

Caractérisation thermique non intrusive au moyen d'un plan chaud et d'un fil chaud asymétriques

Jean-Claude KRAPEZ^{1*}

¹ONERA Département d'Optique Théorique et Appliquée
BA 701 – 13300 Salon de Provence

* krapez@onera.fr

Résumé – Les modèles thermocinétiques du plan chaud et du fil chaud asymétriques sont décrits ainsi que des résultats de mesure sur de l'asphalte. Dans la configuration asymétrique, on place la sonde sur le matériau à caractériser et on la recouvre d'une couche isolante de propriétés thermiques connues. Ainsi on peut, par contact, mais de façon non intrusive, mesurer l'effusivité et la conductivité de matériaux solides, notamment les matériaux de sol.

Nomenclature

a	diffusivité, $m^2.s^{-1}$	T	température, K
b	effusivité, $J.m^{-2}.K^{-1}.s^{-1/2}$	Z	impédance thermique, $K.m^2.W^{-1}$
C_s	capacitance de la sonde, $J.m^{-2}.K^{-1}$	<i>Symboles grecs</i>	
l	épaisseur, m	β	variable de Fourier, m^{-1}
p	variable de Laplace, s^{-1}	ϕ	flux, $W.m^{-2}$
P	densité surfacique de puissance, $W.m^{-2}$	λ	conductivité, $W.m^{-1}.K^{-1}$
P_f	densité linéique de puissance, $W.m^{-1}$	θ	transformée de la température
R_c	résistance de contact, $K.m^2.W^{-1}$	<i>Indices et exposants</i>	
R_s	résistance de la sonde, $K.m^2.W^{-1}$	i, m, s	isolant, matériau, sonde

1. Introduction

Cette étude s'inscrit dans une démarche pour le développement de méthodes de mesure par télédétection des propriétés thermiques et radiatives des sols terrestres. Pour disposer d'outils de référence pour la validation des précédentes, des méthodes de caractérisation thermiques par contact, mais néanmoins non intrusives, ont été recherchées. Le *fil chaud* (FC) est un moyen classique pour la mesure de la *conductivité thermique* des solides et des fluides [1-3]. Le *plan chaud* (PC) est, quant à lui, un moyen classique pour la mesure de l'*effusivité thermique* [4].

Le principe du FC consiste à placer une source de chaleur fine et rectiligne au sein du volume à caractériser et à mesurer l'évolution de la température de cette source ou d'un point proche lors de l'injection d'une puissance constante. Dans la configuration traditionnelle du FC, le champ de température autour de la source est à symétrie de révolution. Dans le cas du PC, une source plane est insérée entre deux échantillons du matériau à caractériser (configuration symétrique). Après un délai qui dépend des paramètres thermiques de la source et de son éventuelle enveloppe, la température mesurée adopte une évolution linéaire en $\ln(t)$ pour le FC et en \sqrt{t} pour le PC, la pente étant inversement proportionnelle à la conductivité, respectivement à l'effusivité, du milieu qui entoure la sonde.

Le caractère non-intrusif imposé aux méthodes recherchées nous a orienté vers les variantes asymétriques du PC et du FC (PCA et FCA, cf. fig. 1) : les sondes sont placées sur la surface du matériau à caractériser puis recouvertes d'un matériau isolant, modérément souple et de propriétés thermiques connues (ex : mousse polyuréthane haute densité). Sur la couche d'isolant est exercée une pression uniforme pour réduire au maximum les résistances thermiques de part et d'autre de la sonde.

De par leur configuration asymétrique, les sondes PCA et FCA rejoignent l'esprit du capteur de mesure d'effusivité proposé par Mathis, inc. [6].

