

# Localisation tridimensionnelle de répartition de densité de puissance Joule dans un bain de verre chauffé par induction.

Emilien SAUVAGE<sup>1,2\*</sup>, Laetitia JACOUTOT<sup>1,3</sup>, Patrice BRUN<sup>2</sup>, Jacques LACOMBE<sup>2</sup>, Annie GAGNOUD<sup>1</sup>, Yves FAUTRELLE<sup>1</sup>, Jean-Marc DEDULLE<sup>4</sup>.

<sup>1</sup>SIMAP Groupe EPM, ENSEEG, BP 75, 38402 Saint Martin d'Hères, France

<sup>2</sup>CEA - Valrhô - Marcoule, SCDV/LDPV, BP 17171, 30207 Bagnols sur Cèze Cedex, France

<sup>3</sup>Center for Turbulence Research. Stanford. California. 94305-3030.

<sup>4</sup>LMGP, ENSPG, B.P. 46, 38402 Saint Martin d'Hères, France

\* (auteur correspondant : [emilien.sauvage@hmg.inpg.fr](mailto:emilien.sauvage@hmg.inpg.fr))

**Résumé** - Ce travail concerne la modélisation numérique de phénomènes couplés dans des bains de verre fondu. Cette étude s'inscrit dans le cadre du développement d'un nouveau procédé de vitrification des déchets nucléaires issus du combustible usé. Ce procédé, étudié depuis une vingtaine d'années au CEA à Marcoule, est basé sur la technologie du creuset froid inductif. Les phénomènes thermiques, électromagnétiques et hydrodynamiques sont considérés dans cette étude.

## Nomenclature

$c_p$	chaleur spécifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	<i>Symboles grecs</i>	
$\vec{g}$	gravité, $m.s^{-2}$	$\beta$	dilatibilité thermique, $K^{-1}$
$h$	coefficient d'échange, $W.m^{-2}.K^{-1}$	$\lambda$	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
$j$	densité de courant, $A.m^{-2}$	$\mu$	viscosité dynamique, $Pa.s$
$p$	pression modifiée, $Pa$	$\mu_0$	perméabilité du vide, $H.m^{-1}$
$\vec{r}$	vecteur position, $m$	$\mu_r$	perméabilité relative,
$t$	temps, $s$	$\rho_0$	masse volumique, $kg.m^{-3}$
$T$	température, $K$	$\sigma$	conductivité électrique, $\Omega^{-1}.m^{-1}$
$T_0$	température de référence, $K$	$\phi$	potentiel scalaire magnétique, $A$
$\vec{T}$	potentiel vecteur électrique, $A.m^{-1}$	$\vec{\Omega}$	vecteur rotation, $rad.s^{-1}$
$V$	potentiel scalaire électrique, $V$	<i>Indices et exposants</i>	
$\vec{v}$	vecteur vitesse absolue, $m.s^{-1}$	$a$	ambiant
$\vec{v}_r$	vecteur vitesse relative, $m.s^{-1}$	$p$	paroi
		$s$	surface

## 1. Introduction

La vitrification est utilisée depuis plus de trente cinq années pour le traitement des déchets nucléaires de haute activité. Récemment, le CEA a développé un nouveau four de vitrification mettant en œuvre un creuset froid chauffé par induction. Ce procédé se caractérise par le refroidissement des parois du creuset par circulation d'eau et l'induction directe de courants électriques dans la charge de verre en fusion. Un dispositif d'agitation mécanique permet une homogénéisation du bain de verre fondu. La modélisation globale de ce système s'avère délicate car les dispositifs d'homogénéisation thermiques et chimiques rompent toute symétrie et la forte dépendance des propriétés physiques du verre avec la température impose un couplage fort entre les trois phénomènes : thermique, hydrodynamique et électromagnétique. Jusqu'à présent, peu de travaux ont été réalisés sur la modélisation de bains de verre. Les études réalisées par Servant [1] ne prennent pas en compte le mouvement du fluide. Seul le couplage entre les phénomènes thermique et électromagnétique est considéré. Schiff [2] modélise les trois phénomènes, cependant la modélisation électromagnétique est simplifiée,

