

Chauffage Intermittent : synthèse d'un contrôleur discret.

Eric BLANCO^{1*}, Philippe NEVEUX², Yoann RAFFENEL¹, Joseph VIRGONE³

¹Laboratoire AMPERE – UMR CNRS 5005

36 Avenue Guy de Collongue – 69134 Ecully Cedex

²Climat-Sol-Environnement – UMR A 1114

Faculté des Sciences – 84029 Avignon Cedex 1

³Centre de Thermique de Lyon

Domaine Scientifique de la Doua, Bât Freyssinet, 40 rue des arts, 69100 Villeurbanne France

(auteur correspondant : eric.blanco@ec-lyon.fr)

Résumé- Prendre en compte l'intermittence de l'occupation d'un bâtiment pour son chauffage offre un intérêt économique non négligeable. Une analyse préalable en temps continu a montré les avantages d'une stratégie s'appuyant sur la qualité du contrôle et la quantité d'énergie consommée. Afin de prendre en compte des considérations technologiques, nous proposons une stratégie analogue, de type Commande Optimale, développée dans le domaine discret. Cette approche permet ainsi d'obtenir la loi de commande sous la forme d'équations récursives directement exploitables pour sa mise en oeuvre.

Nomenclature

T^a	température ambiante du bâtiment, °C	A	matrice dynamique du système
τ	constante de temps du système (9564 sec)	F	matrice de transition d'état
b	gain statique (0.008413)	B	matrice de commande modèle continu
x, x_k	vecteur d'état du modèle continu, discret, °C	G	matrice de commande modèle discret
P_k	matrice de Covariance	C	matrice de sortie
y_i^r	consigne, °C	y_i^m	mesure de la température ambiante, °C
u, u_k	commande continue, échantillonnée, W	R_k	pondération du terme de coût
λ_k, β_k	état adjoint (occupation, inoccupation)	Q_k	pondération du terme de performance
T_e	pas d'échantillonnage	J	critère de performance
$F_a, G_a, C_a, X_i, u_i^c, R_k^a, Q_k^a$	matrices, vecteur d'états et commande dans la représentation augmentée		

1. Introduction

La prise en compte pour le chauffage du caractère intermittent de l'occupation des bâtiments permet de diminuer notablement leur consommation. Dans ce cadre, il convient de définir une stratégie de contrôle permettant, d'une part, de maintenir un niveau constant de température en phase d'occupation et, d'autre part, de permettre de maintenir une température minimum en phase d'inoccupation. Une des principales difficultés est de déterminer l'instant idéal de relance du chauffage du bâtiment pour remonter de la consigne basse (inoccupation) à la consigne haute (occupation) [1,2,3]. Cet instant ne doit pas être trop prématuré pour éviter une dépense inutile d'énergie, ni trop tardif pour ne pas générer de sensation d'inconfort en début de phase d'occupation. Dans [4], une approche analytique du problème, s'appuyant à la fois sur une modélisation du comportement dynamique et statique du bâtiment, et sur un critère mixte coût - performance a permis : (i) d'obtenir un contrôle précis en phase d'occupation ; (ii) de déterminer automatiquement la trajectoire optimale d'évolution de la température en phase d'inoccupation et de fait le meilleur instant de relance.

Les paramètres du contrôleur sont obtenus par la recherche d'un extremum du critère (commande optimale). Cette approche permet de formaliser le compromis nécessaire entre les performances à atteindre (en terme de dynamique) et le coût nécessaire à leur réalisation, le coût étant le cœur de cette problématique. Il apparaît néanmoins dans [4] qu'il est difficile de mettre en œuvre une loi de commande continue. Il est nécessaire de résoudre une équation non-linéaire matricielle continue, opération pouvant être difficile et coûteuse en terme de ressources. De plus, l'hypothèse de stationnarité retenue est peu adaptée car les plages temporelles d'occupation et d'inoccupation sont bornées. Cette hypothèse simplifie la mise en œuvre mais pose des problèmes aux bornes de chaque plage, se traduisant par la présence de discontinuités importantes sur la commande. Dans cet article, on se propose de présenter les premiers résultats liés au développement d'une loi de commande dans le domaine discret. Elle est obtenue par la recherche d'un extremum d'un critère coût – performance et se compose d'équations récurrentes. Le cas non stationnaire relatif aux horizons bornés peut être ainsi aisément traité.

