

Optimisation multiobjectif de la cuisson d'un produit céréalier

Adrien FUENTES^{1*}, Patrick EL HELOU¹, Pascal LE BIDEAU¹, Patrick GLOUANNEC¹

¹ Université de Bretagne Sud, UMR CNRS 6027, IRDL, F-56100, Lorient,

* (auteur correspondant : adrien.fuentes@univ-ubs.fr)

Résumé - Ce travail est consacré au développement d'une procédure d'optimisation dédiée au pilotage d'un procédé de cuisson de produit céréalier. La méthode repose sur un couplage entre un modèle multiphysique et un algorithme d'optimisation multiobjectif. L'approche considère à la fois des critères de qualité du produit en fin de cuisson (teneur en eau moyenne, déformation et coloration) et des critères industriels (cadence et indicateur énergétique). L'objectif est de définir une consigne de température variable, sous contraintes, permettant d'optimiser simultanément ces critères. Les résultats obtenus sont validés par des expérimentations de cuisson à consignes variables.

Nomenclature

a_w	activité de l'eau, -	<i>Indices et exposants</i>	
C	coefficient de pondération, -	a	air
c_p	capacité thermique massique à pression constante, J.kg ⁻¹ .K ⁻¹	c	dioxyde de carbone
h	enthalpie massique, J.kg ⁻¹	g	gaz
h_c	coefficient d'échange convectif, W.m ⁻² .K ⁻¹	l	liquide
HR	humidité relative, -	m	moule
M	masse molaire, kg.mol ⁻¹	moy	moyenne
N	nombre de fonctions objectif, -	obj	valeur cible
\vec{n}	vecteur normal	$optim$	optimal
n	flux massique, kg.m ⁻² .s ⁻¹	p	pâte
P	pression, Pa	pop	population, -
R	constante des gaz parfaits, J.mol ⁻¹ .K ⁻¹	s	solide
T	température, °C	sat	saturé
v	vitesse de déformation, m.s ⁻¹	$surf$	surface
w	teneur en eau, kg.kg ⁻¹		
<i>Symboles grecs</i>			
α_m	coefficient de transfert massique, m.s ⁻¹	ϵ	émissivité, -
λ	conductivité thermique, W.m ⁻¹ .K ⁻¹	σ_{SB}	constante de Stefan-Boltzmann, W.m ⁻² .K ⁻⁴
ρ	masse volumique, kg.m ⁻³	ε	déformation, %
σ	contrainte, Pa	χ	paramètre colorimétrique : l^* , ou a^* , ou b^*

1. Introduction

La cuisson des produits céréaliers est un processus de transformation comprenant des phénomènes complexes (transfert de masse, déformation, gélification...) ayant lieu lors du chauffage du produit. Selon les données de l'AGRESTE, la consommation énergétique annuelle dédiée à la phase de cuisson des produits céréaliers en France est d'environ 200 000 tonnes équivalent pétrole. Ainsi, l'augmentation continue de la population mondiale et des prix de l'énergie incitent à réduire cette consommation. Pour cela, deux axes de travail majeurs sont identifiés. Le premier est le développement d'outils numériques permettant de modéliser la phase de cuisson et le second repose sur le couplage de ces modèles à des algorithmes d'optimisation, visant à améliorer l'efficacité des lignes de production.

Bien que plusieurs approches, plus ou moins avancées, ont été proposées dans la littérature pour modéliser la cuisson des produits céréaliers [1]-[3], le second axe reste inexploré et fera l'objet de la présente publication.

2. Conditions expérimentales

Les essais de cuisson unitaires sont réalisés à l'aide d'un four de laboratoire instrumenté, similaire à celui utilisé dans les travaux de Plateau et al [4]. La consigne de température de cuisson, imposée en surface de voûte et de sole du four, est régulée à l'aide d'un contrôleur PID. Ce four offre la possibilité de mesurer en continu la masse du produit, image de sa teneur en eau moyenne (w_{moy}) qui est le premier observable dans cette étude. Le second observable est la déformation de surface du produit (ε), obtenue par suivi du point central via l'analyse des clichés pris à travers la vitre du four pendant la cuisson. Enfin, le troisième observable porte sur la coloration de surface du produit. Cette caractéristique est évaluée dans l'espace colorimétrique (l^*, a^*, b^*), en utilisant l'expression (1) pour chaque paramètre χ de cet espace. Les constantes spécifiques β_χ et γ_χ sont déterminées par identification, à partir d'analyses colorimétriques de produits cuits.

