

Ecoulement Turbulent dans un Echangeur de Chaleur Annulaire Partiellement Rempli par un Milieu Poreux

Nadia ALLOUACHE, Salah CHIKH*

Laboratoire des Transports Polyphasiques et Milieux Poreux, USTHB
B. P. 32, El Alia, Bab Ezzouar, 16111 Alger, Algérie

*(auteur correspondant : salahchikh@yahoo.fr)

Résumé - Le modèle proposé permet de prédire l'écoulement turbulent et le transfert thermique dans un échangeur de chaleur annulaire partiellement rempli par un milieu poreux. Les effets du nombre de Reynolds, de l'épaisseur de la couche poreuse, de la perméabilité et du rapport des conductivités thermiques ont été analysés. L'énergie cinétique turbulente est fortement influencée par la perméabilité et l'épaisseur de la couche poreuse. L'augmentation de la conductivité thermique effective améliore considérablement la température du fluide froid à la sortie de l'échangeur de chaleur.

Nomenclature

C_F coefficient d'inertie
 Da nombre de Darcy
 D_h diamètre hydraulique, m
 e épaisseur de la couche poreuse, m
 I intensité de turbulence
 J rapport des viscosités
 k conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
 K perméabilité, m^2
 Nu nombre de Nusselt
 p pression, Pa
 Pr nombre de Prandtl
 Re_H nombre Reynolds hydraulique
 Re_p nombre de Reynolds de pore
 R_c rapport des conductivités thermiques
 r position radiale
 U_D vitesse Darcienne, $m.s^{-1}$
 U_i, U_j, U_k vitesses moyennes, $m.s^{-1}$
 U vitesse moyenne axiale, $m.s^{-1}$
 V vitesse moyenne radiale, $m.s^{-1}$
 T température, K
 x position axiale

Symboles grecs

$C_{\mu}, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_{\varepsilon 3}$ constantes de fermeture
 α constante
 ε taux de dissipation
 κ énergie cinétique turbulente, $m^2.s^{-2}$
 μ viscosité dynamique, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
 ν viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
 ρ masse volumique, $kg.m^{-3}$
 σ_{κ} nombre de Prandtl turbulent pour κ
 σ_{ε} nombre de Prandtl turbulent pour ε
 σ_t nombre de Prandtl turbulent pour T

Indices et exposants

c froid
e effective
f fluide
in entrée
o sortie
p poreux
t turbulence

1. Introduction

Le développement de modèles macroscopiques permettant la prédiction des écoulements de fluides incompressibles dans un milieu poreux saturé, en régime turbulent, est basé sur deux approches selon la littérature. La première approche [1-3] consiste à prendre la moyenne spatiale des équations de Navier-Stokes aboutissant ainsi à des équations de type Darcy-

Forchheimer, puis effectuer une moyenne temporelle de ces équations afin d'aboutir à l'équation de l'énergie cinétique turbulente. La deuxième approche [4-6] consiste à prendre en premier une moyenne temporelle et ensuite effectuer une moyenne spatiale. En utilisant la première approche, Getachew et al. [3] ont développé une forme modifiée du modèle k-ε afin d'inclure l'effet du terme de deuxième ordre dans l'approximation du terme de Forchheimer. Ils ont proposé deux coefficients qui doivent être déterminés expérimentalement ou par la simulation numérique directe.

En se basant sur le travail de Getachew et al. [3], nous proposons une autre forme pour décrire le terme de Forchheimer dans la modélisation des équations de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation. Les équations obtenues sont résolues numériquement par la méthode des volumes finis pour décrire l'écoulement turbulent et le transfert thermique dans un échangeur de chaleur annulaire partiellement rempli par un milieu poreux. Le substrat poreux est attaché au cylindre intérieur et le cylindre extérieur est thermiquement isolé. Les effets du nombre de Reynolds, de l'épaisseur de la couche poreuse, de la perméabilité et du rapport des conductivités thermiques sont analysés.

