

# Etude de l'effet piston au sein d'un fluide supercritique en milieu poreux

Eric GEORGIN<sup>1\*</sup>, Didier LASSEUX<sup>1</sup>, Raphaël CHERRIER<sup>1</sup>, Bernard ZAPPOLI<sup>2</sup>, Serge LAUGIER<sup>1</sup>, Yves GARRABOS<sup>3</sup>, Jalil OUZZANI<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire TREFLE – UMR 8508, site ENSCPB, 16 avenue Pey Berland, 33607 Pessac Cedex.

<sup>2</sup>CNES, 18, Avenue Edouard Belin 31055 Toulouse Cedex 4.

<sup>3</sup>ICMCB – UPR CNRS 9048, 87 avenue du Docteur Schweitzer, 33600 Pessac Cedex.

<sup>4</sup>Société ARCOFLUID, Parc Scientifique Unitec 1, 4 Allée Du Doyen George Brus, 33600 Pessac.

\* (auteur correspondant : [georgin@enscpb.fr](mailto:georgin@enscpb.fr))

**Résumé** – Les fluides purs, au voisinage de leur point critique, en l'absence de gravité, sont le siège d'un transfert de chaleur particulier appelé effet piston. Cet effet a pour conséquence une thermalisation rapide et homogène du fluide maintenu à volume constant. Dans ce travail, on s'intéresse au devenir de l'effet piston dans le cas où le fluide, proche de son point critique, sature un milieu poreux homogène et indéformable. Un modèle physique heuristique reposant sur un ensemble d'équations moyennes, opérant à l'échelle de Darcy, a été utilisé pour décrire les transferts de chaleur et de quantité de mouvement. Dans ce travail, on se propose de vérifier, par voie numérique, la validité des équations établies.

## Nomenclature

$c$	vitesse du son, $m.s^{-1}$	$\tau$	écart relatif à la température critique
$C_V$	capacité calorifique à volume constant, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	$\varepsilon_p$	porosité
$K$	perméabilité, $m^2$		<i>Indices et exposants</i>
$p$	pression, $Pa$	$f$	indice la phase fluide
$T$	température, $K$	$s$	indice la phase solide
$r$	constante spécifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	$0$	indice du gaz parfait à $T_i$
$u$	vitesse, $m^2.s^{-1}$	$i$	indice de l'état initial
	<i>Symboles grecs</i>	$C$	propriété critique
$\mu$	viscosité dynamique, $Pa.s$	$CO_2$	fluide étudié
$\nu$	viscosité cinématique $m^2.s^{-1}$		

## 1. Introduction

Dans les années 1990, l'étude hydrodynamique et thermique des fluides purs, au voisinage de leur point critique, en l'absence de gravité, a mis en évidence l'effet piston [1]. Il a pour conséquence une thermalisation rapide et homogène du fluide maintenu à volume constant. Ce chauffage adiabatique résulte du caractère hyperdilatable du fluide au voisinage de son point critique. Il traduit la conversion du travail des forces de pression en énergie thermique.

Ici, nous étudions le devenir de l'effet piston dans le cas où le fluide, proche de son point critique, sature un milieu poreux homogène et indéformable et où donc le rôle des couches limites thermiques peut devenir prépondérant. L'étude théorique menée antérieurement [3] a été basée sur un système d'équations aux perturbations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ce système constitue un ensemble d'équations moyennes largement empiriques opérant à l'échelle de Darcy. A partir de ce système, une solution analytique simplifiée a été obtenue à l'aide de la technique des développements asymptotiques raccordés. Ce développement a mis en évidence trois régimes de propagation de la chaleur séparés par deux cross-over [2].

Dans ce travail, nous tentons d'analyser la validité du modèle heuristique de base à l'échelle de Darcy servant aux développements asymptotiques. Nous nous restreignons ici à l'analyse du modèle de quantité de mouvement (équation de Darcy) à l'échelle macroscopique. Pour ce faire, nous réalisons des simulations numériques consistant à résoudre les équations de bilan couplées à l'échelle du pore et testons la robustesse du modèle moyen à l'échelle de Darcy en analysant les bilans sur les champs moyennés de pression et de vitesse. L'étude est menée sur une configuration bidimensionnelle simple de type Hele-Shaw pour laquelle la description par un modèle de Darcy est triviale.

