^{-1}(\Theta(0,0, e, p)) \quad (9)$$

Il est facile de voir que  $\bar{\theta}_e(t) = \theta(0,0, e, t) = \mathcal{L}^{-1}(\Theta(0,0, e, p))$  obtenu en posant  $\alpha_n = \beta_m = 0$  dans (7-9) représente la réponse Flash face-arrière 1D avec pertes du matériau dans l'espace de *Laplace* ( $\gamma_{0,0} = \sqrt{p/a_z}$ ). Si  $\forall t$ , on calcule le logarithme de  $\theta(\alpha_n, \beta_m, e, t)$ , transformée de *Fourier* d'ordre  $\alpha_n$  et  $\beta_m$  du champ de température face arrière, préalablement normée par rapport à  $\bar{\theta}_e(t)$ , intégrale ou "moyenne" de ce même champ de température, on obtient :

$$\text{Fonction Identification} = \ln\left(\frac{\theta(\alpha_n, \beta_m, e, t)}{\theta(0,0, e, t)}\right) = \ln\left(\frac{F(\alpha_n, \beta_m)}{F(0,0)}\right) - a_x \alpha_n^2 t - a_y \beta_m^2 t \quad (10)$$

Pour des valeurs de  $\alpha_n$  et  $\beta_m$  fixées, la fonction d'identification est linéaire en temps. Contrairement à [9], il n'a pas été nécessaire d'utiliser l'approximation d'ailette pour l'obtenir. Cette fonction d'identification, valable pour tous les temps, va donc nous permettre d'étendre la méthode à un petit échantillon et à le caractériser à la fois dans le plan et dans l'épaisseur.

### 3. Simulations numériques

Pour valider la méthode d'identification proposée et étudier l'influence des pertes latérales sur la mesure, nous avons simulé une expérience à l'aide du code d'éléments finis *FlexPDE*® dans le cas où  $h_0 = h_e = h_l = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{°C}^{-1}$ . Pour simplifier, nous avons choisi une excitation uniforme selon  $y$  (largeur=1mm). Le résultat obtenu serait identique dans le cas d'une excitation non uniforme en posant  $\beta_m = 0$ , c'est à dire en prenant le champ de température moyen selon  $y$ . Le matériau ( $e = 2\text{mm}$ ,  $L = 40\text{mm}$  et  $l = 40\text{mm}$ ) est supposé orthotrope ( $\lambda_x = 7,5 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$  et  $\lambda_y = \lambda_z = 0,75 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ ) et  $\rho C_p = 1,5 \cdot 10^6 \text{ J.m}^{-3}.\text{°C}^{-1}$ . La durée de la simulation a été choisie égale au double du temps de réponse dans l'épaisseur  $t_c = e^2/a_z = 8\text{s}$ . Comme  $\lambda_x/\lambda_z = 10$ , la diffusion dans l'épaisseur n'est plus négligeable devant la diffusion dans le plan. Les profils de température et thermogrammes obtenus en face-arrière pour  $h \neq 0$  sont donnés sur la Figure 2 et les résultats de l'estimation sont donnés sur la Figure 3.

