

**P'**  
**Institut**  
**Pprime**

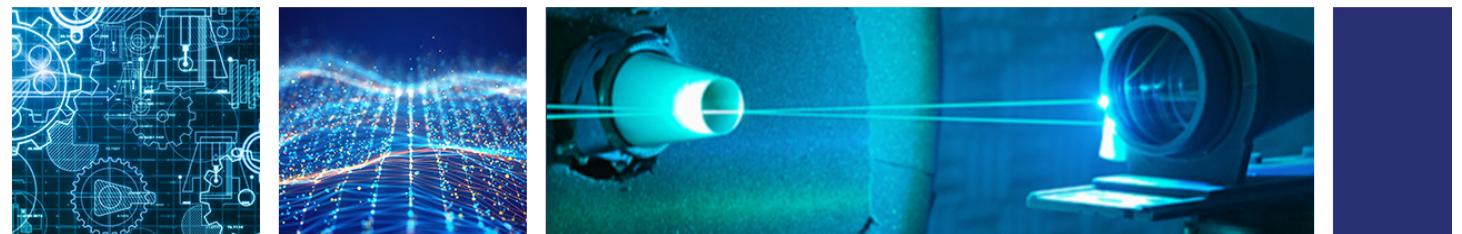
Recherche en physique  
et ingénierie

# Coefficient d'échange convectif : mesure et application

# Plan de la présentation

- Introduction/contexte
- La loi de « Newton » (1701) et ses évolutions/adaptations...
- Similitude et nombres adimensionnels ( $Nu$ )
- Méthodes de détermination du coefficient d'échange convectif ( $h$ )
  - Approches théoriques
  - Approches expérimentales
    - Méthodes à multi-flux
    - Mesures flux pariétaux (fluxmètres, profils de température)
  - Approches inverses (mixte)

# Introduction/contexte



# Introduction

- Souvent, contexte industriel / situation réelle
  - Géométries et systèmes complexes,
  - Problèmes multiphysiques et le couplage des différentes physiques
  - Compromis Précision/Coûts de calcul (temps et ressources)
- Nécessité d'avoir
  - une approche « dégénérée » (*simplifiée, globale, 0D/1D...*)  
⇒ nécessite une modélisation adaptée

# Équations typiques régissant les transferts...

Pour les fluides Newtoniens

équations de  
Navier-Stokes  
et d'énergie



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D\rho}{Dt} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \\ \rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + 2\vec{\nabla} \cdot (\mu \bar{\mathbf{D}}) + \vec{\nabla}(\eta \vec{\nabla} \cdot \vec{u}) \\ \rho c_p \frac{DT}{Dt} = -p \vec{\nabla} \cdot \vec{u} + \eta (\vec{\nabla} \cdot \vec{u})^2 + 2\mu \bar{\mathbf{D}} : \bar{\mathbf{D}} + \vec{\nabla} \cdot [\lambda \vec{\nabla} T] + \beta T \frac{Dp}{Dt} + r \end{array} \right.$$



Conditions limites  
Conditions initiales

En écoulement incompressible



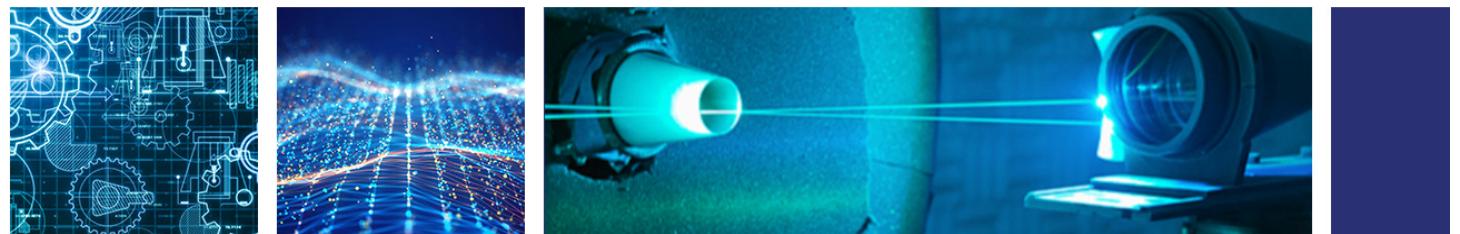
$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \\ \rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + 2\vec{\nabla} \cdot (\mu \bar{\mathbf{D}}) \\ \rho c_p \frac{DT}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot [\lambda \vec{\nabla} T] + \beta T \frac{Dp}{Dt} + 2\mu \bar{\mathbf{D}} : \bar{\mathbf{D}} + r \end{array} \right.$$



Conditions limites  
Conditions initiales

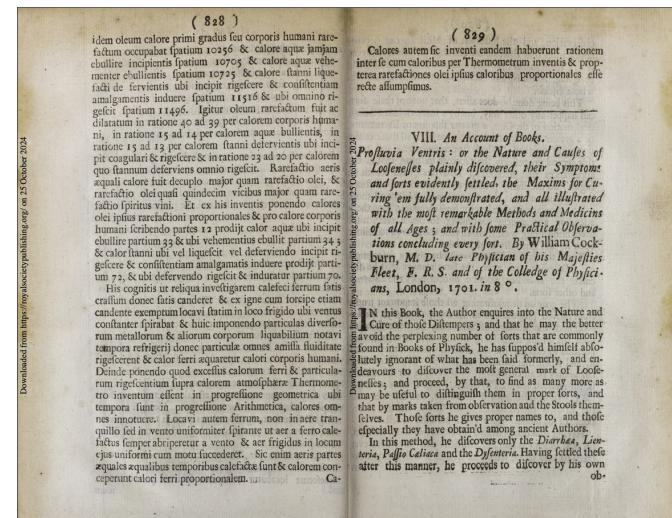
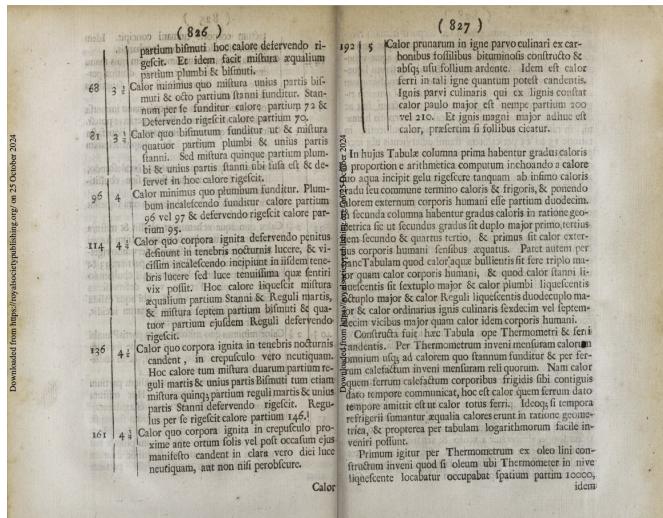
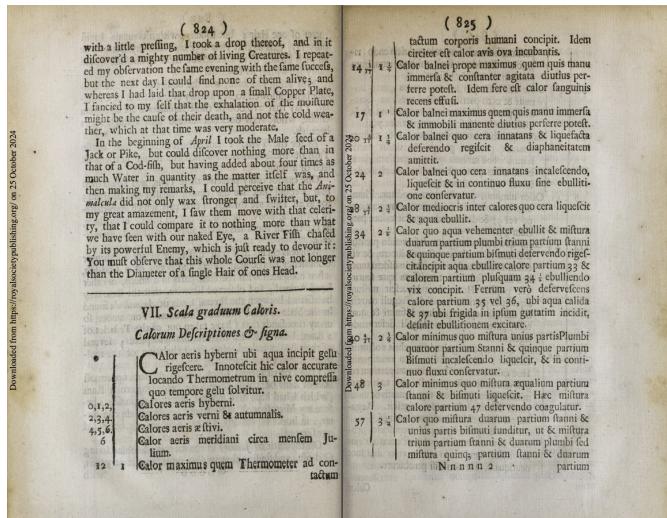
**Pas toujours adapté**