## 2. Modèle physique – Développement asymptotique

Pour aboutir à une solution analytique simplifiée, la méthodologie consiste, à partir d'un ensemble d'équations moyennées et adimensionnées, à appliquer la technique des développements asymptotiques raccordés. Nous ne présentons ici que le modèle physique utilisé et les principaux résultats théoriques obtenus [2], [4] sans détailler le développement (voir par exemple [3]).

La configuration d'étude est celle d'un milieu poreux modèle, de longueur  $L$ , saturé par un fluide au repos, à l'équilibre thermodynamique, à la densité  $\rho_i = \rho_c$  et à une température

$T_i$  telle que  $\tau = \frac{T_i - T_c}{T_c} \ll 1$ . En  $x = 0$ , à  $t = 0$ , un flux de chaleur est imposé et on étudie le

transfert de la chaleur et de la quantité de mouvement résultant dans le milieu. Le modèle physique retenu est un système d'équations couplées de conservation de la masse, de l'énergie et de la quantité de mouvement à l'échelle du volume élémentaire représentatif du milieu poreux. Les hypothèses suivantes sont retenues :

- le gradient de pression à l'échelle du pore est faible comparé à celui à l'échelle du volume élémentaire représentatif
- le temps caractéristique d'observation du phénomène est très supérieur à celui de la relaxation visqueuse à l'échelle du pore
- l'équilibre thermique local est satisfait

En vertu de ces hypothèses et compte tenu que la perturbation thermique en  $x=0$  est faible et induit donc de faibles variations de densité, de vitesse, de pression et de température, on peut linéariser les équations de conservation de la masse de la quantité de mouvement (Navier Stokes) de l'énergie opérant à l'échelle du pore ainsi que la loi d'état de Van der Waals. Dans ces conditions, le système d'équations linéarisées et moyennées, opérant à l'échelle de Darcy, peut être déduit, de manière heuristique, des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans un cas classique [5]. Ce système s'écrit :

Masse

$$\frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} + \rho_i \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

Quantité de mouvement

$$\rho_i \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} = -\frac{\mu \varepsilon_p}{K} \langle u \rangle \quad (2)$$

Energie

$$(\rho_i C_v)_{eq} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} = -(p_i + a \rho_i^2) \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \Lambda_{eq} \frac{\partial^2 \langle T \rangle}{\partial x^2} \quad (3)$$

Equation d'état (Van der Waals linéarisé)

$$\langle p \rangle = \frac{3}{2} \langle T \rangle r_{CO_2} \rho_i + \frac{9}{4} \tau r_{CO_2} T_c \langle \rho \rangle \quad (4)$$

avec  $(\rho C_V)_{eq} = \rho_f C_{V,f} + \frac{1 - \varepsilon_p}{\varepsilon_p} \rho_s C_{V,s}$  et  $\Lambda_{eq} = \frac{2}{3 - \varepsilon_p} \Lambda \tau^{-1/2}$  la conductivité thermique équivalente du milieu considéré. Dans ces équations la notation  $\langle \psi \rangle$  est utilisée pour désigner la moyenne intrinsèque de phase fluide donnée par  $\langle \psi \rangle = \frac{1}{V_{fluide}} \int_{V_{fluide}} \psi dV$ . Par ailleurs, nous

avons implicitement adopté les hypothèses de champ moyen pour décrire la dépendance des différents paramètres vis-à-vis de  $\tau$ .

La solution approchée de ce système d'équations est recherchée au moyen de développements asymptotiques raccordés dans la couche limite thermique qui s'installe à la paroi chauffée et dans le reste du domaine. Les développements sont analysés en fonction de l'écart relatif à la température critique  $\tau$ .