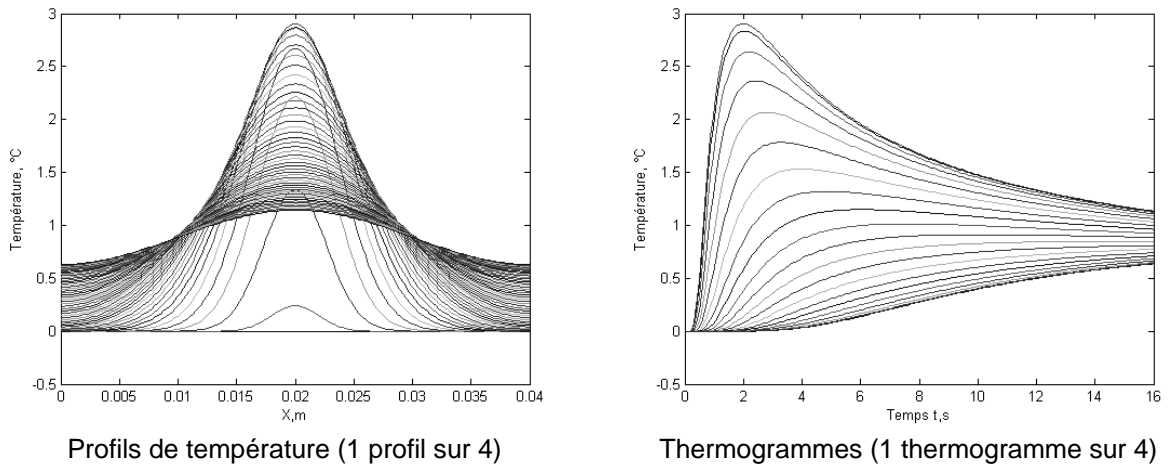


Figure 2 : simulations numériques

Les valeurs des diffusivités thermiques  $a_x$  obtenues est utilisant (10) et pour 3 harmoniques différentes sont en bon accord. Elles sont proches de la valeur nominale utilisée pour les simulations. On peut remarquer aussi que pour les premières harmoniques et les temps courts, la présence d'échange thermique ne perturbe pas l'estimation. D'autres simulations ont montré que l'effet des pertes observé n'était pas dû à  $h_0$  et  $h_e$  mais uniquement à  $h_l$  (hypothèse du flux latéral nul). Enfin, la diffusivité thermique estimée par moindres-carrés [10], à partir d'un modèle Flash 1D et du thermogramme obtenu en calculant la moyenne de chaque image ( $\alpha = \beta = 0$ ), est bien égale à la diffusivité thermique transverse  $a_z$  du matériau.

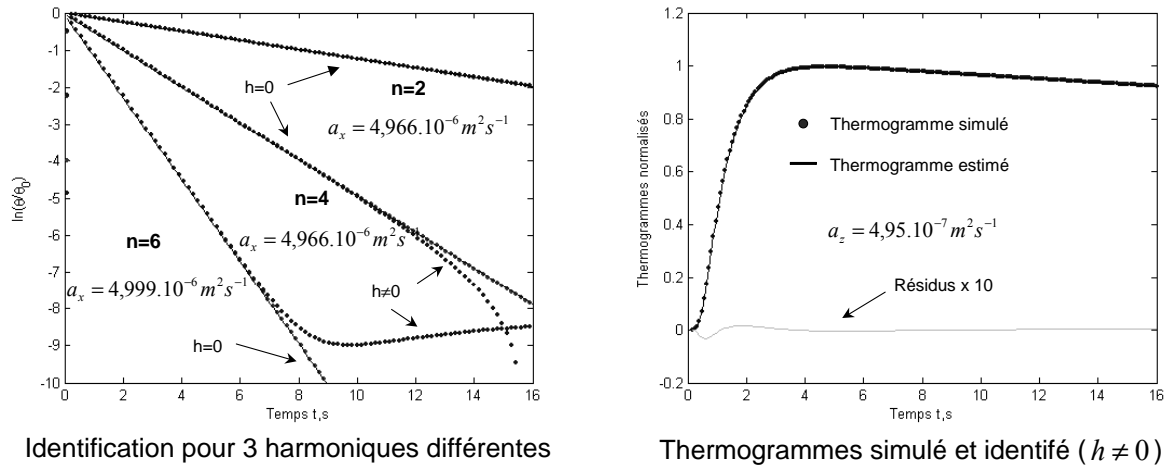


Figure 3 : estimation des diffusivités thermiques  $a_x$  et  $a_z$

#### 4. Dispositif expérimental et résultats

Le dispositif expérimental (Figure 4) est constitué par une lampe Flash classique, alimentée par une série de capacités, qui permet de délivrer une énergie d'environ  $4J.cm^{-2}$  sur une durée de  $3ms$ . Un diaphragme de largeur variable permet de contrôler la largeur de l'excitation, ici d'environ  $1mm$ . Il sert aussi d'obturateur et vient occulter la lampe Flash après la décharge des capacités. L'échantillon rectangulaire ( $30mm \times 40mm \times 2,5mm$ ) est maintenu verticalement devant le Flash ligne excitateur à l'aide de fils isolants de faibles diamètres.