2. Formulation mathématique

L'écoulement turbulent est incompressible, les propriétés sont supposées constantes et le milieu poreux est considéré homogène, isotrope et saturé par le fluide en équilibre thermique local avec la matrice solide. Les équations de continuité, de mouvement et de l'énergie, écrites en notation tensorielle, sont:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((v_t + \nu J) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} v_t \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \phi \frac{\nu}{K} U_i - \phi^2 \frac{c_F}{K^{1/2}} \left((U_j U_j)^{1/2} U_i + \frac{U_j}{(U_j U_j)^{1/2}} \left(\frac{2}{3} \kappa - v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right) \right) \quad (2)$$

$$U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{R_c \nu}{\phi \text{Pr}} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (3)$$

où $\nu_t = C_\mu \kappa^2 / \varepsilon$ est la viscosité turbulente et $R_c = k_e / k_f$ est le rapport des conductivités thermiques.

2.1. Modèle d'équation pour κ

$$U_k \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} = P_\kappa + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu J + \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} - J\varepsilon - G_\kappa \quad (4)$$

où:

$$P_\kappa = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad (5)$$

P_κ est le terme de production de κ due aux gradients des vitesses

$$G_{\kappa} = 2\phi \frac{\nu}{K} \kappa + \frac{\phi^2 c_F}{K^{1/2} (U_k U_k)^{1/2}} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{4}{3} C_s U_k \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \left(\frac{5}{3} \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right) \right) \\ + \frac{8}{3} (U_k U_k) \kappa - (U_k U_i) \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \end{array} \right\} \quad (6)$$

G_{κ} est le terme de production de κ due à la matrice poreuse et C_s est une constante dans le modèle de diffusion proposé par Mellor et Herriny [3], $C_s=0.108$.

2.2. Modèle d'équation pour ε

$$U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\left(\nu J + \frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa} - 2\phi \frac{\nu}{K} \varepsilon - 2\phi^2 \frac{c_F}{K^{1/2}} \left[\begin{array}{l} (U_k U_k)^{1/2} \varepsilon + \frac{U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} \left[C_{\varepsilon 3} \frac{\kappa}{\varepsilon} \left(\nu_t \left(\frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \kappa \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} + \frac{1}{3} U_i \varepsilon \right] \\ + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} (U_k U_k)^{1/2} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} + \frac{\nu}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{U_k U_i}{(U_k U_k)^{1/2}} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{2}{3} \kappa - \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right) \end{array} \right] \quad (7)$$

Les constantes utilisées dans les Eqs. (2), (3), (4) et (5) sont les mêmes constantes données par Launder et Spalding [6] et Hanjalic et Launder [7] pour un cas sans milieu poreux:

$$C_{\mu} = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad C_{\varepsilon 3} = 0.13, \quad \sigma_{\kappa} = 1, \quad \sigma_{\varepsilon} = 1.3, \quad \sigma_t = 0.9$$

2.3. Conditions aux limites

Les conditions aux limites associées, en coordonnées cylindriques (x, r) sont:

- les vitesses et les températures d'entrée sont données et $\kappa_{in} = IU_{cin}^2$ et $\varepsilon_{in} = \kappa_{in}^{3/2} / \alpha D_h$
- les vitesses, l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation sont nuls aux parois solides
- le cylindre extérieur est thermiquement isolé
- à l'interface fluide-poreux:

$$U_f = U_p \quad \kappa_f = \kappa_p \quad \varepsilon_f = \varepsilon_p \quad T_f = T_p \quad (8)$$

$$(\mu + \mu_t) \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_f = (\mu_e + \mu_t) \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_p \quad (9)$$

$$(\mu + \mu_t) \frac{\partial \kappa}{\partial r} \Big|_f = (\mu_e + \mu_t) \frac{\partial \kappa}{\partial r} \Big|_p \quad (10)$$

$$(\mu + \mu_t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \Big|_f = (\mu_e + \mu_t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \Big|_p \quad (11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_f = R_c \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_p \quad (12)$$

De plus, la fonction logarithmique universelle a été employée pour le traitement des régions près des parois solides.