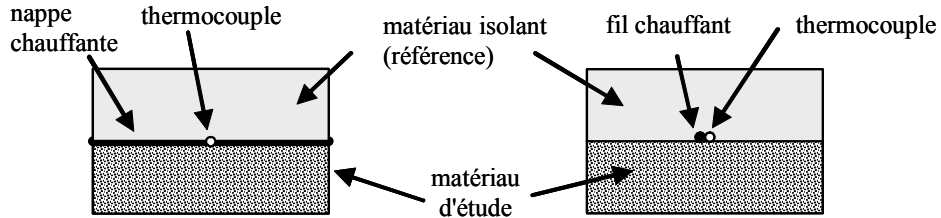


Figure 1 : Principe des sondes plan chaud (g.) et fil chaud (d.) en mode asymétrique

On présente ici les modèles analytiques du PCA et du FCA avec prise en compte des résistances de contact et des propriétés thermiques de la sonde. Des études de sensibilité sont effectuées dans l'objectif d'une identification de l'effusivité et de la conductivité du matériau sous-jacent. Enfin, on expose les résultats expérimentaux obtenus sur de l'asphalte avec des sondes développées par Thermicar [5].

2. Modèle thermocinétique du plan chaud asymétrique (PCA)

On considère l'empilement représenté sur la fig. 2. La couche correspondant à la sonde, est séparée du matériau d'épreuve et de l'isolant par des résistances de contact R_{cm} et R_{ci} .

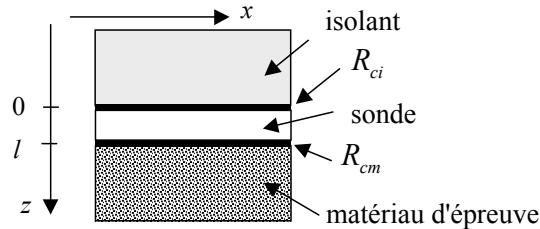


Figure 2 : modèle thermocinétique pour la sonde plan chaud asymétrique

Les couches extrêmes sont considérées semi-infinies et le transfert est monodirectionnel perpendiculairement au plan de la sonde. Une puissance calorifique de densité volumique uniforme P/l est dissipée dans la sonde (P est la transformée de Laplace de P).

La relation quadripolaire établissant le lien entre les transformées de Laplace de la température et du flux aux bornes de la sonde s'exprime de la façon suivante, où l'on a fait apparaître les impédances $Z_1 = Z_2$ et Z_3 de la représentation en T [7] et l'impédance purement capacitive de la sonde Z_c :

$$\begin{pmatrix} \theta_0 \\ \phi_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{Z_3} \begin{bmatrix} Z_1 + Z_3 & Z_1(Z_1 + 2Z_3) \\ 1 & Z_1 + Z_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_l \\ \phi_l \end{pmatrix} - \frac{PZ_c}{Z_3} \begin{pmatrix} Z_1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\text{avec : } Z_1 = \frac{\cosh l\sqrt{p/a_s} - 1}{b_s\sqrt{p} \sinh l\sqrt{p/a_s}} \quad Z_3 = \frac{1}{b_s\sqrt{p} \sinh l\sqrt{p/a_s}} \quad Z_c = \frac{1}{\rho_s c_s l p} = \frac{1}{C_s p} \quad (2)$$

L'observable qui nous intéresse ici est la température moyenne de la sonde : $\bar{\theta}$ et l'on recherche l'impédance globale \bar{Z} du système formé par la sonde, les deux matériaux qui l'encadrent et les résistances de contact :

$$\bar{\theta} = P \cdot \bar{Z} \quad (3)$$

Avec le symbole // pour représenter deux impédances en parallèle, on montre que :

$$\bar{Z} = Z_c // [Z_3 - Z_c + (Z_1 + R_{ci} + Z_i) // (Z_1 + R_{cm} + Z_m)] \quad (4)$$

Le réseau d'impédance équivalent est illustré sur la fig. 3.

