

Calcul inverse de puissance moyenne incidente sur un composant activement refroidi à partir de données calorimétriques

Sophie CARPENTIER^{1*}, Christophe LE NILIOT², Michel CHANTANT¹, Yann CORRE¹, Jean-Laurent GARDAREIN¹, Fabrice RIGOLLET²

¹CEA Cadarache, F-13108 St-Paul-Lez-Durance, France

²Ecole Polytechnique Universitaire de Marseille, I.U.S.T.I, UMR CNRS N°6595, Technopôle de Château Gombert, 5 Rue Enrico Fermi, 13453 Marseille Cedex 13, France

* (auteur correspondant : sophie.carpentier@cea.fr)

Résumé - Le Limiteur du tokamak Tore Supra est l'élément qui extrait la majeure partie de l'énergie contenue dans le plasma. Ce composant (couronne circulaire plate située dans la partie basse de la machine) est activement refroidi par une boucle à eau pressurisée. Une instrumentation calorimétrique mesure la puissance thermique extraite du Limiteur. La méthode présentée ici permet de déterminer la puissance moyenne déposée sur le composant à partir d'un calcul inverse linéaire appliqué aux données calorimétriques. La méthode proposée est transposable à la future machine ITER (*International Thermonuclear Experimental Reactor*), dont la construction doit démarrer prochainement à Cadarache (France).

Nomenclature

m : débit d'eau parcourant le composant, $m^3.s^{-1}$

C_p : capacité calorifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$

T_e : température d'entrée de l'eau, K

T_s : température de sortie de l'eau, K

$P_{extraite}$: puissance thermique extraite, MW

$P_{injectée}$: puissance injectée dans le plasma, MW

$P_{déposée}$: puissance déposée par le plasma, MW

h : réponse impulsionnelle

Symboles grecs

Γ : temps de transit de l'eau dans le composant, s

ρ : masse volumique, $kg.m^{-3}$

Φ : réponse indicielle

μ : opérateur de régularisation de Tikhonov

σ : écart-type

λ : conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$

Abréviations

CFP : Composants Face au Plasma

LPT : Limiteur Pompé Toroidal

FCI : Fréquence Cyclotronique Ionique

LH : Lower Hybrid (Fréquence Hybride Inférieure)

1. Introduction

1.1. La Calorimétrie de Tore Supra

Les températures de fusion au centre d'un plasma sont généralement de l'ordre de plusieurs dizaines de millions de degrés. La puissance nécessaire pour atteindre ces températures est injectée grâce à différents systèmes de chauffage par ondes (antennes FCI et coupleurs LH, fig.1). La machine Tore Supra est principalement dédiée à l'étude de la physique et des technologies permettant de réaliser des plasmas performants de longues durées. Pour augmenter les performances de la machine, l'énergie déposée par rayonnement ou convection sur les différents composants face au plasma (CFP) doit être évacuée en continu à l'aide d'un dispositif de réfrigération (boucle à eau pressurisée).

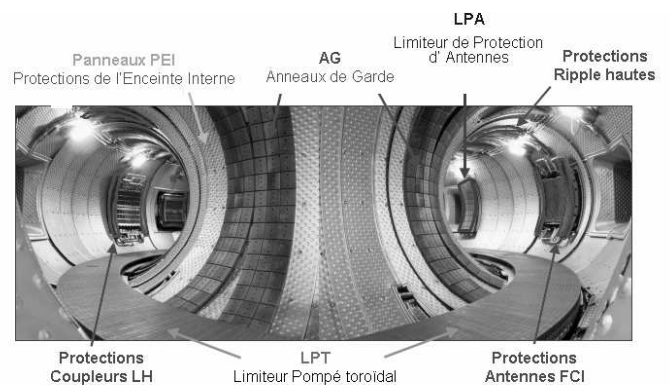


Figure 1 : Vue intérieure du tokamak Tore Supra : les principaux composants face au plasma

L'instrumentation calorimétrique de Tore Supra permet de mesurer la température de l'eau en entrée et sortie de chaque composant, à l'aide de sondes platine (Pt₁₀₀). Le débit d'eau dans le réseau est mesuré à l'aide de débitmètres à ultrasons. Le pas de temps d'acquisition est de 0,25s pour chaque mesure. Les valeurs de ρ et C_p sont variables avec la température moyenne entrée-sortie. La puissance thermique extraite de chacun des CFP peut alors être calculée par le biais de la relation : $P_{\text{extraite}}(t) = m(t) \times \rho \times C_p \times (T_s(t) - T_e(t - \Gamma))$ (1)