# La loi de Newton...



# Un peu d'histoire...

Isaac Newton a publié ses travaux sur la loi de refroidissement (d'un corps) en 1701 intitulé "VII. Scala graduum caloris" dans *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. **22** (270): 824–829. 1701. [doi:10.1098/rstl.1700.0082](https://doi.org/10.1098/rstl.1700.0082).



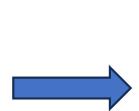
# Un peu d'histoire... (suite)

*J. Newton*



Dans cet essai, Newton a noté suite à des expérimentations consistant à immerger un corps dans un fluide que la *variation (temporelle) de la température de ce corps est toujours proportionnelle à la différence de température entre le corps et son environnement.*

Ainsi dans sa forme originelle, la loi de Newton a s'écrit :



$$\frac{dT}{dt} = \alpha(T - T_{env})$$

$\alpha$  étant un coefficient supposé constant.

Remarques :

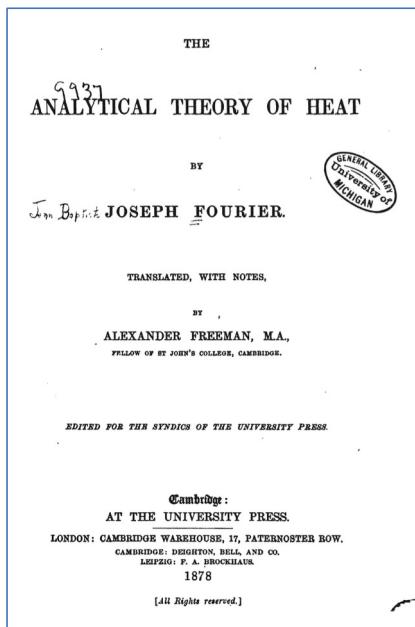
- Cette version donnée par Newton lui-même, était en partie due à la *confusion à l'époque* de Newton entre les concepts de **chaleur** et de **température**, qui ne seront complètement démêlés que bien plus tard (par Fourier notamment...)
- Newton n'a donc pas, en 1701, énoncé la loi sous la forme :  $\varphi = h(T - T_\infty)$ .
- En réalité, ici :  $\alpha \approx h \cdot \frac{S}{\rho c V}$

# Un peu d'histoire...

b<sup>ouy</sup> fourier



Env. 100 ans plus tard (1821), **J.B. Fourier** (J. Fourier, *The Analytical Theory of Heat*, translated, with notes, by A. Freeman, G. E. Stechert & Co., New York, 1878) propose la loi (cf. p.54 par exemple) :



$$\varphi = h(T - T_{\infty})$$

Échange convectif  
 entre une surface à  $T$   
 et un fluide (air) à  $T_{\infty}$

- De cette manière, la notion de coefficient d'échange ('external conductivity' selon sa terminologie) est introduite, ainsi que sa notation  $h$ .
- Fourier insiste également sur la différence fondamentale entre  $h$  et  $\lambda$  (conductivité thermique).

# 1<sup>ère</sup> synthèse

La loi de « Newton » suppose donc la **proportionnalité** entre la densité de flux de chaleur  $\varphi$  et de la différence de température  $\Delta T$  (entre la surface et son environnement). Le coefficient de proportionnalité est appelé *coefficent d'échange convectif* ou *coefficent de transfert convectif* (noté  $h$ )

**Exemple :** Pour un écoulement à température  $T_\infty$  sur une paroi à température de surface uniforme  $T_p$ , l'expression de la densité de flux thermique  $\varphi_p$  est donnée par la loi dite « abusivement », loi de Newton :

$$\varphi_p = h(T_p - T_\infty)$$

- $\varphi_p$  est exprimé en  $[W/m^2]$
- $h$  est le coefficient d'échange thermique, en  $[W/m^2 \cdot ^\circ C]$  ou en  $[W/m^2 K]$

Le flux de chaleur total  $\Phi_p$  (en W) échangé à la surface d'aire  $A$  vaut alors:  $\Phi_p = hA(T_p - T_\infty)$

# 1<sup>ère</sup> synthèse (remarques générales)

La loi de « Newton » suppose donc la **proportionnalité** entre la densité de flux de chaleur  $\varphi$  et de la différence de température  $\Delta T$  (entre la surface et son environnement). Le coefficient de proportionnalité est appelé *coefficient d'échange convectif* ou *coefficient de transfert convectif* (noté  $h$ )

## Quelques remarques/conséquences sur le coefficient d'échange convectif $h$

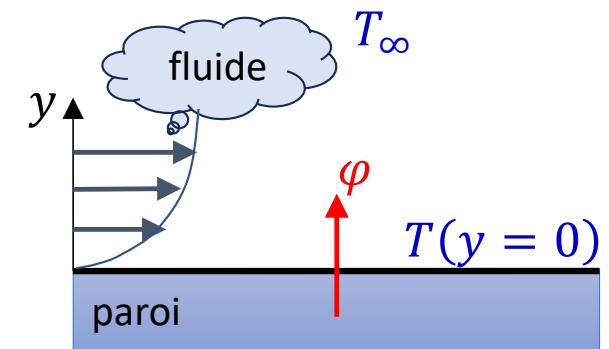
- $h$  est défini **positif** : le signe du flux thermique est géré par celui de l'écart de température (choix de  $T_{ref}$ ...)
- $h$  est **indépendant de l'écart de température  $\Delta T$**  (et par conséquent de  $T$  si  $T_{ref}$  est fixe...)  
→ la loi de Newton « établit » la proportionnalité de la densité de flux de chaleur et de la différence de température
- $h$  est défini à partir d'un problème à 2 températures ( $T$  et  $T_\infty$ ) (et initialement en régime stationnaire)  
→ La température choisie en référence est donc naturellement  $T_{ref} = T_\infty$   
→ La **loi de Newton** apparaît donc comme un **modèle** à 2 paramètres ( $h$  et  $T_{ref}$ ), **si plus de 2 températures en jeu...**
- Des pistes intéressantes de réflexion sur  $h$  ⇒ [E. Adiutori, Mech. Eng., Ventuno Press, Naples \(FL\) USA, 1990. ISBN 978-0-615-55669-7](#)