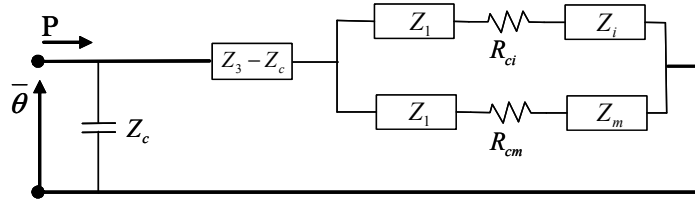


Figure 3 : réseau d'impédances équivalent au multicouche plan chaud asymétrique

Avec des couches suffisamment épaisses pour pouvoir être considérées semi-infinies, les impédances Z_i et Z_m du matériau isolant et du matériau d'épreuve ne dépendent que de leur effusivité :

$$Z_j = (b_j \sqrt{p})^{-1} \quad j = i, m \quad (5)$$

Dans le cas d'un montage symétrique ($Z_m = Z_i$ et $R_{cm} = R_{ci}$), on retrouve le réseau d'impédances publié dans [7]: $\bar{Z} = Z_c // [Z_3 - Z_c + (Z_1 + R_{cm} + Z_m) / 2]$

Dans l'approximation aux temps longs vis-à-vis du temps de diffusion dans la sonde, ce qui correspond à des valeurs faibles de $l\sqrt{p/a_s}$, les impédances Z_1 et Z_3 peuvent être remplacées par leurs expressions à l'ordre 0 en p :

$$Z_1 \approx R_s / 2 \quad Z_3 - Z_c \approx -R_s / 6 \quad (6)$$

On peut encore simplifier ce modèle en négligeant la résistance de la sonde R_s , compte tenu de la faible épaisseur de celle-ci. On se ramène dans ce cas à trois impédances en parallèle : l'impédance capacitive de la sonde et les impédances des deux matériaux qui l'encadrent grevées des résistances de contact associées [8] :

$$\bar{Z} \approx Z_c // (R_{ci} + Z_i) // (R_{cm} + Z_m) \quad (7)$$

Le retour dans l'espace réel pour la température fait appel à la technique de Stehfest [7].

3. Modèle thermocinétique du fil chaud asymétrique (FCA)

Le modèle est le même que pour le plan chaud asymétrique (cf. fig. 2), si ce n'est que la puissance fournie est cette fois-ci localisée le long d'une ligne de largeur infinitésimale suivant x . On suppose en outre que cette source est répartie uniformément sur l'épaisseur l de la sonde. Le traitement passe par une transformée intégrale supplémentaire en Fourier-cosinus suivant x . Les différentes solutions proposées au § 2 pour le plan chaud asymétrique peuvent être reprises moyennant le remplacement, pour chacun des trois milieux $j = i, m, s$, de la variable de Laplace p par la variable de Fourier-Laplace : $p + (\beta \lambda_j / b_j)^2$ où β est la variable de Fourier. L'équation (3) est à remplacer par : $\bar{\theta} = P_f / 2 \cdot \bar{Z}$. La température réelle est finalement obtenue par intégration sur $\beta \in [0, \infty]$ puis par une transformée de Laplace

inverse selon la technique de Stehfest.

4. Température de la sonde PCA et sensibilité aux paramètres

A titre d'exemple, nous présentons des résultats de calcul pour une sonde PCA typique (multicouche de 40 μm de cuivre et de 60 μm de kapton + isolant en mousse polyuréthane). Les propriétés thermiques considérées sont : $R_s = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ K}\cdot\text{m}^2\cdot\text{W}^{-1}$, $C_s = 230 \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$, $b_i = 120 \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{s}^{-1/2}$, $R_{cm} = R_{ci} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ K}\cdot\text{m}^2\cdot\text{W}^{-1}$ et $P = 500 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. L'évolution de la température moyenne de la sonde, pour quatre valeurs de l'effusivité du matériau testé, est décrite sur la fig. 4. La tendance en \sqrt{t} propre au cas idéal sans capacitance ni résistance n'est acquise qu'au bout de plusieurs secondes pour le matériau le moins effusif et au bout plusieurs centaines de secondes pour le plus effusif.