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \beta_\chi e^{\left(\frac{\gamma_\chi}{T_{surf}}\right)} \cdot \chi \quad (1)$$

2.1. Géométrie et cuisson type

Avant l'étape de cuisson, un moule à gâteau dont l'empreinte est cylindrique est rempli avec 38 g de pâte crue composée de farine, d'œufs, de sucre, de levure chimique et de matière grasse. La hauteur initiale de pâte dans le moule est d'environ 10 mm (Figure 1). La géométrie de révolution du produit et de son moule permet de simplifier la résolution numérique en la réduisant à une géométrie 2D axisymétrique. La cuisson type est obtenue avec une consigne de température maintenue à 185 °C pour la sole et la voûte pendant 18 minutes. Les trois observables désignés précédemment et mesurés à l'issue de cette cuisson de référence, sont considérés comme des cibles à atteindre. Ils sont désignés par l'exposant *obj* dans la suite de ce travail.

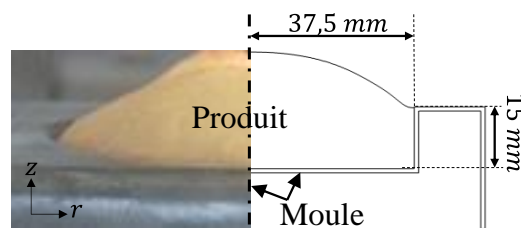


Figure 1 : Géométrie du moule et du produit après cuisson

3. Modèle multiphysique

Un modèle multiphysique a été développé afin de simuler les cinétiques de cuisson du produit. Dans cette approche, on considère le produit comme un milieu poreux déformable contenant trois phases : solide (pâte) (équation (2)), liquide (eau) (équation (3)) et gazeuse (équations (4) et (5)). La phase gazeuse comprend deux espèces, la vapeur d'eau et le dioxyde de carbone libéré par les agents levants. Le transport de chaleur et de masse de chaque espèce est calculé en considérant certaines hypothèses (milieu homogène, équilibre thermodynamique local, mélange de gaz parfaits...). Le gonflement de la pâte causé par l'augmentation de la pression totale de gaz, est déterminé par un modèle viscoélastique.

Ce problème numérique est résolu à l'aide d'un code de calcul aux éléments finis (Comsol). Afin de s'assurer de la robustesse et de la précision de la résolution de ce modèle numérique, une étape de validation de celui-ci a été réalisée [5]. Cette validation se base sur des comparaisons entre observables expérimentaux et numériques au cours de séquences de cuisson unitaire à température de cuisson fixe, réalisées dans le four de laboratoire précédemment présenté.

3.1. Équations de conservation

3.1.1. Conservation de la masse

Les équations régissant le transport multiphasique dans un milieu poreux sont développées en se basant sur la conservation de la masse de chaque espèce. Dans les expressions (équations (3) à (5)), I_v représente le taux de changement de la phase liquide vers la phase vapeur et I_c la génération de dioxyde carbone. Ces quatre équations sont reformulées en fonction de quatre variables d'état que sont la teneur en eau (w), la température (T), la pression des gaz (P_g) et la porosité (ϕ). Les expressions détaillées de ces équations reformulées sont disponibles dans la littérature [6].

Conservation de la masse solide :

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_s \rho_s) = 0 \quad (2)$$

Conservation de la masse liquide :

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_s \rho_l) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{n}_l - I_v \quad (3)$$

Conservation de la vapeur d'eau :

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_s \rho_v) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{n}_v + I_v \quad (4)$$

Conservation du dioxyde de carbone :

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_s \rho_c) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{n}_c + I_c \quad (5)$$

3.1.2. Conservation de l'énergie

L'équation de conservation de l'énergie dans la pâte est développée en considérant l'équilibre thermodynamique local (équation (6)).

$$\frac{\partial \rho_p h_p}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_s \rho_p h_p) = -\vec{\nabla} \cdot (-\lambda_p \vec{\nabla} T + \vec{n}_l h_l + \vec{n}_v h_v + \vec{n}_c h_c) \quad (6)$$

Pour le moule, l'expression se simplifie à (équation (7)) :

$$\rho_m c_{p,m} \frac{\partial T_m}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (-\lambda_m \vec{\nabla} T_m) \quad (7)$$