Les développements analytiques ont mis en évidence trois régimes de transfert de la chaleur séparés par deux cross-over,  $\tau_{c1}$  et  $\tau_{c2}$ . Ces deux valeurs de cross-over ne dépendent que du paramètre caractéristique  $\varepsilon^2/Da$  du système avec  $\varepsilon = v_0/Lc_0$  (inverse du Reynolds acoustique) et  $Da = K/\varepsilon_p L^2$  (nombre de Darcy pour le milieu considéré). Les transferts de chaleur au sein du milieu poreux saturé par le fluide supercritique peuvent donc être classifiés sur un axe représentant la distance relative au point critique de la façon suivante :

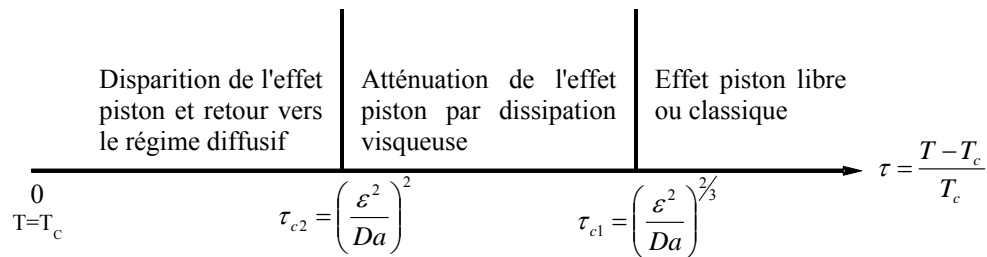


Figure 1 Les différents régimes de l'effet piston en milieu poreux et les cross-over

### 3. Tests numériques par simulation directe

La première étape de ce travail est de vérifier numériquement la validité du modèle théorique et de vérifier si une représentation de type Darcy est utilisable quelque soit l'échelle de temps pour décrire le transfert de quantité de mouvement dans le milieu poreux saturé par le fluide supercritique. Le code de calcul utilisé est basé sur une méthode aux volumes finis et un algorithme de résolution de type SIMPLER. On trouvera des détails sur ce code dans [7] et [8]. Les tests numériques sont réalisés sur une géométrie bidimensionnelle de type Hele-Shaw, comme présenté sur la figure 2.

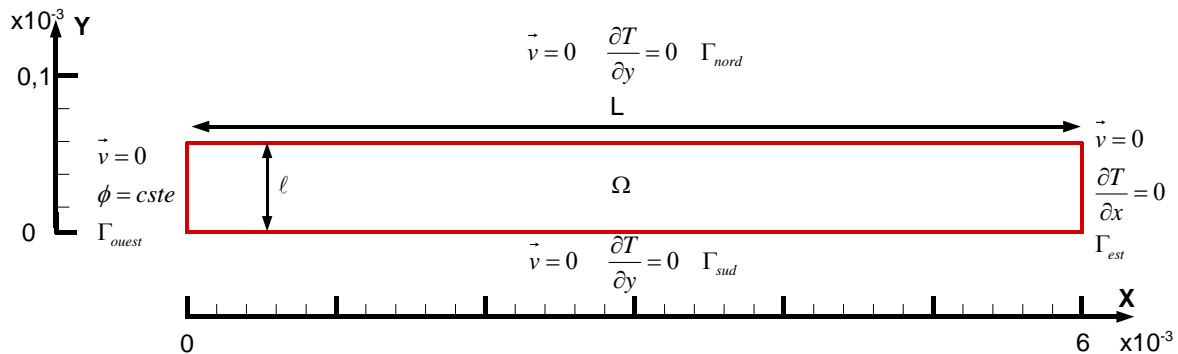


Figure 2 Configuration géométrique utilisée + conditions aux limites

Le fluide, confiné entre les deux plaques de longueur  $L = 6.10^{-3} m$  et de largeur  $\ell = 6,25.10^{-3} mm$ , initialement à l'équilibre thermodynamique dans des conditions proche du point critique caractérisées par  $\tau$ , est chauffé à flux constant. Ce système, très simple, peut être considéré comme l'élément simple d'un milieu poreux modèle ayant une porosité  $\varepsilon_p = 1$ .