# Expression du coefficient d'échange

Au voisinage de la paroi ( $y = 0^+$ ), on a  $u \approx 0$  (notions de CL, de viscosité et hypothèse de non glissement à la paroi)

la diffusion thermique domine et la densité de flux de chaleur peut alors également être obtenue à partir de la loi de Fourier

$$\varphi = -\lambda_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

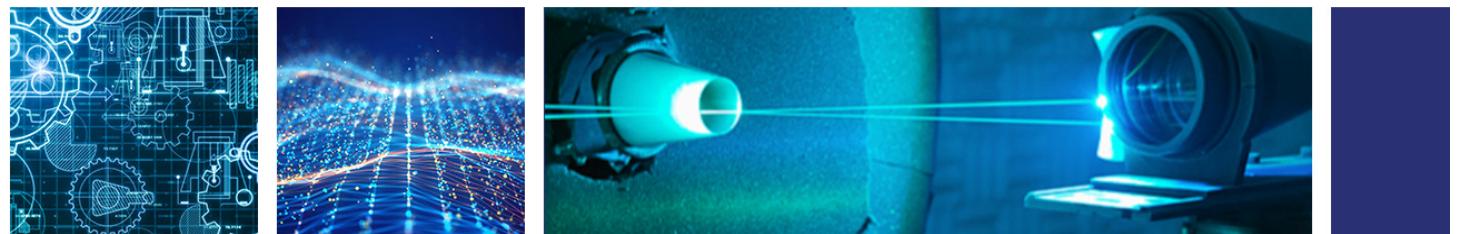


En combinant les lois de « Fourier » et « Newton », il vient naturellement:

$$h = \frac{-\lambda_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T(y = 0) - T_{\text{ref}}}$$

Rq:  $-\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$  et  $T(y = 0) - T_{\text{ref}}$  sont de même signe  $\Rightarrow h \geq 0$

# Similitude et nombres adimensionnels ( $Nu$ )



# Nombre de Nusselt

Le nombre adimensionnel caractérisant les transferts convectifs est le **nombre de Nusselt  $Nu$**

$$Nu = \frac{h L}{\lambda_f}$$

$L$  : longueur caractéristique [m]

$\lambda_f$  : Conductivité thermique du **fluide** [W/(m K)]

## Interprétation du nombre de Nusselt

$Nu$  peut être vu comme le **flux convectif adimensionné** par un flux (conductif) de référence au sein du fluide

$$Nu = \frac{\varphi_{cv}}{\varphi_{cd}} = \frac{h \Delta T}{\lambda_f \frac{\Delta T}{L}}$$

# Nombre de Nusselt (suite)

Le nombre adimensionnel caractérisant les transferts convectifs est le **nombre de Nusselt  $Nu$**

$$Nu = \frac{h L}{\lambda_f}$$

$L$  : longueur caractéristique [m]

$\lambda_f$  : Conductivité thermique du fluide [W/(m K)]

## Interprétation du nombre de Nusselt

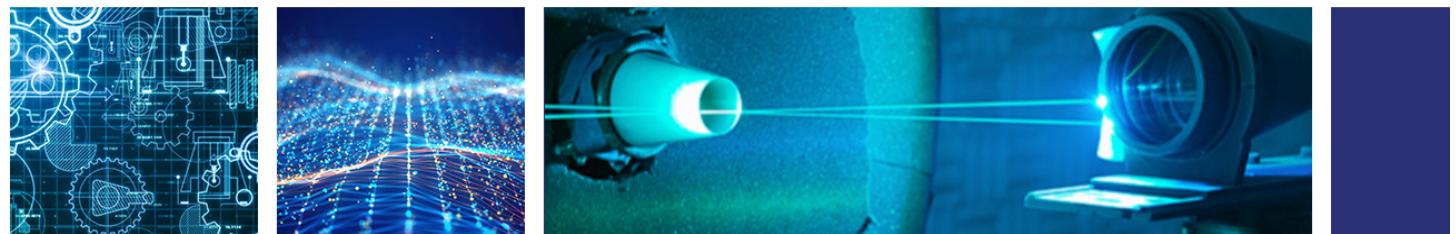
Pour une paroi à température uniforme,  $Nu$  peut aussi être vu comme **la pente à la paroi du profil de température adimensionnée** (gradient adimensionné de température)

$$Nu = \frac{h L}{\lambda_f} = \frac{-\lambda_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \cdot L}{(T_p - T_{ref}) \cdot \lambda_f} = - \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \Big|_{paroi}$$



Attention cependant  
au 'choix' du  $\Delta T_{ref}$ ...

# Méthodes de détermination du coefficient d'échange convectif ( $h$ )



# Détermination de $h$ : Approches théoriques

Il existe des solutions analytiques ou semi-analytiques dans certaines situations : solutions semblables pour un écoulement de CL sur plaque plane en convection forcée ou naturelle par exemple...

Le champ de température est donc connu. Il est donc possible de calculer le gradient de température à la paroi pour remonter au Nusselt en utilisant :

$$h = \frac{-\lambda_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T(y=0) - T_{\text{ref}}}$$

# Exemple : Plaque plane en CV naturelle

- Cas où l'on impose la température de la paroi

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$$

$$Nu(x) = \frac{h_x x}{\lambda} = \frac{q(x)}{\lambda(T_0 - T_\infty)/x} = -\frac{\theta'(0)}{\sqrt{2}} Gr_x^{1/4}$$

→  $h_x \sim x^{-1/4}$

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{\lambda} = \frac{\bar{q}}{q_{ref}} = \frac{4}{3} \left[ -\frac{\theta'(0)}{\sqrt{2}} \right] Gr_L^{1/4}$$

→  $\bar{h} \sim L^{-1/4}$

- Cas où l'on impose le flux uniforme  $q_0$  à la paroi

$$Gr^* = \frac{g\beta \frac{\widehat{q_0 x}}{\lambda} x^3}{\nu^2}^{=\Delta T^*}$$

$$Nu_x = \frac{hx}{\lambda} = -\frac{1}{5^{1/5} \theta(0)} Gr_x^{*1/5}$$

→  $h_x \sim x^{-1/5}$

$$\overline{Nu} = \frac{hL}{\lambda} = -\frac{6}{5^{6/5} \theta(0)} Gr_L^{*1/5}$$

→  $\bar{h} \sim L^{-1/5}$

# Conclusions partielles

- A partir d'approches théoriques **exactes** il est possible d'obtenir des coefficients d'échange convection pour des situations canoniques.
- Possibilité de procéder de même avec des **méthodes approchées** :  
⇒ méthodes intégrales (par exemple) où l'on va spécifier des formes de profil de vitesse et de température (souvent des polynômes ou des lois « puissance »)
- Possibilité d'utiliser la **CFD** pour déterminer les flux pariétaux et la température de paroi, puis en déduire  $h$  (puis des corrélations adaptées...)

## Détermination de $h$ : Approches expérimentales

Les approches expérimentales sont souvent basées sur des mesures de température de paroi et du flux pariétal qui permettent à partir d'un bilan thermique à la paroi de déterminer le flux convectif  $\varphi_{cv}$ .

$$\rightarrow h = \frac{\varphi_{cv}}{T(y=0) - T_{\text{ref}}}$$

⚠ La détermination de  $T_{\text{ref}}$  peut être délicate dans certaines situations...