3.1.3. Conservation de la quantité de mouvement

Une approche viscoélastique basée sur le modèle Kelvin-Voigt est utilisée. Elle permet de déterminer la déformation de la phase solide sous l'effet de la pression des gaz (équation (8)) :

$$\vec{\nabla} \cdot \overline{\sigma_{eff}} = \vec{\nabla} P_g \quad (8)$$

3.2. Conditions aux limites

3.2.1. Interface air/produit

Le taux de transfert de masse est égal à la somme des flux de liquide et de vapeur. Il est proportionnel à la différence de masse volumique de la vapeur entre la surface du produit et son ambiance (équation (9)) :

$$\vec{n} \cdot (\vec{n}_v + \vec{n}_l) = \alpha_m (\rho_{v,surf} - \rho_{v,a}) = \frac{\alpha_m M_v}{R} \left(\frac{a_w P_{v,sat}(T)}{T} - HR_a \frac{P_{sat}(T)}{T_a} \right) \quad (9)$$

La pression du gaz est supposée être égale à la pression atmosphérique. La chaleur est échangée avec le milieu environnant par évaporation, convection et rayonnement (équation (10)) :

$$\vec{n} \cdot (-\lambda_p \vec{\nabla} T + \vec{n}_l h_l + \vec{n}_v h_v) = -\alpha_m (\rho_{v,surf} - \rho_{v,a}) h_v + h_c (T_a - T) + \epsilon \sigma_{SB} (T_{par}^4 - T^4) \quad (10)$$

Pour le problème mécanique, un déplacement libre de la surface est considéré.

3.2.2. Interface produit/moule

À cette interface, il n'y a pas de transfert de masse (imperméable). Un contact parfait est considéré ($T = T_m$). Le déplacement normal est fixé à zéro.

3.2.3. Interface moule/air

Des échanges convecto-radiatifs sont considérés sur cette frontière.

4. Optimisation multiobjectif

L'optimisation multiobjectif proposée dans ce travail concerne la cuisson du produit céréalier dans un four convoyeur industriel. L'enjeu est de garantir une cuisson de qualité tout en intégrant des critères d'optimisation industriels. Ce problème d'optimisation repose sur la recherche d'une séquence de consignes de température de cuisson permettant de minimiser simultanément cinq fonctions objectif (équation (11)). Les trois premières fonctions sont associées à des critères de qualité du produit (f^w, f^ε, f^c), tandis que les deux dernières représentent respectivement la cadence (f^t) et un indicateur à l'image du besoin énergétique du procédé (f^E). La qualité du produit est évaluée en comparant, au sens des moindres carrés, les valeurs des trois observables en fin de cuisson optimale à celles obtenues en fin de cuisson type. (§2.1).

$$\underbrace{\{ [dt_z], [T_{z1}], [T_{z2}], [T_{z3}] \}}_{pop} = \min \begin{cases} f^w = (w_{moy} - w_{moy}^{obj})^2 \\ f^\varepsilon = (\varepsilon - \varepsilon^{obj})^2 \\ f^c = \sum \left((l^*, a^*, b^*) - (l^*, a^*, b^*)^{obj} \right)^2 \\ f^t = dt_z \\ f^E = \sum_{k=1}^3 dt_z \cdot T_{z(k)} \end{cases} \quad (11)$$

4.1. Définition des contraintes

Le cas d'étude concerne la cuisson d'un produit céréalier dans un four industriel à passage, équipé d'un tapis convoyeur et de trois zones de cuisson de dimensions identiques (Figure 2,a). Chaque zone peut être réglée à une consigne de température différente. Pour le produit, la durée de résidence dans chaque zone (dt_z) est identique. Pour transposer ce cas d'étude au four de laboratoire utilisé, il est indispensable de définir des contraintes d'optimisation garantissant le respect des limites techniques spécifiques à ce pilote de cuisson (Tableau 1) (Figure 2,b). Des essais de caractérisation de dynamique thermique de ce four de laboratoire ont permis d'identifier les vitesses limites maximales pour le chauffage (dTt_c) et le refroidissement (dTt_r). De plus, une durée minimale de maintien en température pour chaque palier (dt_{cte}) est imposée afin d'assurer la stabilisation de la température de cuisson souhaitée avant tout changement de consigne. Afin de limiter le domaine de recherche des paramètres, les températures et la durée de cuisson dans chaque zone sont contraintes par des valeurs limites.