Les courbes de sensibilité relative ($\zeta \partial T / \partial \zeta$ où ζ est chacun des paramètres étudiés) sont rapportées sur la fig. 5 pour le cas d'un matériau d'effusivité $2000 \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{s}^{-1/2}$. On n'a pas fait apparaître la sensibilité de la température à la résistance de la sonde R_s ni à la résistance de contact R_{ci} car elles n'atteignent que $5 \cdot 10^{-4}$ et $3 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}$. Ces valeurs sont trop faibles pour que l'on puisse identifier ces deux paramètres en même temps que les autres. Il sera préférable de les fixer à des valeurs estimées (ex : $R_s = 0$ et R_{ci} assimilé à R_{cm} ou à une fraction de R_{cm}). Pour déterminer l'effusivité du matériau testé, il faut privilégier les temps élevés ($t > 20 \text{ s}$ pour l'exemple considéré). Les mesures aux temps courts seront par contre utiles pour identifier les paramètres secondaires que sont la capacitance de la sonde et la résistance de contact R_{cm} . Pour l'effusivité de l'isolant, il est préférable d'en effectuer une mesure indépendante (mesure PC symétrique sur deux échantillons d'isolant). L'étude des valeurs singulières de la matrice de sensibilité (matrice formée des vecteurs de sensibilité relative) indique que la quatrième valeur est déjà inférieure de trois ordres de grandeur à la première. Trois paramètres seulement pourront donc être aisément identifiés : b_m , R_{cm} et C_s .

5. Température de la sonde FCA et sensibilité aux paramètres

Les valeurs numériques du § 4 ont été reprises pour la sonde FCA. On a ajouté $P_f = 2 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}$, $b_m = 1600 \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{s}^{-1/2}$ et $\lambda_i = 0,06 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Quatre valeurs différentes ont été considérées pour la conductivité λ_m (cf. fig. 6). On peut remarquer que l'évolution canonique en $\ln(t)$ n'est rencontrée qu'après un délai de quelques secondes. Prelovsek *et al.* ont montré que pour un fil chaud à l'interface d'un bi-matériau sans résistance thermique, la pente aux temps longs est inversement proportionnelle à la moyenne des conductivités des milieux de part et d'autre de la sonde [9]. L'évolution aux temps courts décrite sur la fig. 6 est due aux résistances au niveau de la sonde et à la capacitance de cette dernière.

Les courbes de sensibilité aux paramètres sont rapportées sur la fig. 7 pour le cas $\lambda_m = 0,64 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. On constate que la sensibilité à λ_m n'est pas prédominante, or c'est ce paramètre que l'on cherche à mesurer avec la sonde FCA. Il faut toutefois remarquer que pour des temps supérieurs à quelques secondes, la sensibilité à λ_m continue à évoluer alors que les sensibilités aux autres paramètres inconnus sont presque constantes. Ceci est un gage d'identifiabilité de λ_m malgré les corrélations importantes. Les trois premières valeurs singulières de la matrice de sensibilité ont des niveaux voisins pour peu que l'on exploite les

mesures de température dès avant 1 s. Les autres valeurs singulières sont par contre, au mieux, de deux ordres de grandeur inférieures à la première. Une nouvelle fois, trois paramètres seulement pourront être accessibles : λ_m et C_s d'une part, et, d'après la similitude de forme pour les courbes de sensibilité aux résistances, on ajoutera l'inconnue $R_{cm} = R_{ci}$ tandis que l'on fixera R_s à une valeur estimée.

6. Résultats expérimentaux

Nous avons mis en œuvre des sondes PC et FC spécifiquement développées par Thermicar [5] pour nos besoins en caractérisation non intrusive des sols. Les sources de chaleur sont formées d'un circuit résistif (circuit imprimé en cuivre de quelques dizaines de microns d'épaisseur). Pour le plan chaud, le circuit est en zig-zag et réalise une nappe presque uniforme ; pour le fil chaud, il s'agit d'un simple fil rectiligne replié sur lui-même. La température est mesurée par un ou deux groupes de thermocouples (TC). L'ensemble source + thermocouple(s) est placé entre deux feuilles de kapton. Les dimensions des sondes PC et FC sont $23 \times 23 \text{ cm}^2$ et 23 cm . On rapporte sur les fig. 8 et 9 les résultats d'un essai effectué sur de l'asphalte. Avant identification, les thermogrammes subissent une compression logarithmique qui, tout en réduisant d'un facteur 10 à 20 le nombre de points à traiter, préserve sans altération les variations rapides aux temps courts. L'incertitude attachée à chaque point du thermogramme compressé diminue avec le temps. Elle est prise en compte dans la fonction coût à minimiser (méthode des moindres carrés pondérés).