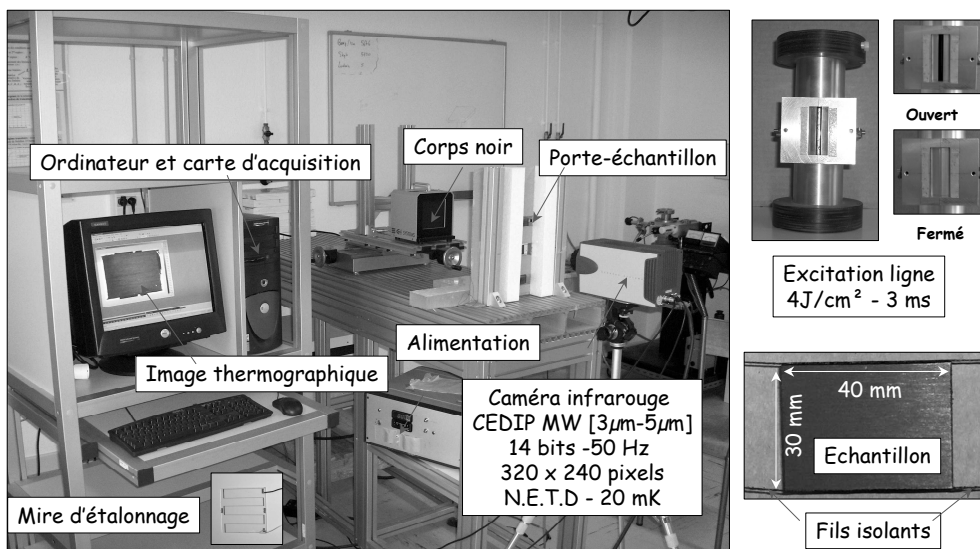


Figure 4 : dispositif expérimental

La champ de température est mesuré par une caméra infrarouge matricielle Cedip-Jade III présentant un très faible NETD. Sur la Figure 5, nous avons donné l'évolution du champ de température face-arrière pour un échantillon anisotrope de carbone monolytique. Ici, la mesure dans le plan est faite dans le sens des fibres. Elle est plus délicate à réaliser car la diffusion dans cette direction est 10 fois plus grande que dans la direction perpendiculaire.