2. Modélisation thermique du bâtiment

2.1. Description

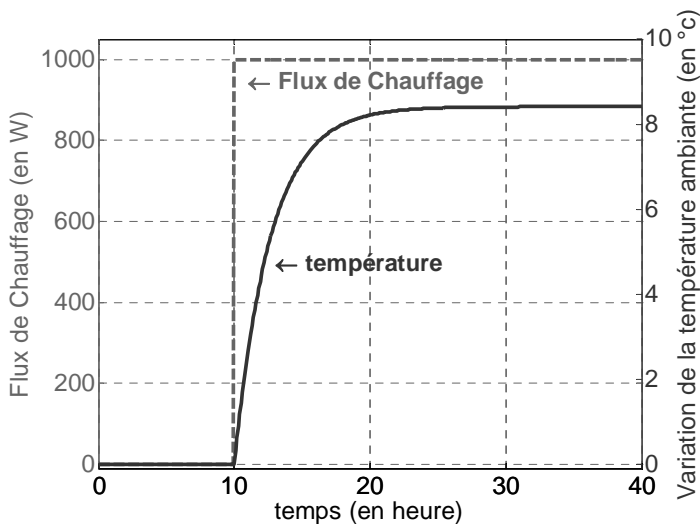


Figure 1 : réponse du modèle continu de la cellule

L'efficacité de la loi de commande sera illustrée sur le modèle de la cellule d'essai Minibat du CETHIL [5]. Il s'agit d'un montage expérimental composé de 2 locaux contigus identiques en environnement climatique contrôlé (température, ensoleillement). Les 2 pièces mesurent chacune $3.10 \text{ m} \times 3.10 \text{ m} \times 2.50 \text{ m}$ (L×l×h). L'enveloppe extérieure est constituée de béton isolant type Siporex de 20 cm d'épaisseur, et a les dimensions suivantes : $7.5 \text{ m} \times 4.50 \text{ m} \times 3.43 \text{ m}$. Les murs verticaux de la cellule sont composés de panneaux de bois

aggloméré de 5 cm d'épaisseur, recouverts d'une plaque de plâtre autoclavée de 1 cm. Seule la paroi verticale sud est équipée d'un simple vitrage de 1 cm d'épaisseur. Le plancher est formé d'une dalle de béton cellulaire de 20 cm d'épaisseur. Des essais en boucle ouverte ont été effectués afin d'identifier le comportement dynamique et statique de la cellule. Un modèle continu du premier ordre a été obtenu (Figure 1) :

$$\begin{aligned} \frac{dT^a(t)}{dt} &= -\frac{1}{\tau}T^a(t) + \frac{b}{\tau}u(t) & \Rightarrow & \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y^m(t) &= T^a_{\text{mesurée}}(t) & & y^m(t) = Cx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

2.2. Discrétisation du modèle continu et choix de l'échantillonnage

Pour le développement d'un contrôleur discret, il est nécessaire d'utiliser une représentation échantillonnée du système. Celle-ci ne doit pas dénaturer le comportement du système. En effet, un sous-échantillonnage entraînerait une perte d'information sur sa dynamique alors qu'un sur-échantillonnage le rendrait numériquement instable lors de la mise

en œuvre du contrôleur. Ainsi, la fréquence d'échantillonnage, pour respecter l'intégrité des données, doit être choisie supérieure à la fréquence de Nyquist, respectant ainsi le théorème de Shannon. Il faudra également prendre en compte la présence d'un bloqueur d'ordre 0 dans la chaîne de contrôle (Figure 2).

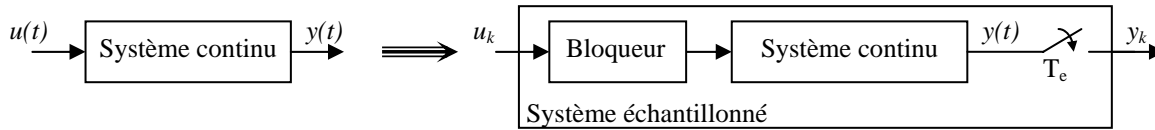


Figure 2 : schématisation du processus d'échantillonnage

Le bloqueur d'ordre 0 permet de générer un signal analogique continu par morceaux à partir des échantillons de commande issus du calculateur. La représentation numérique équivalente doit donc explicitement prendre en compte la présence de cet organe soit :

$$x_{k+1} = Fx_k + Gu_k \quad y_k^m = x_k \quad (2)$$

$$F = e^{AT_e} = e^{-\frac{T_e}{\tau}} \quad G = A^{-1} [e^{AT_e} - I] B = b \left[1 - e^{-\frac{T_e}{\tau}} \right]$$