Les deux groupes de TC de la sonde PCA donnent, après identification, 1633 et $1637 \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{s}^{-1/2}$ pour l'effusivité de l'asphalte. Un deuxième essai fournit les valeurs de 1623 et $1633 \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{s}^{-1/2}$. On a vérifié que l'impact de l'estimation initiale de R_s est tout à fait négligeable. Avec le FCA on trouve une conductivité de 0,63 et 0,68 $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ pour deux essais successifs. La sensibilité plus importante à R_s en nécessite une bonne estimation préalable, via un étalonnage par exemple. Les résidus normalisés par l'incertitude de la température (après compression logarithmique) sont rapportés sur les figures 10 et 11.

Mentionnons pour finir que le principal souci est de s'assurer d'une grande stabilité thermique avant la mise en fonctionnement de la source de chauffage. Une dérive en température de l'un des constituants du multicouche peut en effet avoir rapidement des conséquences néfastes sur l'identification des paramètres. Ainsi, pour l'exemple précédent, une dérive mesurée par la sonde de seulement $0,01^\circ\text{C}/\text{min}$ entraîne une erreur de -2% sur l'effusivité de l'asphalte et de -13% sur sa conductivité. On imagine, au vu de ces valeurs, le défi que peut représenter une caractérisation précise en milieu extérieur.

Références

- [1] J.H. Blackwell, A transient-flow method for determination of thermal constants of insulating materials in bulk, *J. Appl. Phys.*, 25-2 (1954), 137-144.
- [2] F. DePonte, S. Klarsfeld, Conductivité thermique des isolants, *Tech. Ing.*, R 2930, (2002).
- [3] B. Le Neindre, Conductivité thermique des liquides et des gaz, *Tech. Ing.*, R 2920, (1996).
- [4] J.-C. Krapez, Mesure de l'effusivité thermique, *Tech. Ing.*, R 2957, R 2958, R 2959, (2006).
- [5] <http://www.lept-ensam.u-bordeaux.fr/thermicar/default.html>
- [6] <http://www.mathisinstruments.com>
- [7] D. Maillet et al., *Thermal Quadrupoles*, Wiley (2000).
- [8] Y. Jannot, *Transferts thermiques*, <http://www.thermique55.com/principal/thermique.pdf>.
- [9] P. Prelovšek, B. Uran, Generalized hot wire method for thermal conductivity measurements, *J. Phys. E : Sci. Instrum.*, 17 (1984), 674-677.

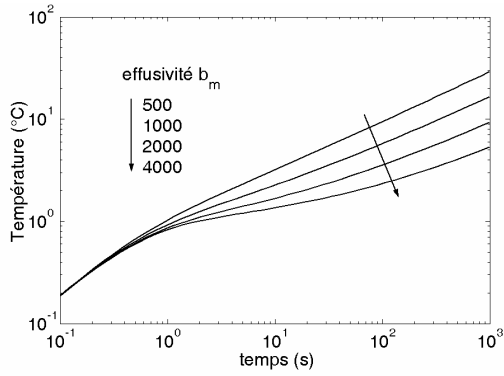


Figure 4 : Température de la sonde PCA pour quatre valeurs de l'effusivité du matériau

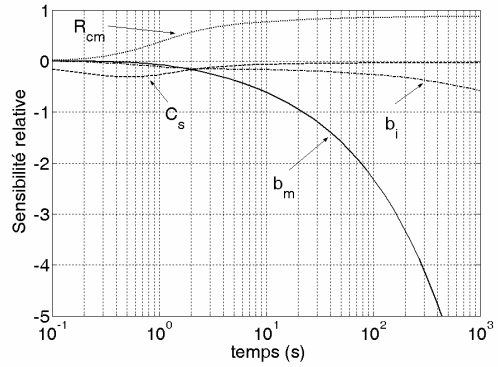


Figure 5 : Sensibilité relative de la température de la sonde PCA aux paramètres principaux

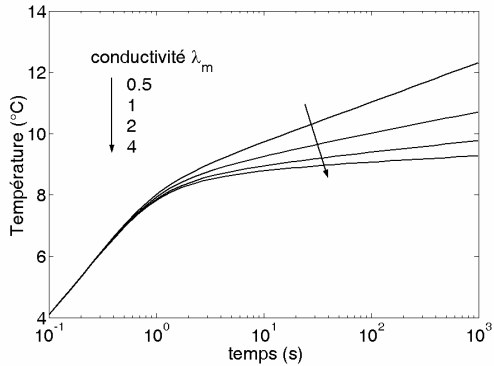


Figure 6 : Température de la sonde FCA pour quatre valeurs de la conductivité.