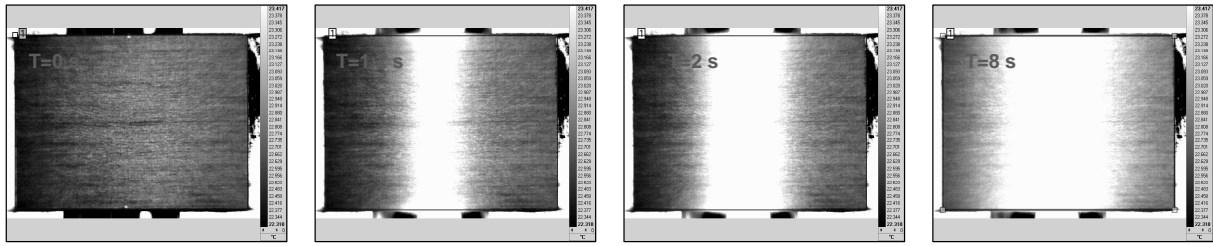
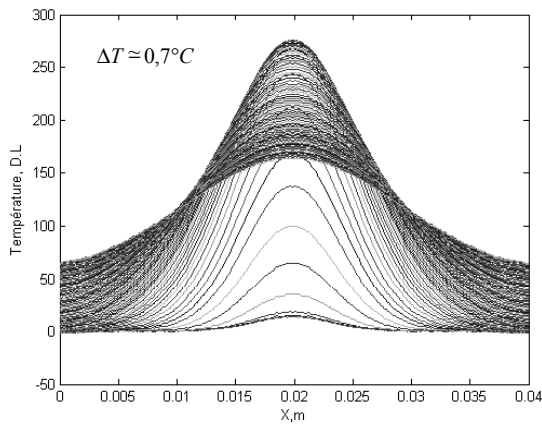
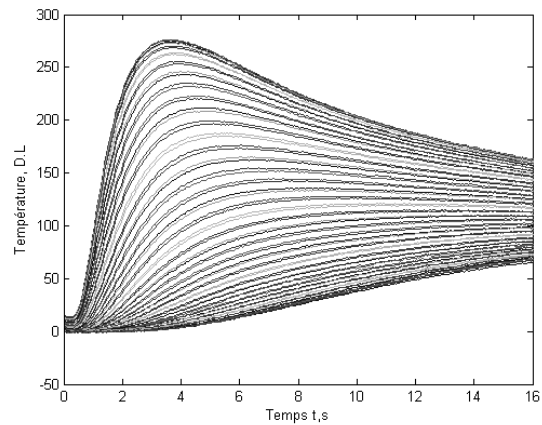


Figure 5 : film thermographique – mesure dans la direction des fibres



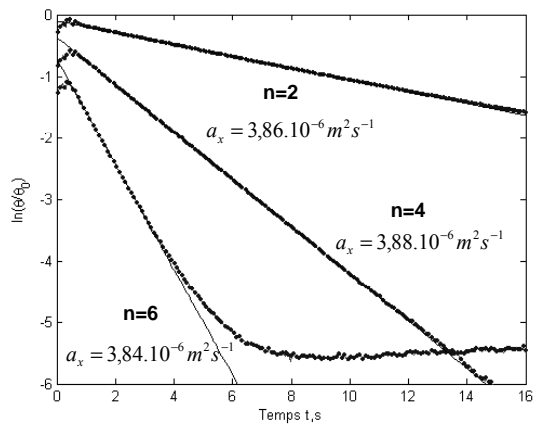
Thermogrammes (1 profil sur 4)



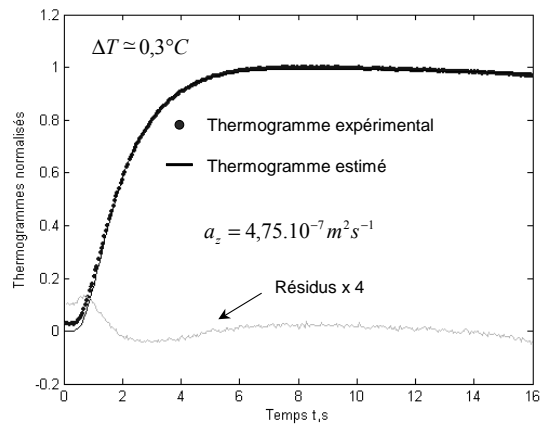
Profils de température (1 thermogramme sur 4)

Figure 6 : thermogrammes et profils de température face-arrière

Sur la Figure 6, nous avons représentés les profils de température obtenus en moyennant chaque image selon la direction  $y$ . L'excellent rapport signal/bruit obtenu témoigne de la qualité de la caméra mais aussi de l'intérêt de travailler avec une excitation flash uniforme (flash ligne). A noter que la mesure dans l'autre direction est possible en effectuant une seconde expérience, après une rotation de  $90^\circ$  de l'échantillon. Les résultats obtenus sont conformes à la théorie (voir Figure 7) et valident ainsi la méthode d'identification.