On remarque que dans le cas du système échantillonné, la condition de stabilité est liée aux valeurs propres de la matrice de transition d'état F , celles-ci devant être de module strictement inférieur à 1. Or, ces valeurs propres sont liées aux caractéristiques du système continu et à la fréquence d'échantillonnage.

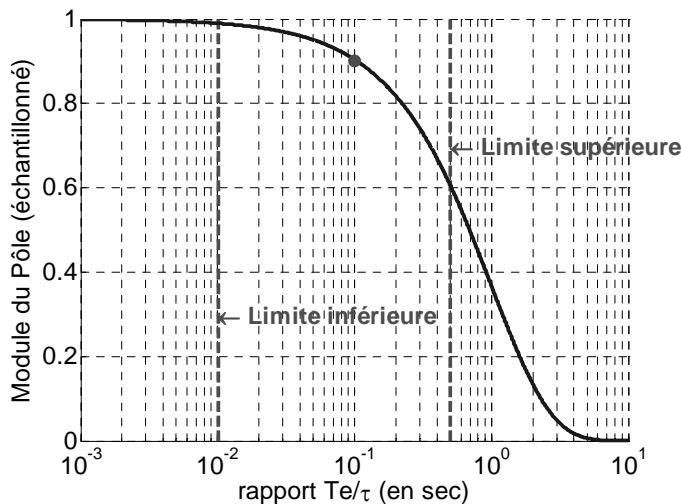


Figure 3 : Influence du choix l'échantillonnage sur la stabilité du système échantillonné

Le pas d'échantillonnage T_e ne doit donc pas être trop petit vis-à-vis des constantes de temps du système sous peine d'engendrer des instabilités.

L'échantillonnage est généralement choisi de telle sorte que les pôles du modèle échantillonné aient un module proche de 0.9 (• sur la courbe Figure 3). Dans notre étude, la constante de temps de la cellule est d'environ 2.8 h. Un pas d'échantillonnage de $T_e = 17$ min sera donc retenu.

3. Stratégie de Contrôle

La stratégie de contrôle s'appuie sur la recherche de l'extremum d'un critère liant le coût à la performance. La commande proposée s'appuie donc sur les méthodes de commande optimale des systèmes [6,7]. Une discontinuité est introduite dans l'évolution du critère pour symboliser l'alternance occupation - inoccupation. Pour améliorer la compensation des perturbations (température extérieure), le contrôleur se verra compléter d'un Feed-Forward.

3.1. Description et critère

Considérons la représentation d'état générale des systèmes linéaires échantillonnés :

$$x_{k+1} = Fx_k + Gu_k \quad \text{et} \quad y_k^m = Cx_k \quad (3)$$

On introduit dans le critère une contrainte sur la valeur finale de la sortie, élément commun aux phases occupation - inoccupation :

$$J = 0.5 \left[y_N^r - y_N^m \right]^T Q_N \left[y_N^r - y_N^m \right] + 0.5 \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \left[y_k^r - y_k^m \right]^T Q_k \left[y_k^r - y_k^m \right] + u_k^T R_k u_k \right\} \quad (4)$$

où y_N^r est la consigne haute, R_k et Q_k sont des matrices respectivement semi-définie positive et définie positive. N est le nombre total d'échantillons compris dans la totalité d'un cycle. Les phases d'occupation et d'inoccupation sont à durée bornée. La première phase est définie sur un intervalle $[0, t_1]$ et la seconde sur $]t_1, t_2]$. La prise en compte de la spécificité de chacune de ces phases se traduit par :

$$\begin{aligned} Q_k &= Q_{oc} \text{ et } R_k = R_{oc} \text{ pour } k \in [0, t_1] \\ Q_k &= 0 \text{ et } R_k = R_{in} \text{ pour } k \in]t_1, t_2] \end{aligned} \quad (5)$$