Le diagnostic calorimétrie s'avère très bien adapté pour obtenir une mesure intégrée dans des conditions stationnaires, à partir des relevés de P_{extraite} . Les bilans d'énergies reçues par les CFP (en MJ) donnent une première information sur la répartition de la puissance à l'intérieur de la machine. Par contre, cette mesure ne permet pas de quantifier temporellement la puissance déposée sur l'élément considéré (elle est retardée du temps de transfert de la chaleur dans tout le réseau hydraulique). Dans un régime de fonctionnement de type dynamique (avec variation des paramètres plasmas) une inconnue pertinente pour la compréhension des phénomènes mis en jeu reste donc la puissance réellement déposée à l'instant t sur les composants. L'étude présentée dans ce papier a pour but de tester l'applicabilité d'une technique inverse aux données calorimétriques de Tore Supra. L'objectif est de pouvoir déterminer l'allure temporelle de la puissance déposée sur un composant face au plasma au coeur de la machine, à partir des relevés de puissances extraites observés à sa sortie.

1.2. Etude de la puissance déposée sur le Limiteur Pompé Toroïdal

Nous avons choisi d'étudier la puissance déposée sur le principal CFP de Tore Supra : le Limiteur Pompé Toroïdal (LPT, fig.1 et 2). En effet, ce dernier est l'élément majeur d'interaction avec le plasma. Il permet d'évacuer environ 50 à 60% de la puissance totale injectée suivant le scénario expérimental étudié. Le LPT est constitué de 576 aiguilles (fig.2) en cuivre dur (CuCrZr, $\rho \sim 8890 \text{ kg.m}^{-3}$, $C_p \sim 376 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $\lambda \sim 320 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à 150°C) recouvert de tuiles réfractaires en composites de fibre carbone (CFC, $\rho \sim 1820 \text{ kg.m}^{-3}$, $C_p \sim 1050 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $\lambda \sim 190 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) avec une couche intermédiaire en cuivre doux (OFHC). Juxtaposées, ces aiguilles forment un disque annulaire de 7,5 m², constituant le plancher de la machine. Dans chacune des aiguilles sont usinés deux canaux dans lesquels circule de l'eau pressurisée, permettant d'évacuer la chaleur déposée lors des plasmas. La structure du LPT est divisée en 12 secteurs de 30° chacun (soit 12 sous-ensembles des 48 aiguilles). Dans la suite, P_{extraite} désignera la puissance extraite totale extraite des 576 aiguilles du Limiteur.

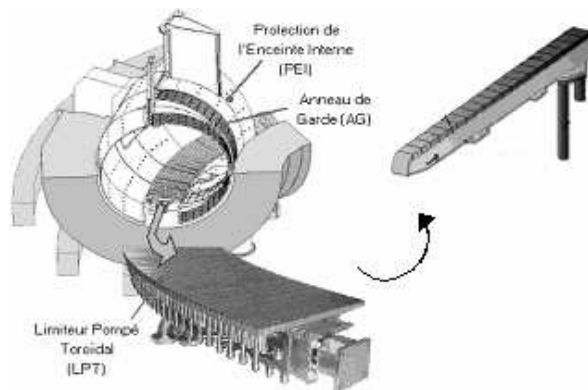


Figure 2 : Aiguille du Limiteur Pompé Toroïdal de Tore Supra

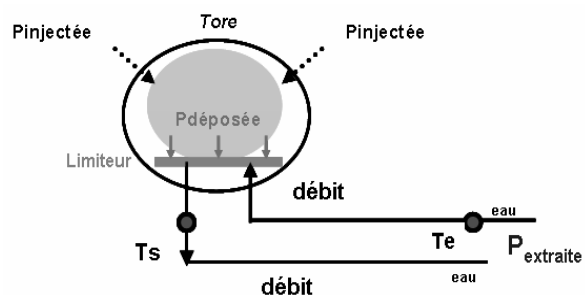


Figure 3 : Schéma des puissances mises en jeu avec P_{extraite} (mesurée) et $P_{\text{déposée}}$ (inconnue)

Du fait de l'éloignement des mesures du phénomène que l'on veut observer (plusieurs mètres), et de l'agencement en parallèle des sorties d'eau chaude pour les aiguilles de chaque secteur, l'information sur les flux déposés par le plasma est complètement lissée dans les relevés de P_{extraite} . Une procédure de calcul inverse de type déconvolution est nécessaire pour

traiter les données et retrouver l'information sur la puissance initiale déposée sur un secteur ($P_{déposée}$).