Identification pour 3 harmoniques différentes



Thermogrammes expérimental et identifié

Figure 7 : mesure dans le sens de l'épaisseur

## 4. Conclusions

La méthode de mesure proposée est une méthode particulièrement intéressante pour la caractérisation thermique des matériaux anisotropes. En effet, l'utilisation des moyens optiques à la fois pour l'excitation (lampes Flash ou Laser) et pour la mesure de température (caméra infrarouge) rend le dispositif peu intrusif. Le principe de la mesure s'inspirant de la méthode Flash, elle est intrinsèque et ne nécessite aucun échantillon de référence. De plus, comme les élévations de température générées par le Flash sont très faibles en face arrière (au maximum de quelques degrés), aucun étalonnage de la caméra infrarouge n'est requis. On a montré aussi l'intérêt de travailler dans l'espace de Fourier pour l'estimation de la diffusivité thermique. En effet, la fonction d'identification a une forme analytique simple et permet d'identifier rapidement et indépendamment les diffusivités thermiques dans le plan. De plus, le rapport des signaux permet de s'affranchir de la connaissance de l'émissivité de la surface et de la forme spatiale du flux. Cependant, même si ces deux grandeurs n'interviennent pas explicitement dans la fonction d'identification, elles jouent néanmoins un rôle important dans l'estimation car le rapport signal/bruit du signal et donc les écarts-types des paramètres identifiés en dépendent. Cette méthode a permis à partir d'une seule expérience, de caractériser avec précision des matériaux de petites dimensions (i.e faibles temps de réponse dans le plan) non seulement dans la direction longitudinale mais aussi dans la direction transverse. Indépendamment de la méthode, ceci a été rendu possible non seulement grâce à la quantité importante d'informations disponibles par thermographie mais aussi aux progrès techniques récents réalisés sur les caméras infrarouges.

## Références

- [1] W.J. Parker, R.J. Jenkins, C.P. Butler and G.L. Abbott, Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity and Thermal Conductivity, *J. App. Phys.*, 32 (9) (1961) 1679-1684.
- [2] A.B. Taylor et R.E. Donaldson, Thermal Diffusivity Measurement by a Radial Heat Flow Method, *J. Appl. Phys.*, 46 (1975), 4584-4589.
- [3] M. Lachi et A. Degiovanni, Détermination des diffusivités thermiques des matériaux anisotropes par méthode Flash bidirectionnelle, *J. Phys. III*, France 1 (1991), 2027-2046.
- [4] K. Katayama, A Transient Method of Simultaneous Measurement of Thermal Properties Using a Plane Heat Source, *Bulletin of JSME*, 12 (1969), 865-872.
- [5] A. Kaviani pour et J.V. Beck, Thermal Property Estimation Utilizing The Laplace Transform With Application to Asphaltic Pavement, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 20 (1977), 259-267.
- [6] D. Hadisaroyo, J.C. Batsale et A. Degiovanni, Un appareillage simple pour la mesure de la diffusivité thermique de plaques minces, *J. Phys. III*, France 2 (1992), 111-128.
- [7] I. Philippi, J.C. Batsale, D. Maillet et A. Degiovanni, Traitements d'images infrarouges par transformation intégrale – Application à la mesure de diffusivité thermique de matériaux anisotropes par méthode Flash, *Rev. Gén. Therm.*, 392-393 (1994), 486-496.
- [8] D. Maillet et al., Thermal Quadrupoles – *Solving the Heat Equation through Integral Transforms*, John Willey & Sons, Chichester, 2000.
- [9] I. Perry, B. Remy, D. Maillet et A. Degiovanni, Mesure de la diffusivité thermique transverse de composites par thermographie infrarouge, *XV Congrès Français de Mécanique*, Nancy, France (3-7 Septembre 2001)
- [10] J.V. Beck et K.J. Arnold, *Parameter Estimation in Engineering and Science*, John Wiley & Sons, New-York (1977).