3. Procédure numérique

Les équations gouvernantes sont discrétisées au moyen de la méthode des volumes finis, basée sur l'algorithme SIMPLE. Le schéma Power Law est utilisé afin d'approximer les termes de convection et de diffusion. Le système d'équations algébriques obtenu avec les conditions aux limites associées est résolu ensuite avec une méthode combinant la méthode directe d'inversion de matrice (algorithme de Thomas) et la méthode itérative de Gauss Seidel. Un maillage zonal uniforme, avec des pas différents dans chaque région, et un nombre total de nœuds égal à (60x300) dans les directions r et x respectivement est utilisé. Le critère de convergence utilisé pour arrêter le processus itératif porte sur la valeur du résidu normalisé de l'équation algébrique qui doit être inférieur à 10^{-4} et sur la valeur absolue de l'erreur sur le flux transféré entre les deux fluides qui doit être inférieur à 10^{-6} .

Due au manque des résultats expérimentaux et de résolution numérique des équations macroscopiques basées sur la première approche, pour un échangeur de chaleur avec dépôt poreux, la validation de ce code de calcul est établie pour un cas poreux de porosité $\phi = 1$ et $Da \rightarrow \infty$ qui correspond au cas fluide. Les valeurs numériques du nombre de Nusselt sont comparées à celles calculées analytiquement par Dittus et Boelter [7] et Gnielinski [8]. Un bon accord est enregistré pour ce cas considéré (Tableau 1).

	Nu
Présente étude	199
Dittus et Boelter [7]	196
Gnielinski [8]	210

Tableau 1 : Validation ($Re_H = 52\ 192$)

4. Résultats et discussion

Les résultats de cette étude sont présentés pour un échangeur de chaleur annulaire de diamètre extérieur $d_e = 0.02$ m et de diamètre intérieur $d_i = 0.01$ m, le même fluide (eau) s'écoule dans les deux cylindres interne et externe, les propriétés du fluide sont évaluées à une température moyenne de 335K, la viscosité effective dans le milieu poreux est égale à la viscosité du fluide ($J=1$), le coefficient inertiel C_F dans le milieu poreux est égal à 0.1, et la porosité de la matrice poreuse est prise égale à 0.95.

Le nombre de Reynolds, basé sur le diamètre hydraulique de l'échangeur de chaleur et la vitesse d'entrée du fluide froid, est défini comme suit :

$$Re_H = U_{cin} D_h / \nu_f \quad (13)$$

Pour la région poreuse, le nombre de Reynolds, basé sur la perméabilité et la vitesse Darcienne, est défini par:

$$Re_p = U_D \sqrt{K} / \nu_e \quad (14)$$

Un écoulement est considéré turbulent dans un milieu poreux lorsque $Re_p > 300$. Sur cette base, la valeur limite de la perméabilité ou en d'autres termes la valeur limite du nombre de Darcy ($Da = K / D_h^2$) pour laquelle l'écoulement devient laminaire dans la région poreuse est calculée. Cette limite dépend du nombre de Reynolds Re_H . Deux zones d'écoulement sont distinguées (Fig. 1) : la zone au dessus de la courbe où l'écoulement est turbulent dans les deux régions fluide et poreuse et la zone en dessous de la courbe où l'écoulement devient laminaire dans la région poreuse.