3.2. Synthèse sur l'intervalle $[0, t_1]$

Pour la synthèse, on considère les N_1 échantillons compris dans la durée de cette phase,

$$J^1 = 0.5 \left[y_{N_1}^r - y_{N_1}^m \right]^T Q_{N_1} \left[y_{N_1}^r - y_{N_1}^m \right] + 0.5 \sum_{k=0}^{N_1-1} \left\{ \left[y_k^r - y_k^m \right]^T Q_k \left[y_k^r - y_k^m \right] + u_k^T R_k u_k \right\} \quad (6)$$

Pour assurer le rejet des perturbations, on introduit un nouvel état z_k conduisant à une représentation discrète augmentée équivalente à la représentation de Johnson [4] dans le cas continu :

$$\begin{aligned} X_{k+1} = \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ z_{k+1} \end{bmatrix} &= F_a X_k + G_a u_k^c \text{ avec } F_a = \begin{bmatrix} F & G \\ 0 & I \end{bmatrix} \text{ et } G_a = \begin{bmatrix} 0 \\ I \text{ T}_e \end{bmatrix} \\ Y_k^m &= C_a X_k \text{ avec } C_a = [C \ 0] \end{aligned} \quad (7)$$

Soit la fonction Revenu Ω_k définie par :

$$\begin{aligned} \Omega_k (X_k, u_k^c) &= 0.5 \left(\left[X_k^r - X_k \right]^T C_a^T Q_k^a C_a \left[X_k^r - X_k \right] + u_k^{cT} R_k^a u_k^c \right) \\ \text{avec } Q_k^a &= \begin{bmatrix} Q_k & 0 \\ 0 & R_k \end{bmatrix} \text{ et } R_k^a = \theta_k \end{aligned} \quad (8)$$

avec θ_k une matrice de pondération symétrique définie positive. La valeur optimale du critère peut être définie par une forme récurrente :

$$J_k^{1*} = \min_{u_k^c} (\Omega_k + J_{k+1}^{1*}) \quad (9)$$

où J_k^{1*} est supposée être une forme quadratique. On pose :

$$J_{k+1}^{1*} = 0.5 (X_{k+1}^T P_{k+1} X_{k+1} + 2\lambda_{k+1}^T X_{k+1}) \quad (10)$$

En tenant compte de (7), (9) et (10), le minimum par rapport à u_k^c est défini par :

$$u_k^{c*} = - (R_k^a + G_a^T P_{k+1} G_a)^{-1} G_a^T (P_{k+1} F_a X_k + \lambda_{k+1}) = -K_k X_k + L_k \lambda_{k+1} \quad (11)$$

Considérer J_k^{1*} comme une forme quadratique implique

$$P_k = (F_a - G_a K_k)^T P_{k+1} (F_a - G_a K_k) + K_k^T R_k^a K_k + C_a^T Q_k^a C_a \text{ avec } P_N = C_a^T Q_{N_1}^a C_a \quad (12)$$

$$\lambda_k = (F_a - G_a K_k)^T \lambda_{k+1} - C_a^T Q_k^a C_a X_k^r \text{ avec } \lambda_N = C_a^T Q_{N_1}^a C_a^T X_{N_1}^r \quad (13)$$

On remarque que ces deux équations sont à résoudre en temps inverse, ce qui implique que l'on devra les résoudre préalablement pour un cycle avant le démarrage de l'installation.

3.3. Synthèse sur l'intervalle $]t_1, t_2]$

Soit N_2 le nombre d'échantillons compris dans la durée de cette phase. Le critère est défini par

$$J^2 = 0.5 \left[y_{N_2}^r - y_{N_2}^m \right]^T Q_{N_2} \left[y_{N_2}^r - y_{N_2}^m \right] + 0.5 \sum_{k=N_1}^{N_2-1} u_k^T R_k u_k \quad (14)$$

Soit la fonction Coût Φ_k et l'Hamiltonien H_k

$$\Phi_k(u_k) = 0.5 u_k^T R_k u_k \quad \text{et} \quad H_k = -\Phi_k + \beta_{k+1}^T [F x_k + G u_k] \quad (15)$$