On définit les grandeurs suivantes :

Domaine d'étude	$\Omega = [0; L] \times [0; \ell]$
La frontière du domaine d'étude	$\Gamma = \Gamma_{nord} \cup \Gamma_{est} \cup \Gamma_{sud} \cup \Gamma_{ouest}$
Normale à la frontière	$\vec{n}_\Gamma$
La variable de position	$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} / \begin{matrix} x \in [0; L] \\ y \in [0; \ell] \end{matrix}$

Le fluide est initialement au repos en l'absence de gravité, les conditions initiales sont telle que  $\vec{v}(X, t = 0) = 0$  pour la vitesse,  $T(X, t = 0) = T_i$  pour la température  $\rho(X, t = 0) = \rho_i = \rho_c$  pour la masse volumique et  $p(X, t = 0) = p_i = p_c$  pour la pression.

Les conditions aux limites aux parois pour la vitesse sont données par  $\vec{v}(X \in \Gamma, t) = 0$ , tandis que des conditions de Neumann pour la température sont imposées :

$$\frac{\partial T}{\partial \vec{n}_{\Gamma_{adiabatique}}}(X \in \Gamma_{adiabatique}, t) = 0 \quad \text{avec} \quad \Gamma_{adiabatique} = \Gamma_{nord} \cup \Gamma_{est} \cup \Gamma_{sud}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \vec{n}_{\Gamma_{ouest}}}(X \in \Gamma_{ouest}, t) = \phi = cste$$

L'existence d'un flux de chaleur entrant au niveau de la frontière ouest engendre le développement d'une couche limite qui comprime le volume de fluide hors couche limite et génère donc un écoulement au sein de celui-ci.

#### 4. Résultats et discussion

Afin d'analyser la robustesse de l'équation (2), on effectue des moyennes par section ( $x=Cte, 0 \leq y \leq \ell$ ) de  $v(x, y, t)$  et  $p(x, y, t)$  que l'on insère dans cette dernière. Plus précisément, on analyse la quantité :

$$\alpha = \frac{\rho_c \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x}}{\langle u \rangle} \quad (5)$$

qui doit rester constante et égale à  $-\mu/K$  si l'équation (2) est valable à tout instant. Dans ce qui suit, nous étudions l'évolution en temps de  $\alpha$ , pour des abscisses  $x$  situées dans la partie centrale de la géométrie et ce pour sept valeurs de la distance relative au point critique  $\tau$  correspondant à  $T - T_c = 50K, 10K, 5K, 2K, 1K, 0,5K$  et  $0,1K$  respectivement. De manière évidente, un calcul analytique permet de trouver  $K = \ell^2/12$  conduisant, avec nos valeurs numériques à une valeur théorique  $\alpha_{th} = -1,0045.10^5 kg.m^{-3}.s^{-1}$  dans le cas d'un écoulement permanent établi où le profil de vitesse prend une forme parabolique (Poiseuille).

Pour un écart au point critique compris entre  $50K$  et  $1K$ , l'évolution de  $\alpha$  est typiquement celle représentée sur la figure 3. On observe une évolution en temps assez rapide de  $\alpha$  correspondant au développement du régime hydrodynamique vers un régime permanent. Du fait de l'effet piston, la vitesse croît dans le temps, selon une forme analogue à celle de  $\alpha$ ,

puis se stabilise à une valeur constante. A l'issu de ce régime transitoire, la valeur de  $\alpha$  se stabilise autour d'une valeur constante égale à  $-1,024 \cdot 10^5 \text{ kg.m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$ , très proche de la valeur théorique attendue. Les oscillations observables sur le graphe de la figure 3 résultent de petites instabilités sur le champ de vitesse conduisant à un bruit significatif sur  $\alpha$  autour d'une moyenne toutefois bien identifiée.