2. Mise sous forme matricielle et résolution du problème : calcul inverse

2.1. Analogie avec les méthodes de traitement du signal

Le LPT peut être considéré comme un système linéaire. En effet, dans les conditions expérimentales, une consigne est appliquée sur le débit d'eau (0.4 kg/s par aiguille) et la température d'entrée (120°C) pour les maintenir constants. D'un choc à l'autre, seul le flux incident varie. Les transferts thermiques au sein d'une aiguille activement refroidie sont alors largement conditionnés par le coefficient d'échange convectif. Celui-ci se situe aux alentours de 40 000 W/m².K et varie peu puisque la température de l'eau au sein du LPT n'augmente de quelques degrés lors d'un tir plasma. Le LPT, modélisé sous forme d'une boîte noire, donnera en signal de sortie la mesure en $P_{extraite}(t)$. Ce signal de sortie peut alors être exprimé par convolution du signal d'entrée inconnu $P_{déposée}(t)$ avec la réponse impulsionnelle du système, $h(t)$. Compte-tenu de la condition initiale (à $t=0$, $P_{extraite}=P_{déposée}=0$), cette relation s'écrit :

$$P_{extraite}(t) = \int_0^t h(t-\tau) \times P_{déposée}(\tau) . d\tau \quad \text{avec} \quad h(t) = -\frac{\partial \phi(t-\tau)}{\partial \tau} \quad (2)$$

Cette modélisation comportementale est une approche mathématique reliant l'entrée et la sortie du système en faisant abstraction des connaissances physiques précises internes au système en question. Elle permet donc d'accéder à un formalisme plus simple. h contient à la fois les informations liées à la thermique du problème (phénomènes de conduction dans les aiguilles, de convection avec l'eau), hydrauliques (mélange des sorties d'eau chaude) et métrologiques (mesures de températures et débits).

En sens inverse, exprimer l'entrée du système $P_{déposée}$ à partir de sa sortie $P_{extraite}$ et de h consistera à effectuer une déconvolution. Une des difficultés du problème est de déterminer la réponse impulsionnelle qui n'est pas accessible directement. h correspond à la réponse du système à une sollicitation infiniment courte et de forte amplitude, le Dirac. Obtenir directement ce type de sollicitation expérimentalement ou numériquement est impossible sur notre installation. La réponse impulsionnelle $h(t)$ d'un système correspondant à la dérivée temporelle de sa réponse indicielle $\Phi(t)$ (2), il est possible de réécrire le produit de convolution en fonction de $\Phi(t)$ [1]. La discrétisation de cette nouvelle intégrale à chaque pas de temps $\Delta\tau$ puis une approximation par la méthode des rectangles conduit à l'expression de notre problème sous forme matricielle : $P_{extraite} = M \times P_{déposée}$. La matrice M est une matrice carrée triangulaire inférieure faisant intervenir non plus la réponse impulsionnelle du système mais une forme discrétisée de sa réponse indicielle [2] :

$$\begin{pmatrix} P_{extraite_1} \\ P_{extraite_2} \\ \dots \\ \dots \\ P_{extraite_n} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\Phi_0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \Delta\Phi_1 & \Delta\Phi_0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \Delta\Phi_{n-1} & \dots & \dots & \dots & \Delta\Phi_0 \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} P_{déposée_1} \\ P_{déposée_2} \\ \dots \\ \dots \\ P_{déposée_n} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\text{Avec : } \Delta\Phi(f) = \Phi(f+1) - \Phi(f) \quad (f, \text{ indice du pas de temps}) \quad (4)$$