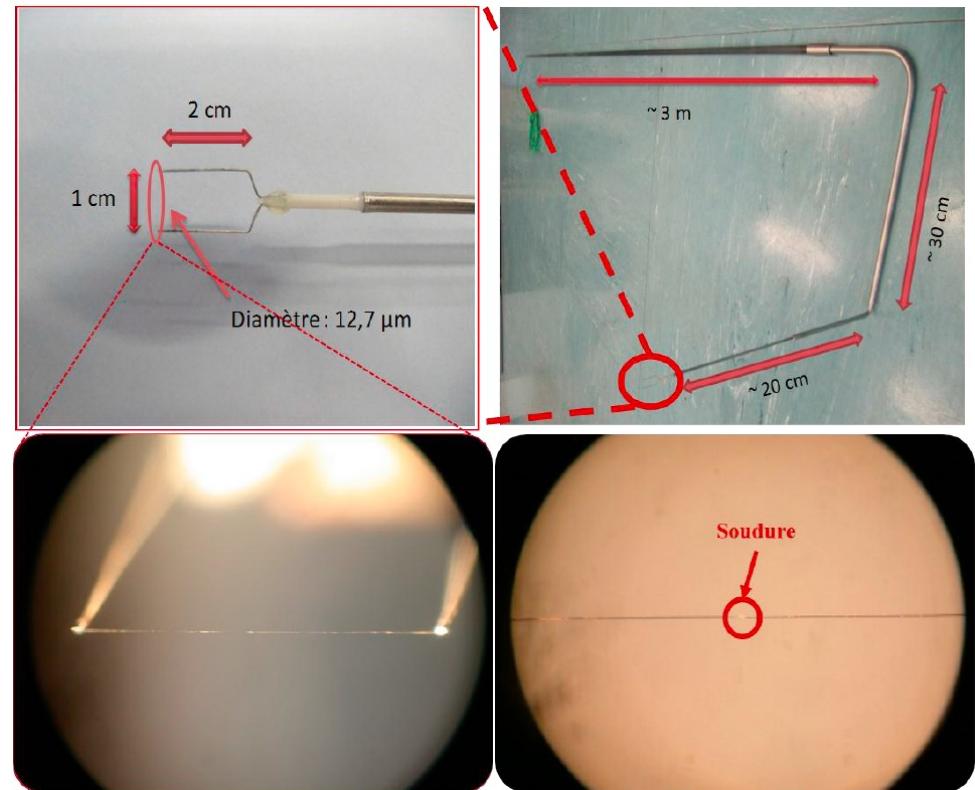
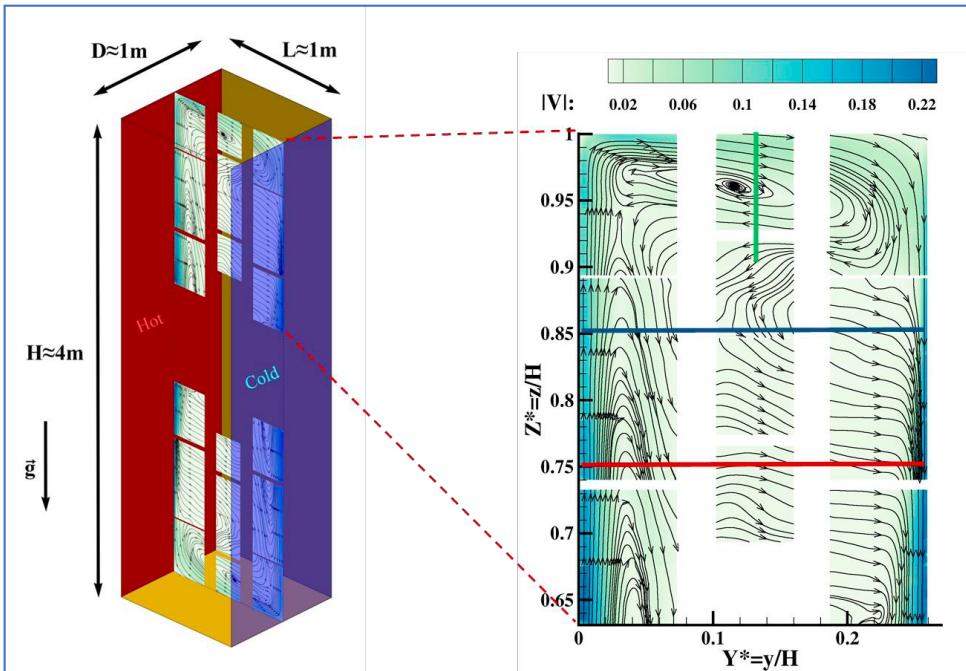
# Détermination de $h$ : Approches expérimentales

Quelques exemples...

(non exhaustif...)

# Détermination de $h$ : Approches expérimentales

## Convection naturelle turbulente

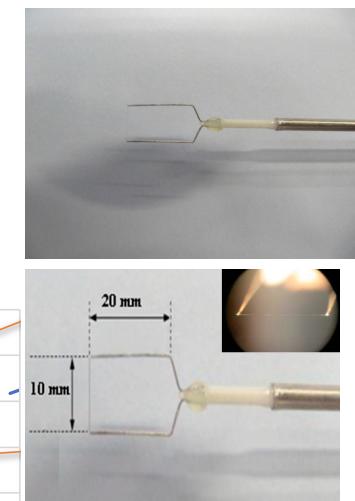
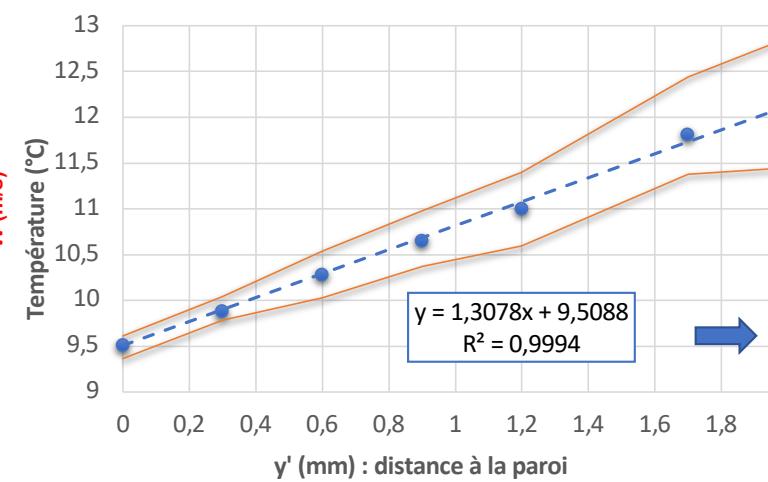
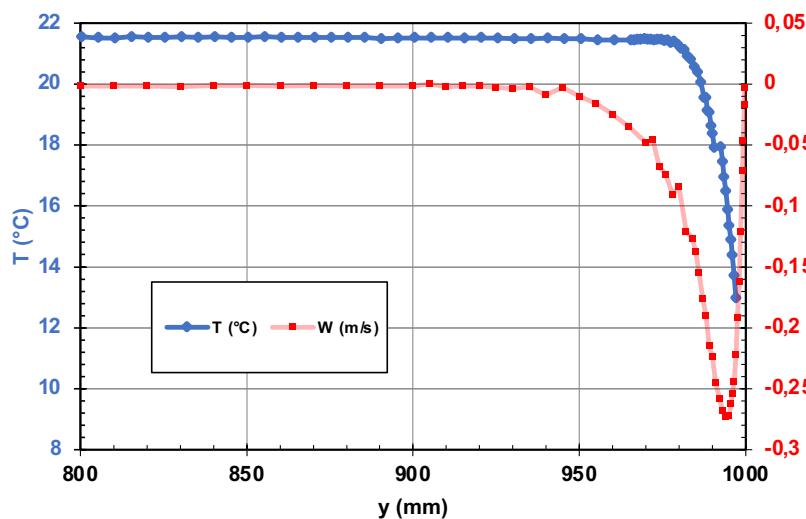