les effets de bord sont négligés. Op Den Camp [3] modélise des fours complets dans lesquels le verre est chauffé par combustion. Jacoutot [4,5] a développé pour cette application, un couplage entre le logiciel Fluent® pour la partie thermo-hydrodynamique et le logiciel OPHELIE pour la partie électromagnétique. OPHELIE est un code électromagnétique axisymétrique développé au laboratoire EPM [6] basé sur la méthode intégrale. Le logiciel commercial Fluent® est utilisé pour simuler l'agitation mécanique du bain de verre fondu ainsi que les transferts thermiques. Les termes couplant les équations de thermique et électromagnétique sont la conductivité électrique du verre et la densité de puissance Joule injectée dans la charge de verre. Une carte de densité de puissance Joule est injectée comme terme source dans l'équation de l'énergie résolue par Fluent® qui en retour fournit à partir du champ de température une carte 2D-axisymétrique de conductivité électrique à OPHELIE. Les forces de Laplace créées par les courants induits et la présence du champ magnétique dans la charge sont négligées car très faibles par rapport aux forces engendrées par l'agitateur [7]. Pour réaliser le couplage entre un logiciel 3D et 2D-axisymétrique, Jacoutot a fait l'hypothèse que la pale avait peu d'influence sur la répartition de densité de puissance Joule dans le bain de verre. Ainsi, le champ température est moyenné azimutalement pour calculer une carte axisymétrique de conductivité électrique qui sert lors de la résolution de l'électromagnétique par OPHELIE. L'objectif de cette étude est d'évaluer la validité de cette hypothèse à l'aide du logiciel Flux® qui permet de réaliser des calculs magnéto-harmoniques tridimensionnels. Une configuration tridimensionnelle simplifiée est étudiée.

## 2. Modélisation

### 2.1. Configuration

La géométrie de la configuration simulée est constituée d'une charge de verre cylindrique contenant une pale. Le creuset froid n'est pas pris en compte dans ces simulations. Selon le cas, une enveloppe appelée autocreuset, d'épaisseur uniforme égale à 2mm autour de la pale est prise en compte. Il s'agit d'une couche de verre solidifié en contact avec la pale refroidie. La source électromagnétique est un inducteur monospire entourant la charge de verre. On définit deux plans de symétrie correspondant aux deux vues de la figure 1 pour réduire le domaine de calcul.

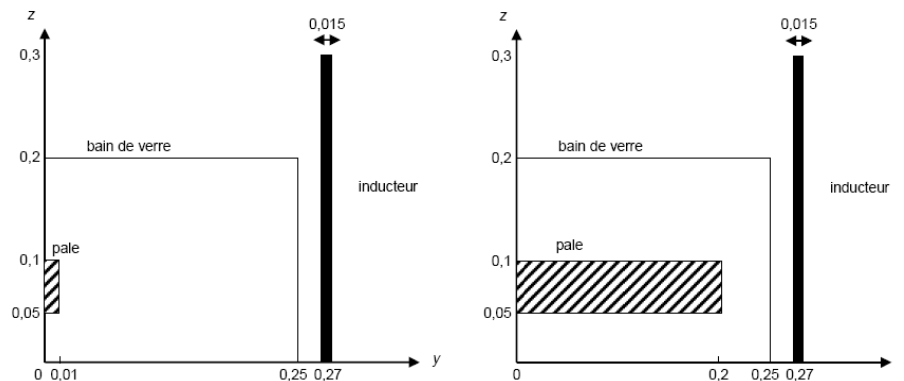


Figure 1 : Présentation de la configuration étudiée

### 2.2. Modèle électromagnétique

Le logiciel Flux® est utilisé pour les calculs électromagnétiques. C'est un code en éléments finis permettant le choix de différentes formulations de résolution des équations magnéto-harmoniques. Un courant de  $I_{\text{eff}} = 1500 \text{ A}$  à une fréquence de 280 kHz est imposé dans l'inducteur. A cette fréquence le temps de relaxation de la charge électrique est nettement plus court que le temps de transit des ondes électromagnétiques, l'approximation des régimes quasi-permanents de l'électromagnétisme peut être utilisée. La pale est en inox de

conductivité électrique de  $10^6 \text{ } (\Omega.m)^{-1}$ . Le paramètre d'écran, qui représente l'importance de la pénétration du champ magnétique dans l'épaisseur des différents éléments conducteurs, est de l'ordre de l'unité dans le verre. Un maillage volumique est donc nécessaire pour le fluide. Par contre le paramètre écran devient faible dans la pale. Généralement dans ce cas on considère un modèle d'impédance de surface où les grandeurs électromagnétiques sont calculées sur un simple maillage surfacique. On utilise pour cela une loi de décroissance exponentielle en fonction de la distance à la surface. Cependant dans notre modèle, comme la pale est en contact avec le verre fondu, conducteur électrique, les modèles d'impédance de surface ne peuvent être pas utilisés. Dans la charge de verre et dans la pale une formulation vectorielle T- $\phi$  (potentiel vecteur électrique et potentiel scalaire magnétique) est utilisée. La formulation vectorielle T- $\phi$  dérive des équations de Maxwell écrites pour la magnéto-harmonique :