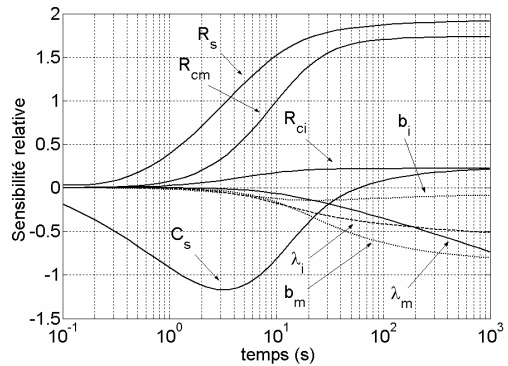


Figure 7 : Sensibilité relative de la température de la sonde FCA aux paramètres principaux

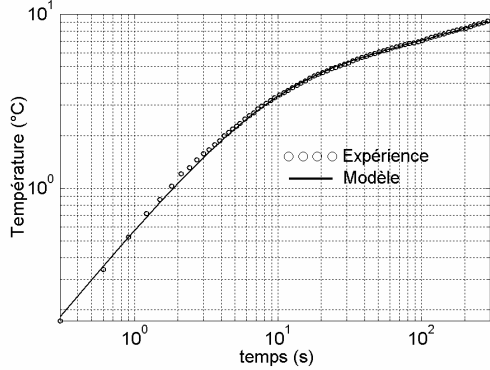


Figure 8 : expérience PCA sur de l'asphalte

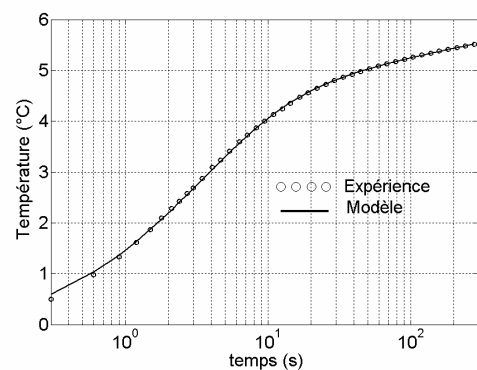


Figure 9 : expérience FCA sur de l'asphalte

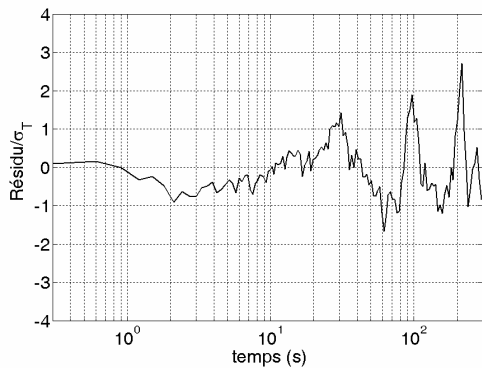


Figure 10 : expérience PCA : résidus relatifs

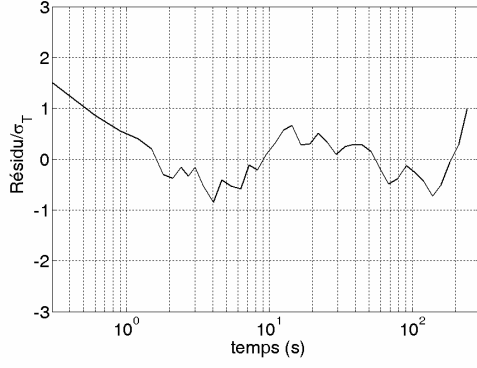


Figure 11 : expérience FCA : résidus relatifs