Type K : Chromel/Alumel

$$\Rightarrow D_{tc} = 12.7\text{ }\mu\text{m} \text{ ou } D_{tc} = 7.6\text{ }\mu\text{m}$$

# Détermination de $h$ : Approches expérimentales

## Mesure directe du flux pariétal (profil de température)

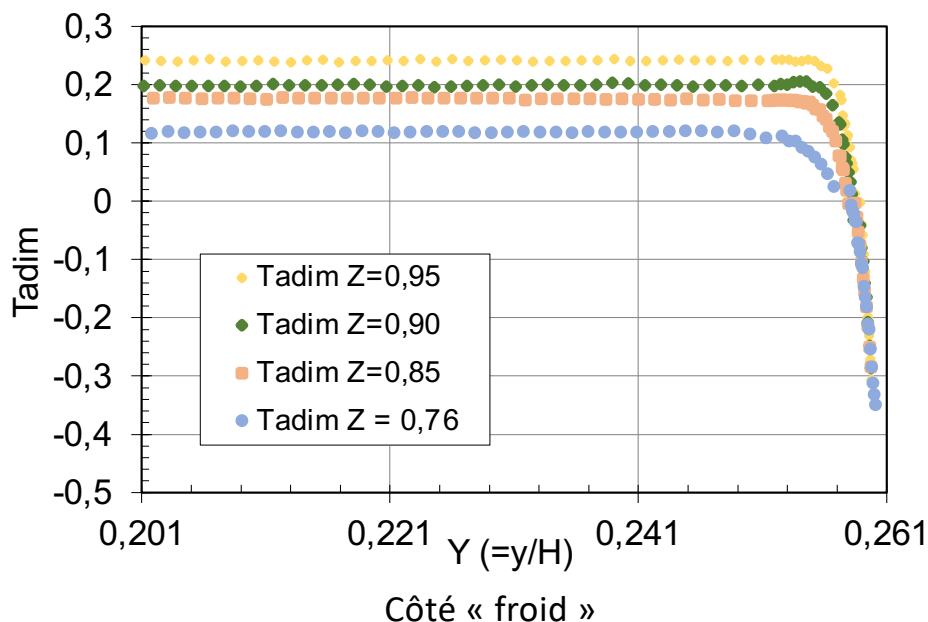


$$Nu(z = 0,875) = \frac{H}{\Delta T} \left( \frac{dT}{dy} \right)_{y=0} = 251$$

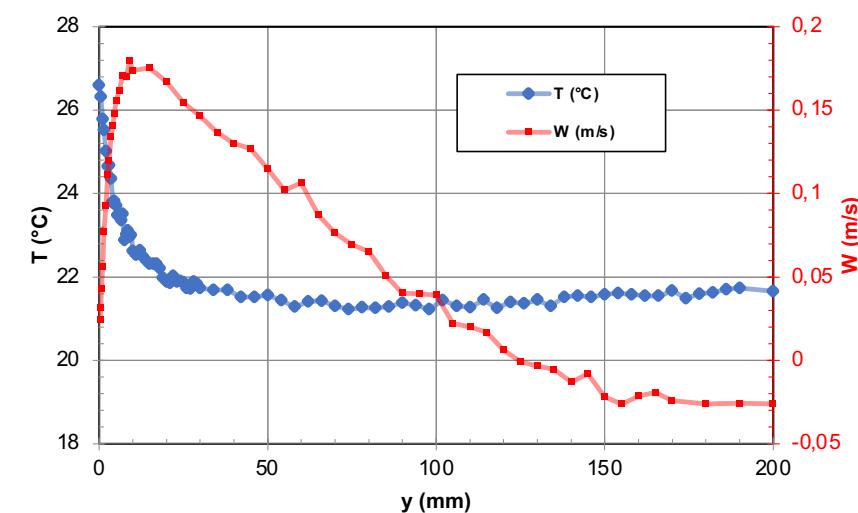
D. Saury, N. Rouger, F. Djanna, F. Penot, Mesure de vitesse, de température et de flux thermique en espace confiné. Actes Congrès SFT, p. 129-134, 2009.

# Détermination de $h$ : Approches expérimentales

## Mesure directe du flux pariétal (profil de température)



Côté « froid »



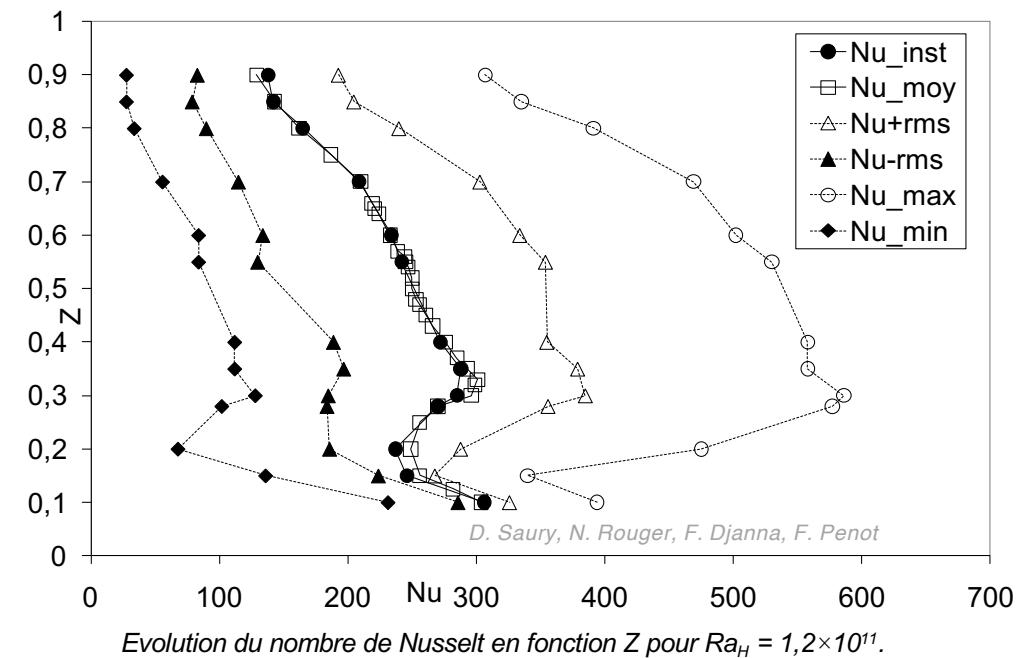
Côté « chaud »