$$\begin{cases} \text{rot} \left( \frac{1}{\sigma} \text{rot } \vec{T} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \vec{T} - \text{grad } \phi \right) = \vec{0} \\ \text{div} \left( \mu \left( \vec{T} - \text{grad } \phi \right) \right) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

La bobine n'est pas maillée et nous pouvons ainsi utiliser une formulation en potentiel scalaire réduit par rapport au champ source calculé par la loi de Biot et Savart. La résolution se fait par des méthodes itératives de type gradients conjugués. Les éléments utilisés sont des éléments d'arêtes et nécessitent des éléments finis à l'ordre 2. La bobine n'est pas maillée. Les éléments de discrétisation du domaine au nombre de 160 000 sont à l'ordre un.

### 2.3. Modèle thermo-hydrodynamique

L'agitateur tourne à 40 tr/min et l'écoulement est supposé laminaire. La mise en rotation du maillage est évitée en résolvant les équations directement dans le repère mobile lié à l'agitateur. Cette méthode, qui simplifie la résolution est possible en l'absence de parties statiques liées à la cuve (stator, baffles). La vitesse absolue dans le repère inertiel et la vitesse relative dans le repère tournant sont reliées par l'équation suivante :

$$\vec{v} = \vec{v}_r + (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \quad (2)$$

A partir de cette relation, les équations classiques de Navier Stokes et de chaleur dans un repère inertiel sont exprimées dans le repère tournant. On obtient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_r = 0 \quad (3)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}_r}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_r \vec{v}_r) + \rho_0 (2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_r + \vec{\Omega} \wedge \vec{\Omega} \wedge \vec{r}) = -\vec{\nabla} p - \vec{\nabla} \wedge (\mu \vec{\nabla} \wedge \vec{v}_r) - \rho_0 \beta (T - T_0) \vec{g} \quad (4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (C_p T) + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot (C_p T \vec{v}_r) = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T) + Q_{th} \quad (5)$$

La rotation du repère s'exprime dans l'équation de Navier-Stokes (3) par un terme supplémentaire au niveau de l'accélération :  $\rho(2\vec{\Omega} \times \vec{v}_r + \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r})$ . Ce terme correspond à la force de Coriolis et à une force à effet centripète. Le terme source dans l'équation de chaleur (5), noté  $Q_{th}$ , représente la densité de puissance Joule dissipée dans le bain. Ce terme est calculé à l'aide du logiciel électromagnétique par la formule :

$$Q_{th} = \frac{|j|^2}{2\sigma} \quad (6)$$

Les conditions aux limites sur les parois du creuset sont des coefficients d'échanges globaux suivant la loi :

$$\varphi = h_p (T_p - T_{eau}) \quad (7)$$

On prend aussi en compte des pertes par rayonnement à la surface libre du bain de verre. Les coefficients d'échange sont ajustés de façon à obtenir une épaisseur de verre figé similaire aux mesures réalisées sur le procédé industriel du CEA de Valrhô à Marcoule. Le verre, supposé Newtonien, a des propriétés physiques, viscosité, conductivité thermique, capacité calorifique, qui sont des fonctions complexes de la température (données confidentielles).

### 3. Résultats

Des calculs dans trois configurations différentes sont présentés pour l'étude de la répartition de densité de puissance Joule dans la charge. Dans les deux premières, la conductivité du verre est uniforme tandis que, dans la troisième, une carte de conductivité variable est utilisée.