L'application du Principe du Maximum discret [7], conduit directement à :

$$\frac{dH}{du_k} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_k^* = R_k^{-1} G^T \beta_{k+1} \quad \text{et} \quad \beta_k = -\frac{\partial H}{\partial x_k} \Rightarrow \beta_k = F^T \beta_{k+1} \quad (16)$$

$$\text{soit} \quad u_k^* = R_k^{-1} G^T (F^T)^{N_2-k-1} \beta_{N_2} \quad (17)$$

En introduisant (17) dans (3), on obtient après quelques manipulations :

$$\beta_{N_2} = \left(\sum_{k=N_1}^{N_2-1} F^k G R_k^{-1} G^T (F^T)^k \right)^{-1} (I - F^{N_2}) x_{N_2}^r \quad (18)$$

avec $x_{N_2}^r$ la valeur finale souhaitée pour les états.

4. Simulation et résultats

Les simulations présentées sont réalisées sous Matlab[®]. La variation de température extérieure sera la seule perturbation retenue. Les données météorologiques proviennent de la station Météonorm de Lyon – Bron. La simulation porte sur deux jours en considérant la plage 8h00-19h00 comme période d'occupation. Pour cette phase, on réalise un calcul préalable de (12), (13). Pour la phase d'inoccupation, la résolution de (17), (18) conduit au profil idéal de la commande, et de fait au profil de la température en absence de perturbation. Dans cette phase, lorsque la température passe sous la consigne basse, on utilise la même technique que celle utilisée en période d'occupation pour maintenir la température autour de cette consigne. Lorsque la température ambiante croise à nouveau la trajectoire de référence, on reprend la loi de commande définie par (17) (Figure 3). Les résultats obtenus (Figures 5 et 6) sont particulièrement intéressants. La Figure 5 présente l'évolution de la température ambiante. La stratégie de commande retenue permet de satisfaire avec une grande efficacité les différentes contraintes imposées. La consigne haute est respectée en phase d'occupation. En phase d'inoccupation, une contrainte de positivité sur la commande (système de chauffage non réversible) permet de profiter pleinement des apports extérieurs, entraînant un décalage de la trajectoire hyperbolique suivie en l'absence de perturbations. La relance est particulièrement efficace. On note également, au regard de l'évolution de la commande dans les deux phases d'inoccupation (Figure 6), l'impact significatif en terme d'économie du Feed-Forward. L'implantation de la version non stationnaire de cette loi de commande a permis d'éliminer les problèmes de discontinuité présents dans [4] (cas continu stationnaire)

5. Conclusion

Dans cet article, la synthèse d'un contrôleur discret pour le contrôle de la température dans un bâtiment a été présentée. Elle s'appuie sur un critère permettant de caractériser le comportement spécifique aux phases d'occupation et d'inoccupation. Une représentation discrète a été définie en prenant en compte des contraintes technologiques, puis les paramètres du contrôleur ont été déterminés par la recherche d'un extremum d'un critère Coût-Performance, couplé à un Feed-Forward. Les résultats de simulations sont particulièrement encourageants. Deux voies sont envisagées pour la suite : (i) valider expérimentalement le contrôleur et (ii) prendre en compte les apports solaires.

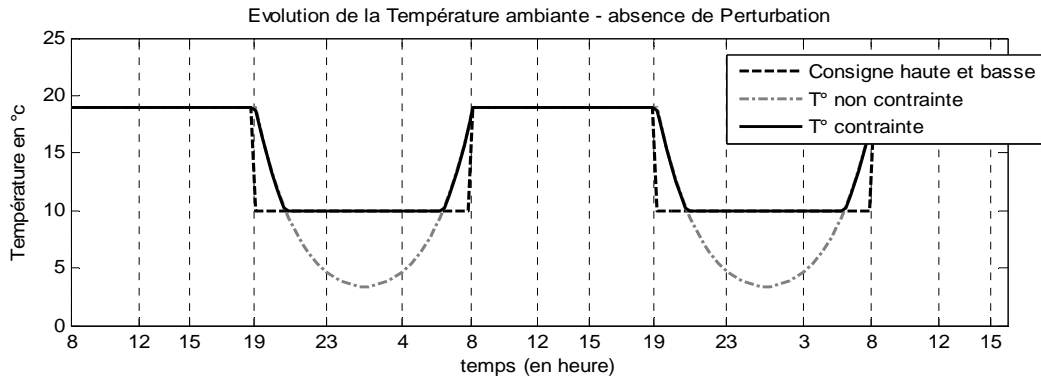


Figure 4 : Evolution de la température ambiante en absence de perturbation – cas idéal