# Détermination de $h$ : Approches expérimentales

## Mesure directe du flux pariétal (profil de température)

Comparaison entre 2 méthodes de détermination du nombre de Nusselt :

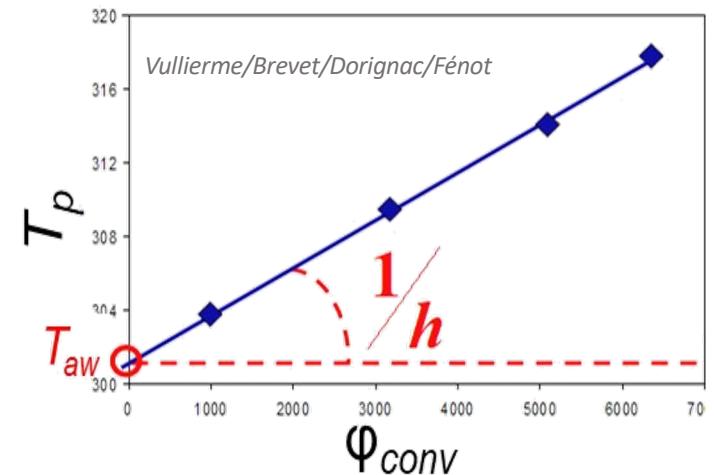
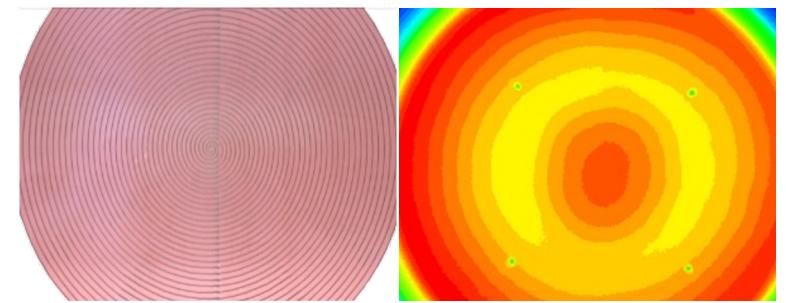
- Estimation de la pente du profil de température
- Mesure directe du flux (thermocouple double monté en opposition et distant d'une 100aine de  $\mu\text{m}$ )



# Détermination de $h$ : méthode multi-flux

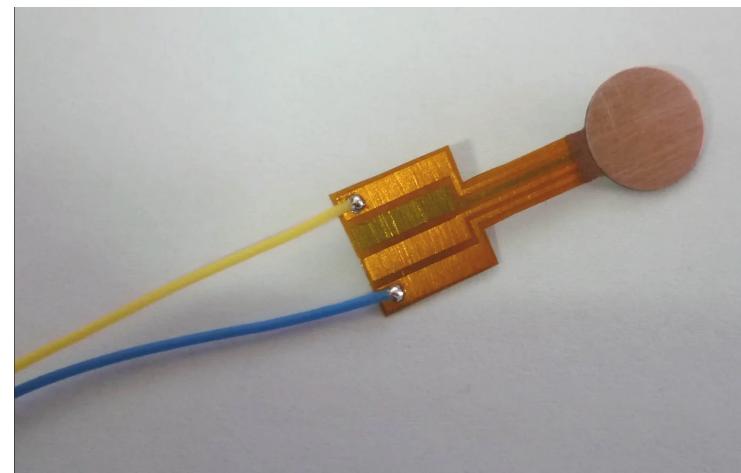
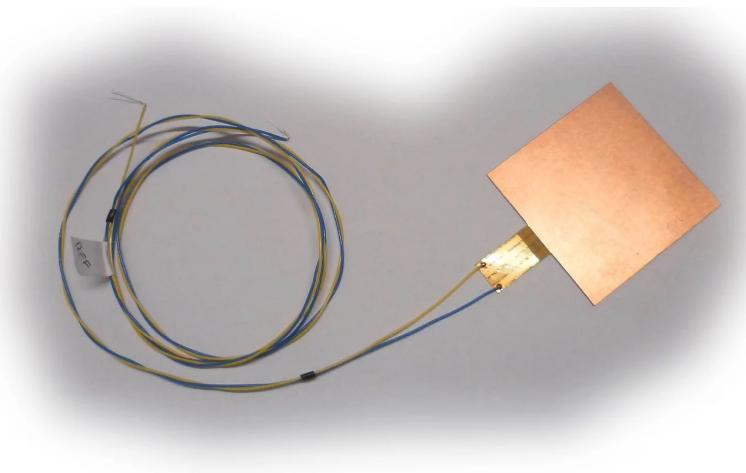
Méthodes « multi-flux » de mesure :  $h = \frac{\Phi_{conv}}{T_p - T_{ref}}$

- Paroi chauffée par effet Joule + pertes thermiques (rayonnement, conduction...)  $\Rightarrow \Phi_{conv} = \Phi_{elec} - \Phi_{pertes}$
- $T_p$  mesurée par thermographie infrarouge
- Détermination de  $T_{ref}$  et  $h$ :
  - $T_p = \frac{\Phi_{conv}}{h} + T_{ref}$
  - Régression linéaire:
    - pente:  $1/h$
    - origine :  $T_{ref}$



# Détermination de $h$ : mesure directe

Mesure directe du flux et de la température de paroi avec des fluxmètres commerciaux

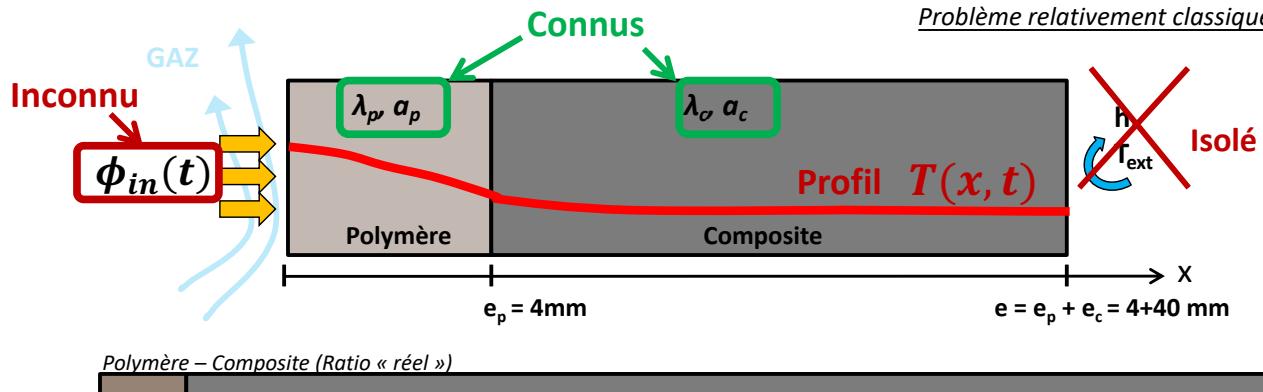


## Détermination de $h$ : Approches inverses

Via des approches inverses, il est possible d'estimer les flux convectifs  $\varphi_{cv}$  ou directement  $h$  (*et  $T_{ref}$ ...*).