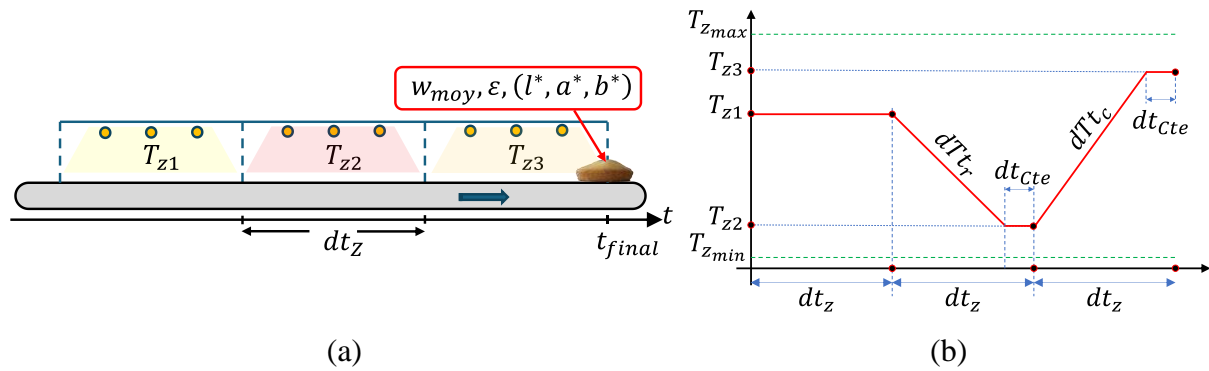


Figure 2 : Four industriel à convoyeur (a) et exemple d'une séquence de consignes de température de cuisson recherchée (b)

	dTt_c	dTt_r	dt_{cte}	dt_z	$T_{zmin} ; T_{zmax}$
	$^{\circ}C. min^{-1}$	$^{\circ}C. min^{-1}$	min	min	$^{\circ}C$
Contraintes considérées	2	0,7	0,5	$[0,5 dt_z^{obj}; dt_z^{obj}]$	170 ; 200

Tableau 1 : Contraintes du problème d'optimisation

4.2. Séquencement de la résolution

La procédure d'optimisation proposée repose sur le couplage entre un code aux éléments finis dédié à la résolution du modèle numérique et un algorithme d'optimisation de type évolutionnaire (génétique) (Figure 3). Chaque individu de la population possède une chaîne génétique représentant un quatuor des 4 variables recherchées (T_{z1}, T_{z2}, T_{z3} et dt_z). La recherche de ces paramètres opératoires optimaux est menée en nombre entier. Cela permet, d'une part, de réduire la longueur de codage du génotype de chaque individu [7], et d'autre part cela permet d'être en adéquation avec les niveaux de précision industrielle disponibles (le degré, la seconde). À l'étape 0, une population d'individus est générée aléatoirement, chacun étant défini par une chaîne génétique unique. À l'étape 1, chaque individu de la population est évalué à l'aide du modèle numérique présenté précédemment, ce qui permet de déterminer à l'issue de cette phase, les trois observables de fin de cuisson considérés pour chaque individu. À l'étape 2, l'ensemble des fonctions objectif sont calculées, puis, à l'étape 3, les critères de convergence sont testés.

L'algorithme d'optimisation s'arrête lorsque l'une des conditions suivantes est remplie : un nombre maximal de générations atteint ou une variation relative moyenne des fonctions objectif inférieure à un seuil prédéfini [8]. Si ces critères ne sont pas satisfaits, les opérateurs d'évolution (sélection, croisement, mutation) [9] sont appliqués à l'étape 4, générant une nouvelle population qui sera évaluée ensuite par le modèle numérique à l'étape 1. Une fois la convergence atteinte, une population Pareto optimale est obtenue. L'étape finale consiste à sélectionner un individu sur cette surface de Pareto à l'aide de coefficients de pondération reflétant la stratégie d'optimisation désirée (étape 5). Dans ce travail, la priorité est donnée aux critères de qualité produit (C_w, C_ε, C_C), tout en intégrant deux critères typés industriels (C_t, C_E) (Tableau 2). Après normalisation des fonctions objectif (équation (12)), une pondération sur celles-ci est appliquée (équation (13)), et l'individu optimal sélectionné est celui possédant la plus faible norme euclidienne (équation (14)).