2.2. Principe du calcul inverse

Le problème que nous étudions est mal posé au sens d'Hadamard [3], la condition de stabilité n'est pas remplie. En effet, comme nous l'avons déjà mentionné, les mesures de

calorimétrie sont très éloignées du phénomène que l'on observe et cela se traduit mathématiquement par un mauvais conditionnement de la matrice M que l'on cherche à inverser. Une simple déconvolution ne suffira pas à obtenir une solution stable. Une conséquence du mauvais conditionnement de M est l'extrême sensibilité de la solution aux erreurs contenues dans $P_{extraite}$. Une solution stable peut être obtenue en appliquant la méthode des moindres carrés et une régularisation par pénalisation de type « pénalisation de Tikhonov » [4]. La quasi solution explicite de ce problème inverse revient dans notre cas à :

$$\tilde{P}_{déposée} = (M^T \times M + \mu^2 \times I^T \times I)^{-1} \times M \times P_{extraite} \quad (5)$$

où la matrice identité I est l'opérateur de régularisation et μ un coefficient de régularisation. La valeur de μ peut être déterminée à partir d'une courbe en L permettant de trouver un compromis entre stabilité et solution physiquement acceptable [5]. Suivant le choix fait pour μ , la solution $\tilde{P}_{déposée}$ sera dite plus ou moins régularisée. Il est à noter que l'utilisation des pas de temps futurs de Beck n'a pas été choisie, elle se justifie pas ici car il ne s'agit pas d'une résolution séquentielle. De plus, la méthode « globale » présentée ci-avant a été jugée moins contraignante.

2.3. Détermination de la réponse du système

La réponse indicielle d'un système est la réponse de ce dernier à une sollicitation de type échelon. Elle peut être déterminée de manière expérimentale en considérant un choc plasma où la puissance injectée correspond à un créneau assez long pour obtenir un régime stationnaire (fig. 4) et où la coupure de puissance est très nette. Si la forme de la puissance injectée dans le plasma répond à ces critères, on peut aussi supposer que $P_{déposée}$ a une forme approchée de type échelon à la coupure du plasma. Les valeurs de $P_{extraite}$ pendant la phase non-stationnaire sont alors assimilées à la réponse indicielle descendante de notre système.

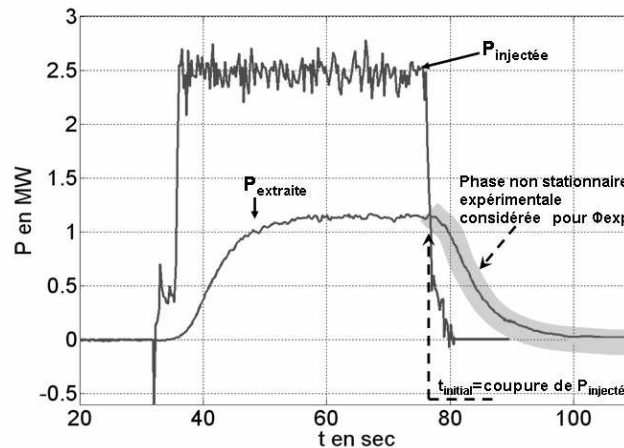


Figure 4 : Exemple d'un choc expérimental choisi pour déterminer $\Phi_{expérimentale}$

La réponse indicielle expérimentale obtenue (fig. 5) est une moyenne issue de trois chocs expérimentaux, nous utiliserons cette valeur par la suite pour calculer M et inverser nos mesures. La figure 6 représente la réponse impulsionnelle calculée, $h_{expérimentale}$ (rappelons que la réponse impulsionnelle peut être déduite à posteriori en connaissant les valeurs de la réponse indicielle). Cette première estimation de la réponse du système peut être discutée. La présence de bruit sur les données expérimentales oblige à un filtrage fréquentiel (filtre passe-bas). De plus, le $t_{initial}$ considéré pour le début de la phase non stationnaire en $P_{extraite}$ et l'allure de l'échelon expérimental ($P_{injectée}$) sont assez approximatifs. Du fait de ces imprécisions, il a été remarqué une distribution des $\Phi_{expérimentale}$ et $h_{expérimentale}$ calculées autour d'une valeur moyenne suivant le type de choc considéré (fig. 5 et 6). Toutefois, cette méthode reste la seule à l'heure actuelle permettant d'obtenir une réponse du LPT. En effet, modéliser de manière

fiable la géométrie complexe de notre système s'avère être très compliqué numériquement (calcul par éléments finis sur une géométrie 3D du composant).