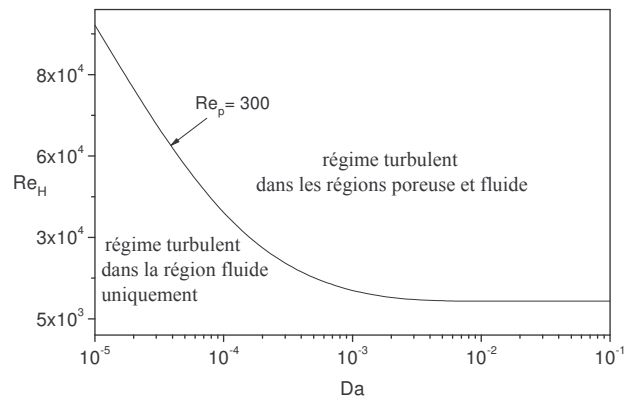


Figure 1: nombre de Reynolds Re_H en fonction du nombre de Darcy

La figure 2 montre l'effet du nombre de Darcy sur l'énergie cinétique turbulente κ , pour le nombre de Reynolds considéré ($Re_H = 52\,192$). Le maximum d'énergie cinétique turbulente est localisé dans la région fluide près de l'interface. Ce niveau d'énergie est plus important pour une faible perméabilité. Par contre, dans la région poreuse, κ est faible notamment pour de faibles valeurs de la perméabilité. Dans la région fluide, la production de l'énergie cinétique turbulente est causée par les gradients de vitesses moyennes (terme P_κ dans l'éq. (4)). Ce terme représente un échange d'énergie entre mouvements moyen et fluctuant. Dans la région poreuse, la production de l'énergie cinétique est générée par le terme G_κ (G_κ dans l'éq. (4)) due à la résistance du milieu poreux et aux effets inertiels.

L'effet de l'épaisseur de la couche poreuse (e) sur l'énergie cinétique turbulente est représenté sur la figure 3. L'accroissement de l'épaisseur de la couche poreuse force plus de fluide à se diriger vers la région non poreuse; d'où le renforcement des gradients de vitesses dans cette région et donc l'augmentation de la production de l'énergie cinétique turbulente. Pour un milieu poreux plus résistant ($e=100\%$), κ est très faible.

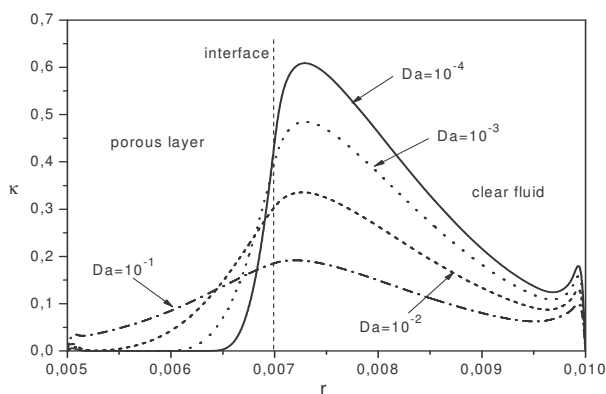


Figure 2 : Effet du nombre de Darcy sur l'énergie cinétique turbulente ($e=40\%$, $Re_H = 52\,192$)

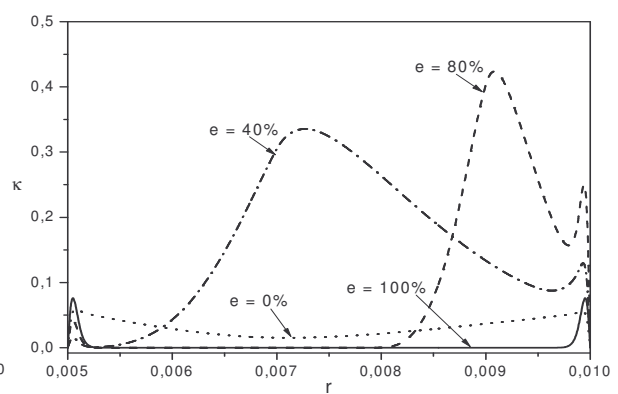


Figure 3: Effet de l'épaisseur de la couche poreuse sur l'énergie cinétique turbulente ($Da=10^{-2}$, $Re_H = 52\,192$)

La figure 4 illustre les effets du nombre de Darcy et de l'épaisseur de la couche poreuse sur le transfert thermique pour une faible conductivité thermique du matériau ($R_c=1$). Lorsque l'épaisseur de la couche poreuse augmente jusqu'à une valeur donnée qui dépend de la perméabilité, la valeur du nombre de Nusselt Nu reste presque constante et égale à celle du cas fluide ($e=0$). Au-delà de cette valeur, le nombre de Nusselt diminue puis augmente

légèrement pour de grandes épaisseurs. La température du fluide froid à la sortie de l'échangeur augmente avec l'augmentation du rapport des conductivités thermiques (Fig. 5). De plus, il existe une valeur critique du rapport des conductivités thermiques au delà de laquelle la température du fluide froid dépasse celle obtenue dans le cas fluide($e=0$). Cette valeur critique dépend de la perméabilité.