#### 3.1. Etude de l'influence de l'autocreuset autour de la pale

Dans cette partie on s'appuie sur les deux premiers cas. Dans le cas 1, la conductivité électrique du verre est supposée uniforme égale à  $10 (\Omega.m)^{-1}$  ce qui correspond à une température du verre de 1283 K. Dans le cas 2, on considère un autocreuset de 2mm d'épaisseur autour de la pale constitué de verre froid nettement moins conducteur que le verre chaud. On impose dans l'autocreuset  $\sigma = 0,1 (\Omega.m)^{-1}$  ce qui correspond à une température du verre de 825 K. La figure 2 présente pour les deux cas les distributions de densité de pertes Joule dans différents plans. Dans le petit coté de la pale, figure 2-b et 2-d, la pale influence très peu la répartition de pertes Joule qui est alors très similaire au cas axisymétrique sans pale, l'hypothèse de Jacoutot [4] n'est pas mise en défaut. Dans l'autre plan vertical, dans les deux cas, la densité de puissance Joule dissipée dans le verre est perturbée par la pale.

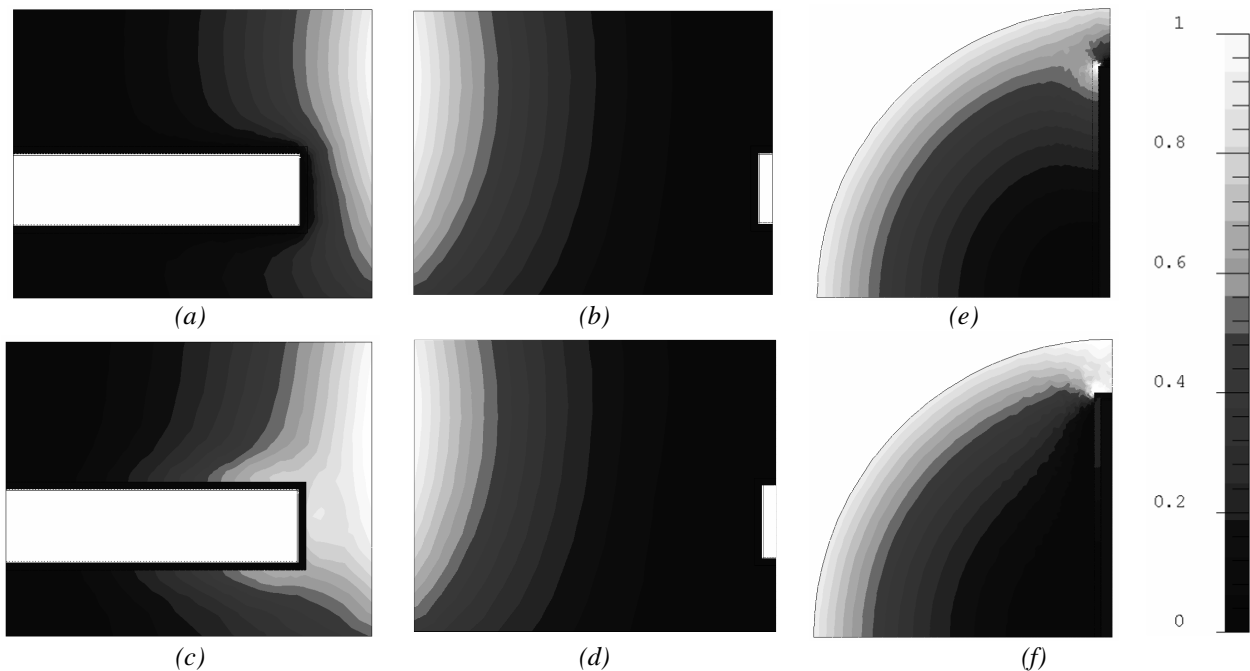


Figure 2 : Distribution de la densité de pertes Joule : (a) (b) Cas 1 sans autocreuset et (c) (d) Cas 2 avec autocreuset dans des plans verticaux coupant l'axe de l'agitateur, (e) Cas 1 et (f) Cas 2 dans le plan horizontal coupant l'agitateur.

Pour faciliter l'interprétation, on calcule les bilans de courant induits normaux dans les deux plans de symétrie. Par conservation du courant ( $\text{div}(\mathbf{j})=0$ ), la somme des courants entrant par le plan (Oyz) est égale à la somme des courants sortant par le plan (Oxz). Le tableau 1 rassemble ces bilans dans les deux cas et met en évidence un transfert des courants induits

dans le verre dans la pale à hauteur de 30% dans le cas 1 et de 2% dans le cas 2. Ce phénomène est expliqué dans le cas 1 où le verre a une conductivité uniforme, par le fait que, la pale étant un très bon conducteur, les courants induits dans le verre à proximité de la pale passent préférentiellement dans la pale. Ainsi, il y a un défaut de courant et donc de pertes Joule dans le voisinage de la pale (cf. figure 2-a). A contrario, dans le cas 2, la pale est pratiquement isolée électriquement du verre par l'autocreuset. Seulement 2% des courants induits dans le verre traverse l'autocreuset, le reste contourne la pale et se concentrent autour de ses extrémités, ce qui explique la répartition de pertes Joule obtenue dans ce cas (cf. figure 2-c).