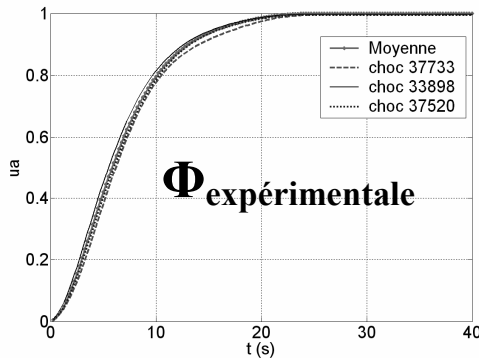


Figure 5 : Réponse indicielle expérimentale du LPT (moyenne sur trois chocs)

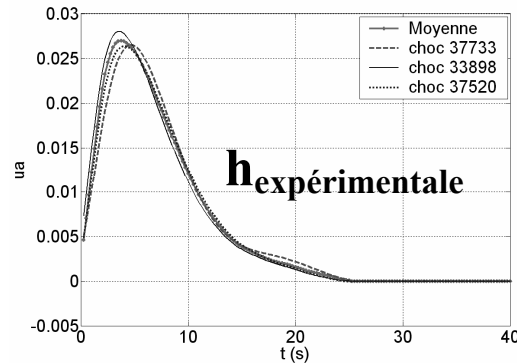


Figure 6 : Réponse impulsionnelle expérimentale du LPT (moyenne sur trois chocs)

3. Application à des données simulées et expérimentales

Avant d'appliquer le calcul à des données expérimentales, celui-ci a été testé sur des données simulées (calcul direct) auxquelles on a ajouté du bruit aléatoire gaussien centré ($\sigma = 10.6$ kW). Cette condition se rapproche des conditions expérimentales où le bruit de mesure observé n'a pas de signature particulière dans le domaine fréquentiel. Il est ainsi impossible de le filtrer au préalable sans risquer d'effacer une information physique pertinente présente dans le signal. Le calcul mené à partir de l'expression (5) a permis de retrouver de manière fiable la puissance déposée initiale, à partir des courbes de $P_{extraite}$ simulées (fig. 7).

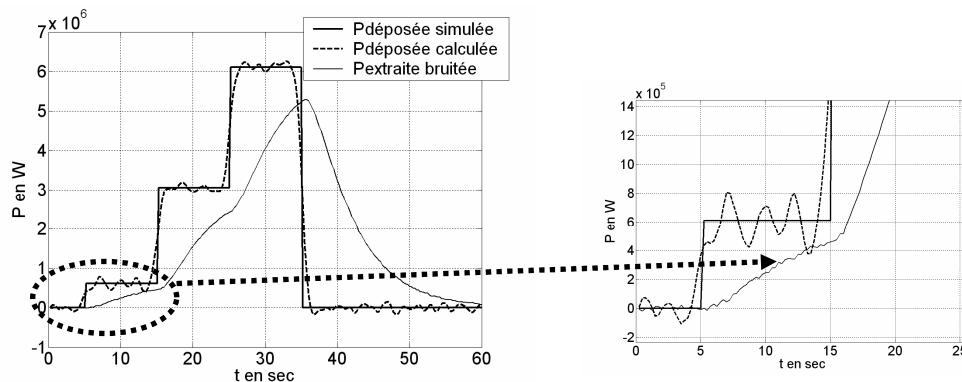


Figure 7 : Calcul inverse de $\tilde{P}_{déposée}$ sur un choc simulé avec ajout de bruit ($\mu=2.8 \cdot 10^{-2}$)

Il est possible de calculer le résidu sur la solution approchée avec :

$$résidu = \sqrt{\sum_{i=1}^N (M \times \tilde{P}_{déposée\ calculée_i} - P_{extraite_i})^2} / N \quad (6)$$

Le résidu est ici largement acceptable (11.2 kW). La procédure de calcul inverse est validée et peut être appliquée à des données expérimentales.

Deux chocs sont étudiés ici, le choc 35960 (puissance injectée par les systèmes de chauffage dans le plasma variable) et le choc 37721 ($P_{injectée}$ constante). Nous allons calculer la puissance moyenne déposée sur le LPT à l'intérieur de la machine ($P_{déposée}$) à partir de la puissance extraite par l'eau qui le traverse ($P_{extraite}$), observée en sortie de la machine.