⚠ Attention: Problèmes souvent mal posés...

# Problème inverse de conduction en situation réelle



Bouteille 50-100 bar (CAQ) –  
CRCD – Air Liquide

Conduction thermique linéaire dans la paroi:

**Équations de la chaleur**

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Polymère} \quad \frac{\partial T}{\partial t} = a_p \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \\ \text{Composite} \quad \frac{\partial T}{\partial t} = a_c \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \end{array} \right.$$

**Contact parfait**

$$\left\{ \left. -\lambda_p \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=e_p^-} = \left. -\lambda_c \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=e_p^+} \right. \quad \text{et} \quad T(x = e_p^-) = T(x = e_p^+)$$

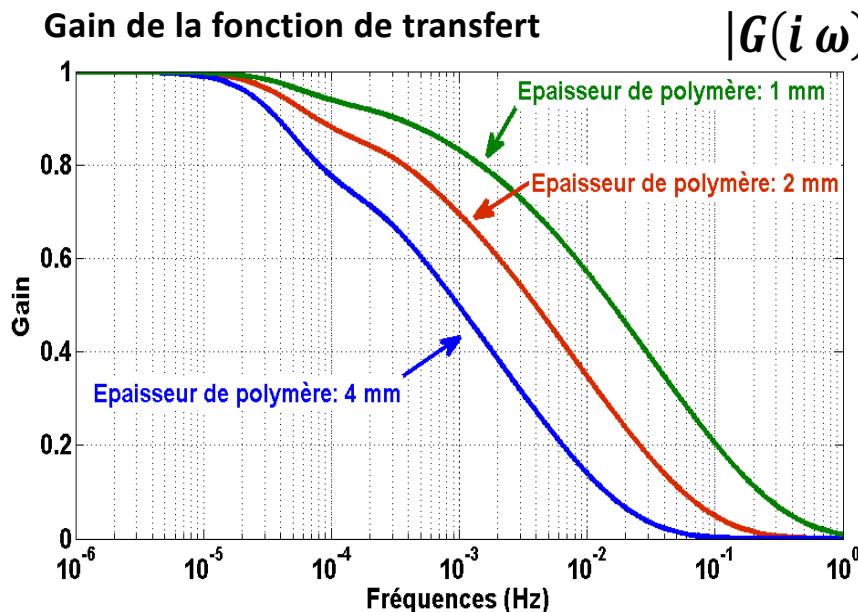
**Conditions limites**

$$\left\{ \left. -\lambda_p \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \phi_{in}(t) \quad \text{et} \quad \left. -\lambda_p \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=e_p+e_c} = h(T - T_{ext}) \right. = 0 \text{ (isolé)}$$

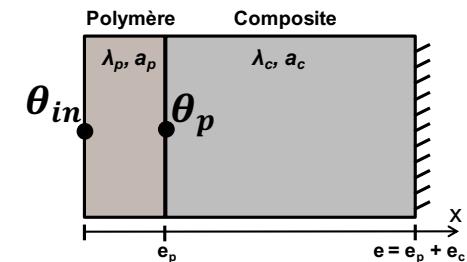
**Conditions initiales**

$$\left\{ T(x, t = 0) = T_{ext} \right.$$

## Illustration - Problème mal posé

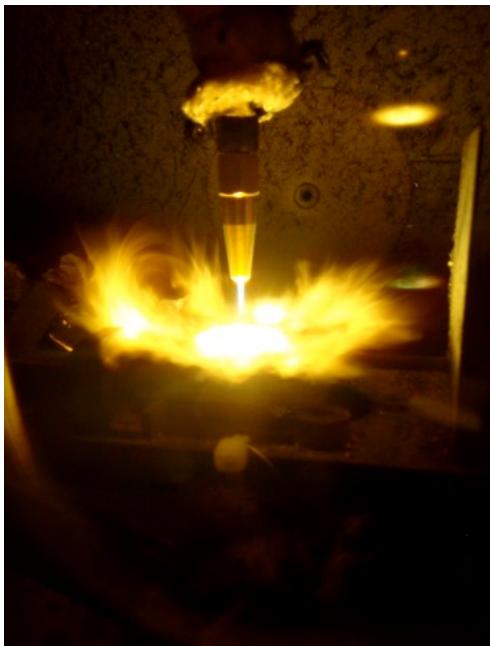


$$\theta_p = \frac{A_c}{\frac{A_p A_c + B_p C_c}{G(p)}} \theta_{in}$$



Filtrage des « hautes » fréquences:  
 → infinité de solutions  
 → caractère mal posé du problème

# Estimation de conditions limites



- **La torche oxygène-acétylène.**

Etude réalisée en partenariat avec le dépt. PMM de P' dans le cadre du GT2 – Conditions extrêmes

# Simulation du phénomène d'ablation

## Conditions extrêmes:

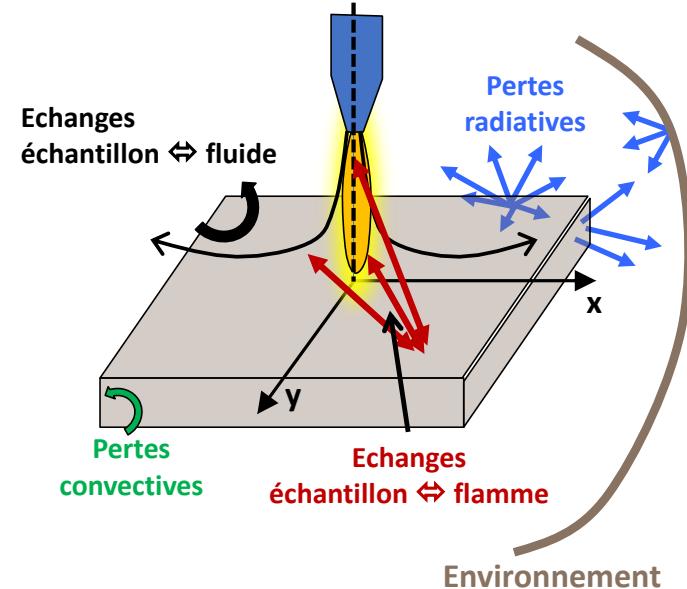
- Transferts thermiques ? Avec la flamme ? Le fluide ?
- Etat de la matière ? Propriétés ? (changements de phase)
- La frontière du domaine ? (cratérisation)
- Le fluide ? (son mouvement, sa température)

**Objectifs du dépt. FTC-COST:**  
Quelles conditions limites thermiques ?

## Transferts thermiques complexes



**Approche inverse:** estimation du flux de chaleur absorbé en surface par l'échantillon



# Paramétrisation et résolution

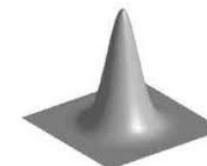
Les inconnus: 2 fonctions + 2 paramètres

$$-\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = (1 - C(x, y))\sigma(T^4 - T_{amb}^4) + C(x, y)\sigma(T^4 - T_{flamme}^4) + h(x, y)(T - T_{gaz})$$

Paramétrisation avec des fonctions gaussiennes:

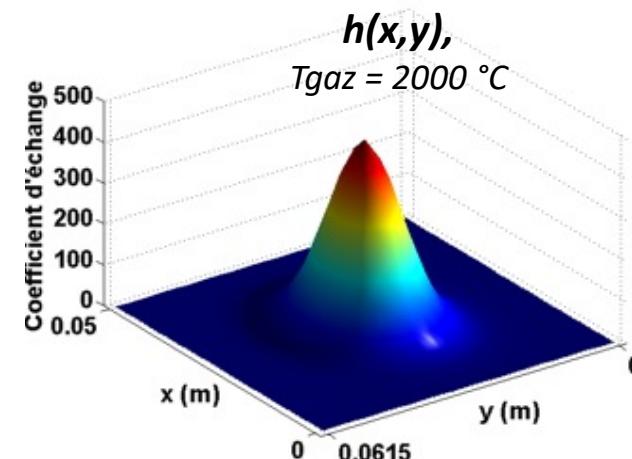
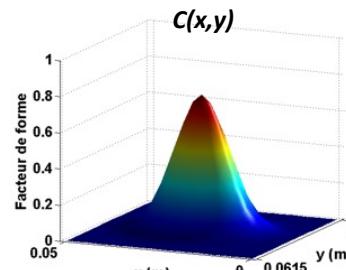
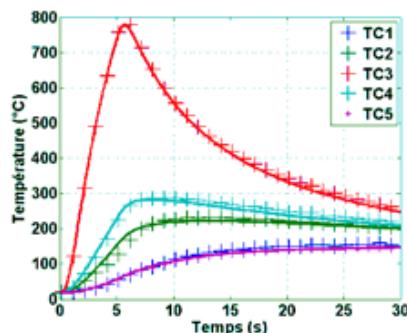
$$C(x, y) = A_c e^{-\frac{1}{2\sigma_c^2} \left[ \left( x - \frac{l_x}{2} \right)^2 + \left( y - \frac{l_y}{2} \right)^2 \right]} \quad \text{et} \quad h(x, y) = A_h e^{-\frac{1}{2\sigma_h^2} \left[ \left( x - \frac{l_x}{2} \right)^2 + \left( y - \frac{l_y}{2} \right)^2 \right]}$$

2 fonctions  4 paramètres  $[A_c, \sigma_c, A_h, \sigma_h]^T$



Analyse des sensibilités

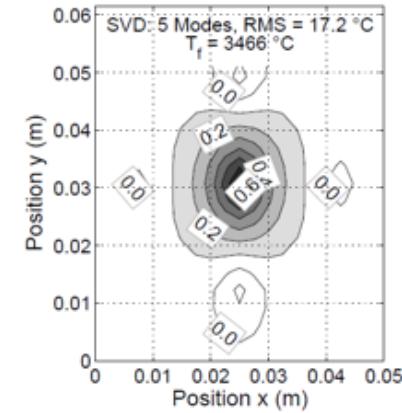
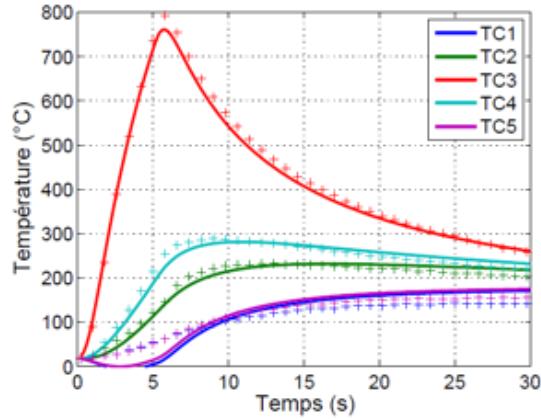
- Problème inverse non-linéaire (où linéariser le modèle ?)
- Résolution du problème inverse  $\beta = [T_{flamme}, T_{gaz}, A_c, \sigma_c, A_h, \sigma_h]^T$   
(6 paramètres avec 5000 observables)



# Exemple de résultats

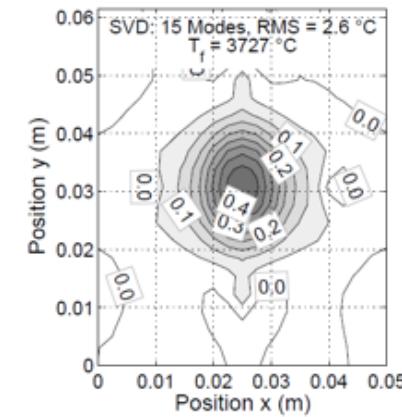
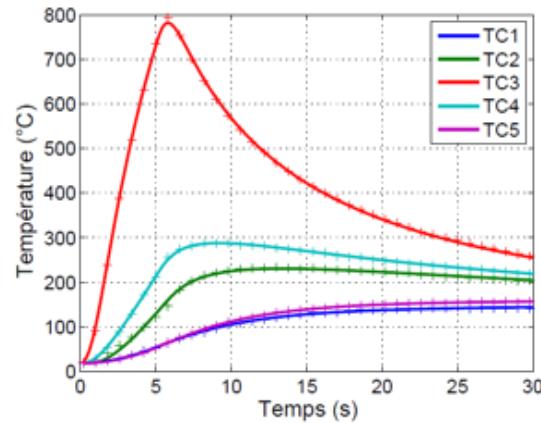
## 5 modes

$$C(x, y) = \sum_{k=1}^5 \beta_k Mode_k(x, y)$$

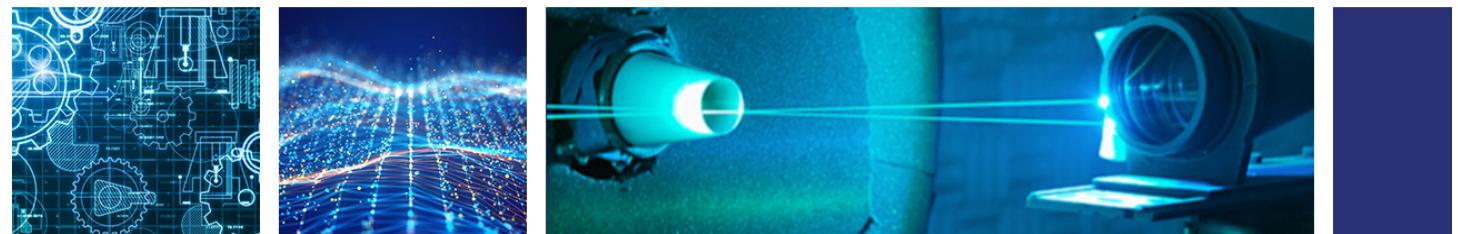


## 15 modes

$$C(x, y) = \sum_{k=1}^{15} \beta_k Mode_k(x, y)$$



# Conclusions



# Conclusions

- La loi de Newton (1701) et ses adaptations...
- Similitude et nombres adimensionnels ( $Nu$ )
- Méthodes de détermination du coefficient d'échange convectif ( $h$ )
  - Approches théoriques
  - Approches expérimentales
    - Méthodes à multi-flux
    - Mesures flux pariétaux (fluxmètres, profils de température)
  - Approches inverses (mixte)



MERCI.

Questions ?  
Remarques et commentaires