CAS	ZONE	Petit coté pale (O,y,z)	Grand coté pale (O,x,z)	Différence
1	verre	-29,27	19,7	-9,57
	pale	-241,77	251,42	9,65
	<b>total</b>	<b>-271,04</b>	<b>271,12</b>	<b>0,085</b>
2	verre	-26,00	25,51	-0,49
	pale	-242,88	243,37	0,49
	<b>total</b>	<b>-268,88</b>	<b>268,88</b>	<b>0</b>

Tableau 1 : *Partie réelle de l'intégrale surfacique des densités de courants normaux des deux plans de symétrie (« Petit coté pale » (Oyz) et « Grand coté pale » (Oxz)) pour les deux cas étudiés (exprimé en A).*

La puissance globale injectée dans la pale et la répartition des courants induits dans la pale sont identiques dans le cas 1 et 2 : 137 W. Des tests sans charge de verre, donnent les mêmes résultats, ce qui montre que le verre n'influe pas les phénomènes électromagnétiques dans la pale. D'autre part, la puissance globale injectée dans le verre est aussi semblable dans les deux cas 1 et 2 : 22,9 kW et 22,5 kW respectivement. Par contre, la répartition des pertes Joule est très différente selon si la pale est isolée (cas 2) ou non (cas 1) par la présence d'un autocreuset faiblement conducteur. La pale n'influence donc pas directement la répartition de densité de puissance Joule parce qu'elle est en inox, mais plutôt parce qu'elle modifie la conductivité électrique du verre l'entourant. Dans les deux cas, la répartition des pertes Joule est fortement perturbée par le passage de la pale ce qui invalide localement l'hypothèse d'axisymétrie utilisée par Jacoutot [4].

### 3.2. Influence d'une conductivité électrique variable

Le cas présenté dans cette section vise à calculer la répartition de pertes Joule de façon plus réaliste dans le bain de verre. Les plans de symétrie sont supprimés, tout le domaine est modélisé. Pour obtenir une carte de conductivité électrique réaliste, nous avons utilisé le couplage mis en place par Jacoutot [4]. La carte tridimensionnelle de température finale a servi à calculer la conductivité électrique. Le couplage est considéré comme convergé lorsque l'erreur quadratique des conductivités électriques entre deux itérations de couplage dépasse un seuil fixé ( $10^{-10}$ ). Le transfert des données est assuré par écriture dans des fichiers. Le logiciel Flux® interpole à l'ordre 0 les valeurs de température écrite par le logiciel Fluent® à ses nœuds de calculs. Pour cette raison et afin de perdre le moins de précision possible durant le transfert, il est nécessaire que le maillage utilisé par Fluent® soit plus fin que celui utilisé par Flux®. Les figures 3-a et 3-b montrent des coupes de la carte de température issue du couplage de Jacoutot. On note bien la présence de zones froides en sombre le long des parois du creuset et autour de la pale. La densité de puissance Joule obtenue par le calcul tridimensionnel avec Flux® est présentée sur les figures 3-c et 3-d. La puissance Joule s'adapte bien aux zones chaudes et froides du bain de verre. Aucune puissance n'est injectée près des parois refroidies du creuset. L'autocreuset est bien en place tout autour de la pale et empêche les courants de passer dedans ce qui explique, comme dans le cas 2, de plus grandes pertes Joule autour de l'autocreuset aux extrémités de la pale.