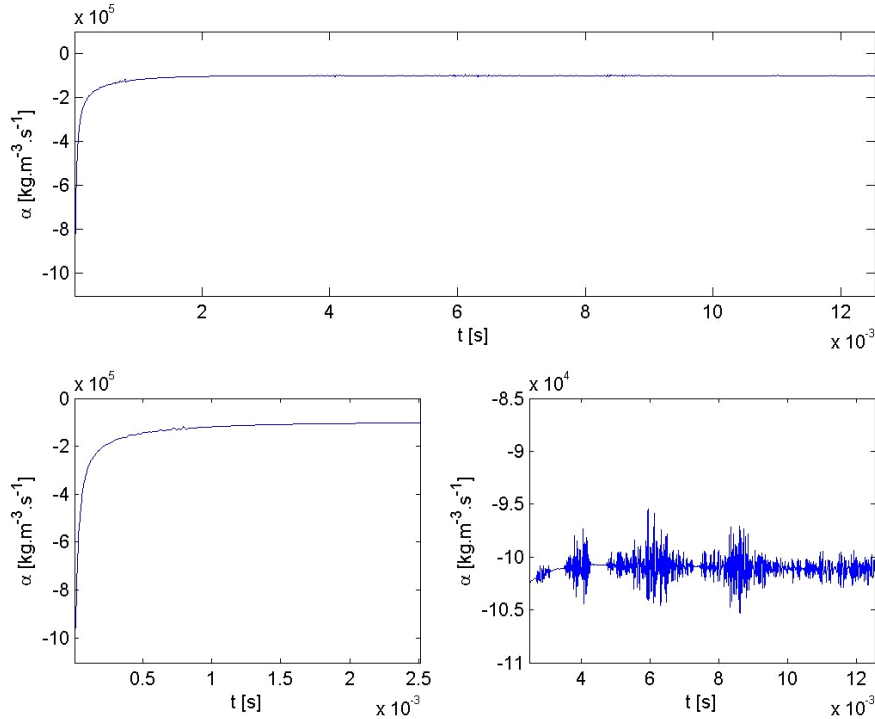


Figure 3 Evolution de  $\alpha$  en fonction du temps  $T - T_C = 1K$

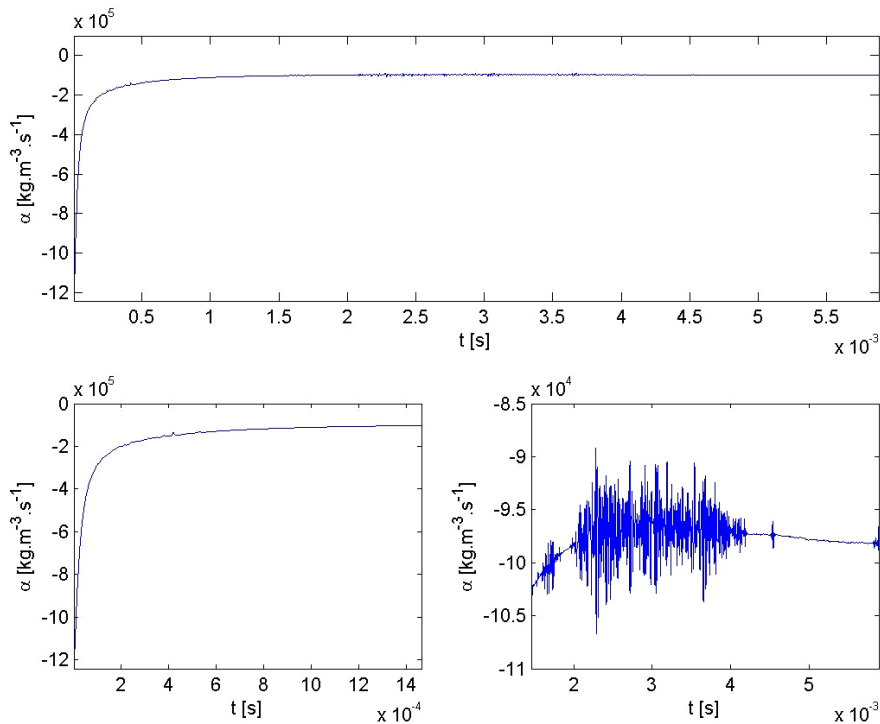


Figure 4 Evolution de  $\alpha$  en fonction du temps  $T - T_C = 0,5K$

Pour des écarts au point critique inférieur à 1K, l'évolution de  $\alpha$  suit celle représentée sur la figure 4. La valeur de  $\alpha$  se stabilise autour d'une valeur constante égale à  $-9,63.10^4 \text{ kg.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$ .