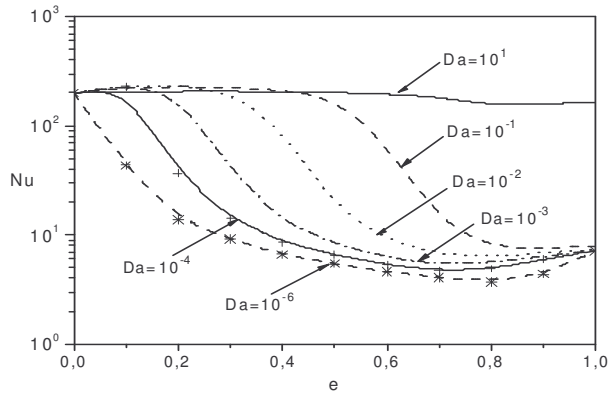


Figure 4: Effet Da et de l'épaisseur sur le nombre de Nusselt ($R_c=1$, $Re_H = 52\ 192$)

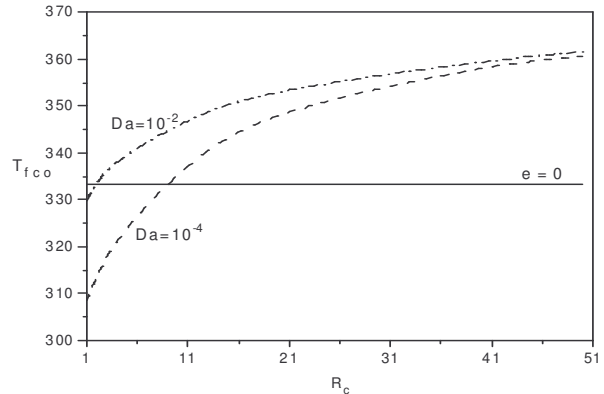


Figure 5: Effet de R_c sur la température du fluide froid ($e=40\%$, $Re_H = 52\ 192$)

5. Conclusion

Le modèle développé prend en compte l'approximation du deuxième ordre dans le terme de Forchheimer. Cet ordre permet une meilleure description des effets turbulents dans le terme de Forchheimer. La résolution numérique des équations gouvernantes nous a permis d'évaluer les effets du nombre de Reynolds, de la perméabilité, de l'épaisseur de la couche poreuse et de la conductivité thermique effective sur l'écoulement turbulent et le transfert thermique dans un échangeur de chaleur annulaire partiellement ou totalement rempli par un milieu poreux.

Références

- [1] K. Lee and J. R. Howell, Forced Convective and Radiative Transfer within a Highly Porous Layer Exposed to a Turbulent External Flow Field, *In Proceedings of the 2nd ASME/JSME Thermal Engineering Joint Conference*, 2 (1987), 337-386.
- [2] B. V. Antohe and J. L. Lage, A General Two-Equation Macroscopic Turbulence Model for Incompressible Flow in Porous Media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40 (1997), 3013-3024.
- [3] D. Getachew, W. J. Minkowycz and J. L. Lage, A Modified Form of the Model for Turbulent Flows of an Incompressible Fluid in Porous Media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 43 (2000), 2909-2915.
- [4] T. Masuoka and Y. Takatsu, Turbulent Phenomena in Flow through Porous Media, *J. Porous Media*, 1 (1998), 243-251.
- [5] F. Kuwahara, Y. Kameyama, S. Yamashita, and A. Nakayama, Numerical Modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic array, *J. Porous Media*, 1 (1998), 47-55.
- [6] M. H. J. Pedras, and M. J. S. de Lemos, On Volume and Time Averaging of Transport Equations for Turbulent Flow in Porous Media, *Proc. of 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference*, (ASME-FED-248, Paper FEDSM99-7273, ISBN 0-7918-1961-2, San Fransisco, California, 18-23 July, 1999).
- [7] F. W. Dittus, and L. M. K Boelter, Heat transfer in automobile radiators of the tubular type, *Univ. Calif. Pub. Eng.*, 13, (1930), 443.
- [8] V. Gnielinski, New Equations for Heat and Mass Transfer in Turbulent Pipe and Channel Flow, *Int. Chemical Engineering*, 16 (1976), 359-368.