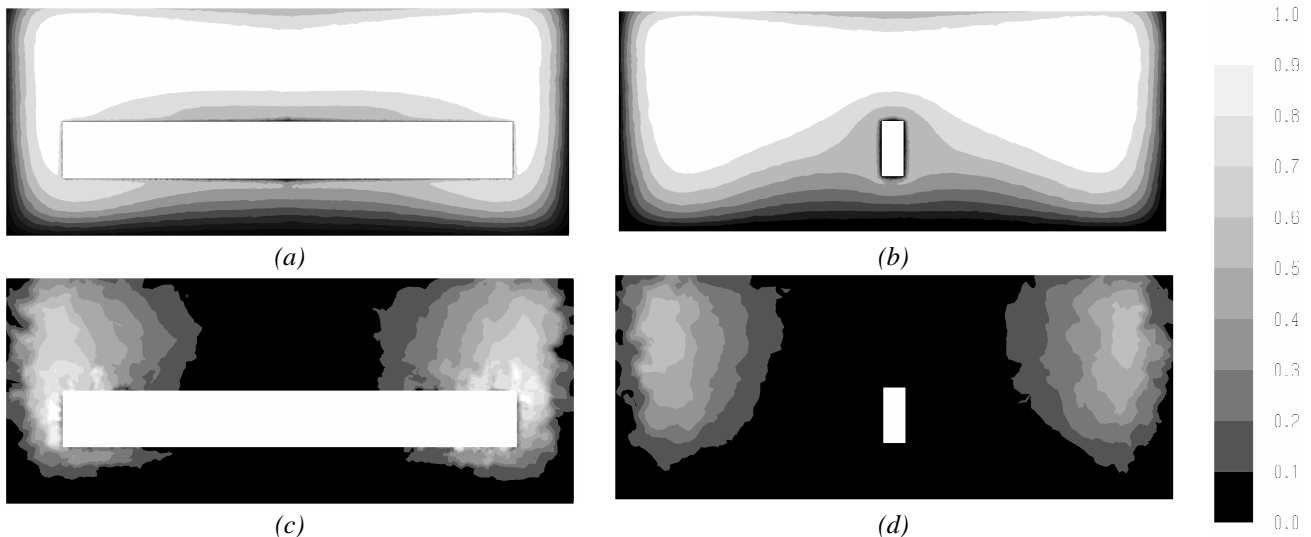


Figure 3 : Distribution de la température (a) (b) et distribution de la densité de perte Joules (c) (d) dans des plans verticaux coupant l'axe de l'agitateur.

#### 4. Conclusion

Cette étude a montré qu'il était nécessaire de prendre en compte l'électromagnétisme de façon tridimensionnelle dans la modélisation des phénomènes couplés entrant en jeu dans le procédé de vitrification. La présence de la pale influençant non pas directement la répartition de puissance Joules dans le verre par couplage électromagnétique mais par création d'une zone froide faiblement conductrice autour d'elle. Lorsque la pale est ainsi 'isolée' électriquement, les courants la contournent et les pertes Joules augmentent dans son entourage proche. Un couplage itératif entre les deux logiciels tridimensionnels Flux® et Fluent® est en développement. Celui-ci permettrait de quantifier l'importance de ces effets tridimensionnels.

#### Références

- [1] S. Servant, D. Saumabere, A. Gagnoud et Y. du Terrail, MALICE : un logiciel couplant la méthode intégrale et la méthode des éléments finis. Application à la fusion des oxydes en creuset froid, *Journal de Physique III* 2, 11, (1992), 1991-2004.
- [2] V. K. Schiff, Mathematical modelling of the complex heat exchange of a glass melt in a cylindrical induction furnace, *J. Opt. Technol.*, 67 (9), (2000).
- [3] O. M. G. C. Op Den Camp et V. O. Aume, Advanced forehearth design by means of mathematical modelling, *The 18<sup>th</sup> International Congress on Glass*, (San Francisco, California, 5-10 July 1998).
- [4] L. Jacoutot, P. Brun, J. Lacombe, A. Bonnetier, R. Riva, A. Gagnoud et Y. Fautrelle, Numerical modelling of molten glass heated by induction in a cold crucible, *The 11<sup>th</sup> International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics*, (Avignon, France, October 2-6, 2005).
- [5] L. Jacoutot, Modélisation numérique de phénomènes couplés dans des bains de verre brasses mécaniquement et élaborés en creuset froid inductif, *Thèse I.N.P.G.*, (1990).
- [6] A. Gagnoud et I. Leclercq, Electromagnetic Modelling of Induction Melting Devices in cold Crucibles, *IEEE Transactions on Magnetics*, 24, 1, (1988), 573-575.
- [7] M. Roscini, Fusion de verres par induction : étude électromagnétique et thermohydraulique, *Thèse I.N.P.G.*, (1990).

#### Remerciements

Je tiens à remercier la société Cedrat pour le prêt de leur logiciel électromagnétique Flux®. CEDRAT, 15 Chemin de Malacher Inovalée 38246 Meylan Cedex France  
 Web: [www.cedrat.com](http://www.cedrat.com) Email: cedrat@cedrat.com