En se rapprochant de la température critique, l'effet piston devient de plus en plus intense. Pour des écarts au point critique de 0,5K et 0,1K, la relaxation du champ de vitesse vers un régime permanent se trouve modifiée. La vitesse croît rapidement dans les premiers instants,  $\partial\langle u \rangle / \partial t > 0$ , atteint un maximum, puis décroît  $\partial\langle u \rangle / \partial t < 0$  et se stabilise autour d'une valeur constante. Ce terme reste significatif devant le terme de gradient de pression moyenne  $\partial\langle p \rangle / \partial x$  sur des intervalles de temps de plus en plus grands à l'approche du point critique. En outre, plus l'effet piston devient intense, plus la vitesse de l'écoulement devient importante ce qui allonge le temps de relaxation de celle-ci vers une valeur constante.

Les valeurs obtenues de  $\alpha$  pour un écart au point critique compris entre 50K et 1K sont inférieures de 2% à la valeur théorique tandis que pour un écart au point critique compris entre 0,5K et 0,1K elles sont supérieures de 4% à la valeur théorique. Ces écarts peuvent raisonnablement être imputés à la précision numérique des calculs.

## 5. Conclusion

Les simulations numériques effectuées semblent indiquer que : i) quelque soit la distance au point critique, le modèle de Darcy est valable aux temps longs, comme attendu ; ii) le comportement « aux temps courts » est complexe et dépend de  $\tau$ . Un travail important consiste maintenant à préciser la notion « temps courts » et « temps longs » au regard des échelles de temps mises en jeu dans le transfert de chaleur. La conclusion définitive sur la validité du modèle de Darcy pour développer les solutions du transfert couplé de chaleur et de quantité de mouvement proche du point critique pour un fluide supercritique saturant un milieu poreux reste conditionnée par la persistance d'un temps caractéristique du transfert de chaleur très supérieur aux temps caractéristiques de stationnarité de  $\alpha$  à toute distance du point critique. Cette condition sera analysée dans un travail ultérieur.

## Références

- [1] Zappoli B., The response of a nearly supercritical pure fluid to a thermal disturbance, *Phys. Fluids A*, 4, 5, (1992), pp 1040 – 1048.
- [2] Cherrier R., Zappoli B., Lasseux D., Garrabos Y., Ouazzani J., Evolution de l'effet piston dans un fluide supercritique saturant un milieu poreux, *7èmes Journées d'étude sur les milieux poreux* (Bordeaux, 26-27 octobre 2005).
- [3] Zappoli B., Cherrier R., Lasseux D., Ouazzani J., Garrabos. Y., Critical slowing down and fading away of the piston effect in porous media, <http://hal.ccsd.cnrs.fr/ccsd-00016710>, (2006).
- [4] Cherrier R., Lasseux D., Zappoli B., Scaling laws for thermoacoustic heat transport in supercritical fluid confined in a porous media, *3rd International Conference on Application of Porous Media* (Marrakesh, Morocco, May 29 - June 3rd 2006).
- [5] Whitaker S., *The Method of Volume Averaging*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, (1999).
- [6] Zappoli B., Carlès P., The thermo-acoustic nature of the critical speeding up, *Eur. Journ. Mech. B/Fluids*, 14, 1, (1995), pp 41 – 65.
- [7] Amiroudine S., *Modélisation numérique des transports de chaleur et de masse dans les fluides supercritiques*, Thèse de l'université d'Aix-Marseille, (1995).
- [8] Jounet A., *Simulation de l'Effet Piston dans les fluides supercritiques en présence de perturbations thermiques ou mécaniques*, Thèse de l'université Paul Sabatier de Toulouse, (1999).