Les coefficients de régularisation déterminés à partir des courbes en L sont ici respectivement $\mu=0.02$ et $\mu=0.05$. Les résidus sont égaux à 9.5 kW et 8 kW. On peut observer sur la figure 8 que le signal en $P_{extraite}$ est complètement lissé, on ne retrouve pas en sortie du

composant les modulations de puissance injectée par les chauffages de type « créneaux ». Le calcul inverse met cependant en évidence, à partir de ces données intégrées, des fluctuations de $P_{déposée}$ (pics) liées aux modulations de $P_{injectée}$. Des phénomènes physiques d'interaction plasma-paroi ont également pu être mis en évidence grâce à cette inversion des mesures. Sur la figure 9, on observe un pic significatif de $P_{déposée}$ au début du choc 37721, alors que $P_{injectée}$ reste quasi constante au cours de l'expérience. Le signal lissé en $P_{extraite}$ ne laissait à priori pas paraître cette information. Ce pic est dû à une augmentation de puissance rayonnée sur le plancher de la machine en début de choc, elle-même liée à une injection de gaz dans le plasma.

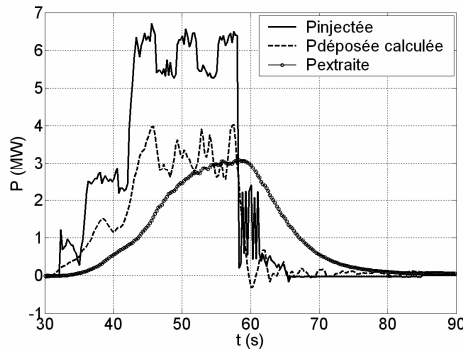


Figure 8 : Calcul inverse de $\tilde{P}_{déposée}$ sur le LPT pour le choc 35960 (Tore Supra – 2005)

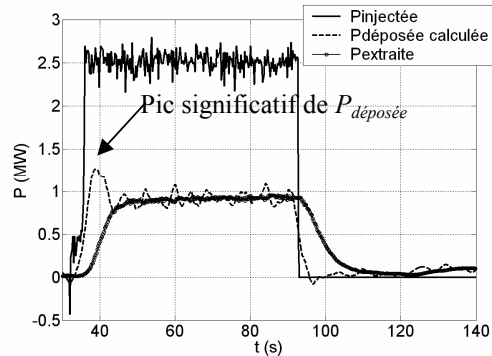


Figure 9 : Calcul inverse de $\tilde{P}_{déposée}$ sur le LPT pour le choc 37721 (Tore Supra - 2006)

4. Conclusion

Un calcul inverse linéaire a été développé et appliqué aux données calorimétriques du Limiteur de Tore Supra. Les mesures de puissance thermique extraite du composant ont pu être inversées en utilisant une forme discrétisée de la réponse indicielle du système. Celle-ci a été calculée depuis un jeu de données expérimentales, où la puissance injectée dans la machine a été assimilée à une sollicitation du composant de type échelon. Le calcul inverse a été validé au préalable sur des données simulées. Son application sur des chocs expérimentaux permet de reconstruire les allures temporelles de puissances moyennes déposées sur le Limiteur. Le diagnostic calorimétrie permet ainsi de remonter à des informations pertinentes sur les phénomènes physiques liés au transport de chaleur dans le plasma, dans la limite de phénomènes de trop courte durée (<1s) et de trop faible amplitude (quelques dizaines de kW). Il est envisagé d'appliquer cette technique aux autres éléments de première paroi de la machine afin de compléter ce premier bilan de puissance. Cette méthode est également transposable aux éléments activement refroidis de la future machine ITER.

Références

- [1] J.V. Beck, B. Blackwell, C.R. St Clair, Inverse heat conduction, ill-posed problems, *Wiley Interscience* (1985)
- [2] N. Ozisik, Heat conduction, 2d Ed., *John Wiley & sons* (New-York, 1993)
- [3] J. Hadamard, Le problème de Cauchy et les équations aux dérivées partielles linéaires hyperboliques, *Herman* (1932)
- [4] A. Tikhonov, V. Arsenine, Méthode de résolutions des problèmes mal posés, *Editions de Moscou* (1996)
- [5] C. Hansen, Rank-deficient and discrete ill-posed problems – Numerical aspects of linear inversion, *Ed. Siam* (Technical University of Denmark, 1993)