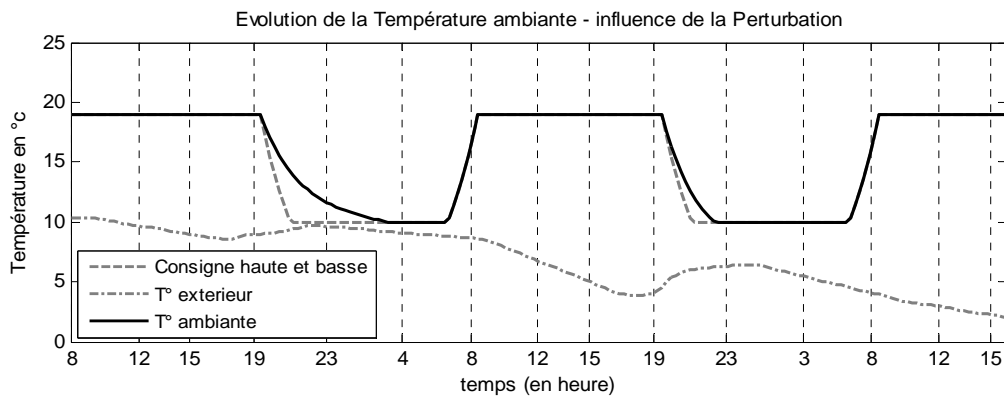


Figure 5 : Evolution de la température ambiante, influence de la température extérieur

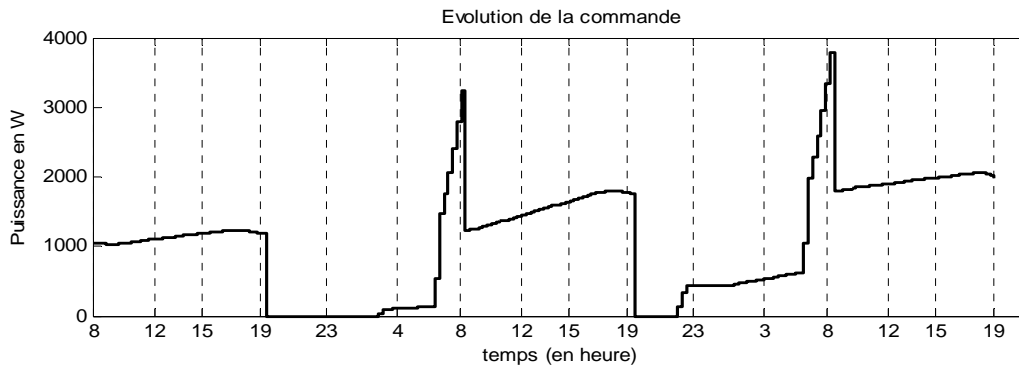


Figure 6 : Evolution de la commande

Références

- [1] G. Fraisse, La régulation thermique des bâtiments tertiaires : application de la logique floue à la régulation centrale du chauffage en régime intermittent, *thèse, CETHIL, INSA de Lyon*, 1997
- [2] J. Virgone, G. Fraisse Optimisation of intermittent heating: experimental results of a new remote controller, *Clima 2000, Napoli 2001 world congress*, 15-18 septembre 2001, 13p.
- [3] G. Fraisse, J. Virgone, J.J. Roux, Thermal Control of a discontinuously occupied building using a classical and a fuzzy logic approach, *Energy and Buildings* 26 (1997) 303-316
- [4] Y. Raffenel, S. Choulak, E. Blanco, J. Virgone, Commande optimale basée sur le modèle d'un bâtiment pour le chauffage intermittent, *SFT 2006*, 16-19 Mai 2006, 6p
- [5] F. Kuznik, J. Virgone, J. Noël, Etude dynamique d'une cavité contrôlée soumise à diverses sollicitations thermiques – expérimentation et modélisation, *journées internationales de thermique, JITH*, Tanger 15-17 novembre 2005, p 363-366.
- [6] W.F. Ramirez, Process Control and Identification, *Academic Press*, 1994
- [7] B. D. O. Anderson, J.B. Moore, Optimal control – Linear Quadratic Methods, *Prentice Hall*, 1990