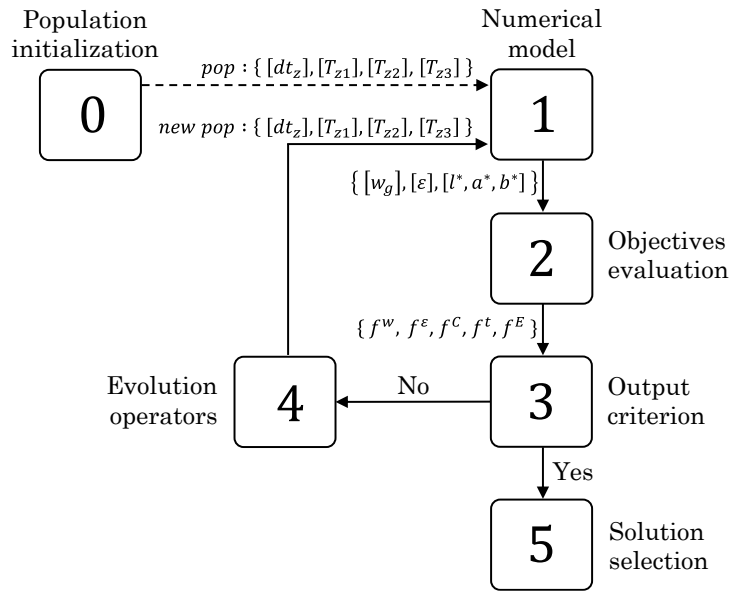


Figure 3 : Séquencement de la procédure d'optimisation

$C_i \rightarrow$	C_w	C_ε	C_C	C_t	C_E
	Teneur en eau moy. finale	Déformation finale	Coloration finale	Cadence de production	Energie procédé
Valeurs considérées	0,23	0,21	0,23	0,13	0,15

Tableau 2 : Coefficients de pondération retenus

$$[f^*]_{(pop \times N)} \in [0 ; 1] \quad (12)$$

$$[F]_{(pop \times N)} = [f^*]_{(pop \times N)} * [diag(C_i)]_{(N \times N)} \quad (13)$$

$$(dt_{PCZ}, T_{Z1}, T_{Z2}, T_{Z3})_{optim} = \min \| [F]_{(pop \times N)} \| \quad (14)$$

5. Résultats

Avec le jeu de coefficients de pondération retenus (Tableau 2), la procédure d'optimisation a permis de déterminer le profil de commande de cuisson optimale présenté dans le Tableau 3. On observe tout d'abord une légère difficulté à atteindre précisément les consignes de température définies par la procédure (Figure 4, a) : les niveaux de température expérimentaux obtenus étant légèrement supérieurs aux consignes numériques souhaitées.

Sur le plan hydrique, la cuisson optimale permet d'atteindre plus rapidement la teneur en eau moyenne du produit obtenue en fin de cuisson type (Figure 4, b). Cela confirme que le premier critère de qualité est respecté tout en réduisant le temps nécessaire pour l'atteindre. Concernant la déformation de surface, bien que le modèle numérique montre des difficultés à prédire précisément cet observable durant la cuisson type (Figure 4, c), les valeurs expérimentales et numériques obtenues en fin de cuisson optimisée s'accordent respectivement bien avec celles constatées en fin de cuisson type, confirmant le maintien de ce critère qualitatif. Pour la coloration de surface, les résultats numériques et expérimentaux révèlent des niveaux similaires entre les séquences de cuisson optimisée et de cuisson type (Figure 4, d), indiquant que ce critère de qualité produit est également préservé. Du point de vue industriel, la cuisson optimisée offre un gain de cadence supérieur à 10 % et une réduction de plus de 6 % de l'indicateur reflétant le besoin énergétique du procédé.

	T_{z1}	T_{z2}	T_{z3}	dt_z	$\Sigma dt_z \cdot T_{zi}$
Cuisson type	185°C	185°C	185°C	360s (soit au total 18 min)	55,5 °C.h
Variation	+4,3%	+3,8%	+6,5%	-10,6%	-6,1%
Solution optimale	193°C	192°C	197°C	322s (soit au total 16 min)	52,1 °C.h

Tableau 3 : Cuisson type et séquence de consignes de température de cuisson optimales

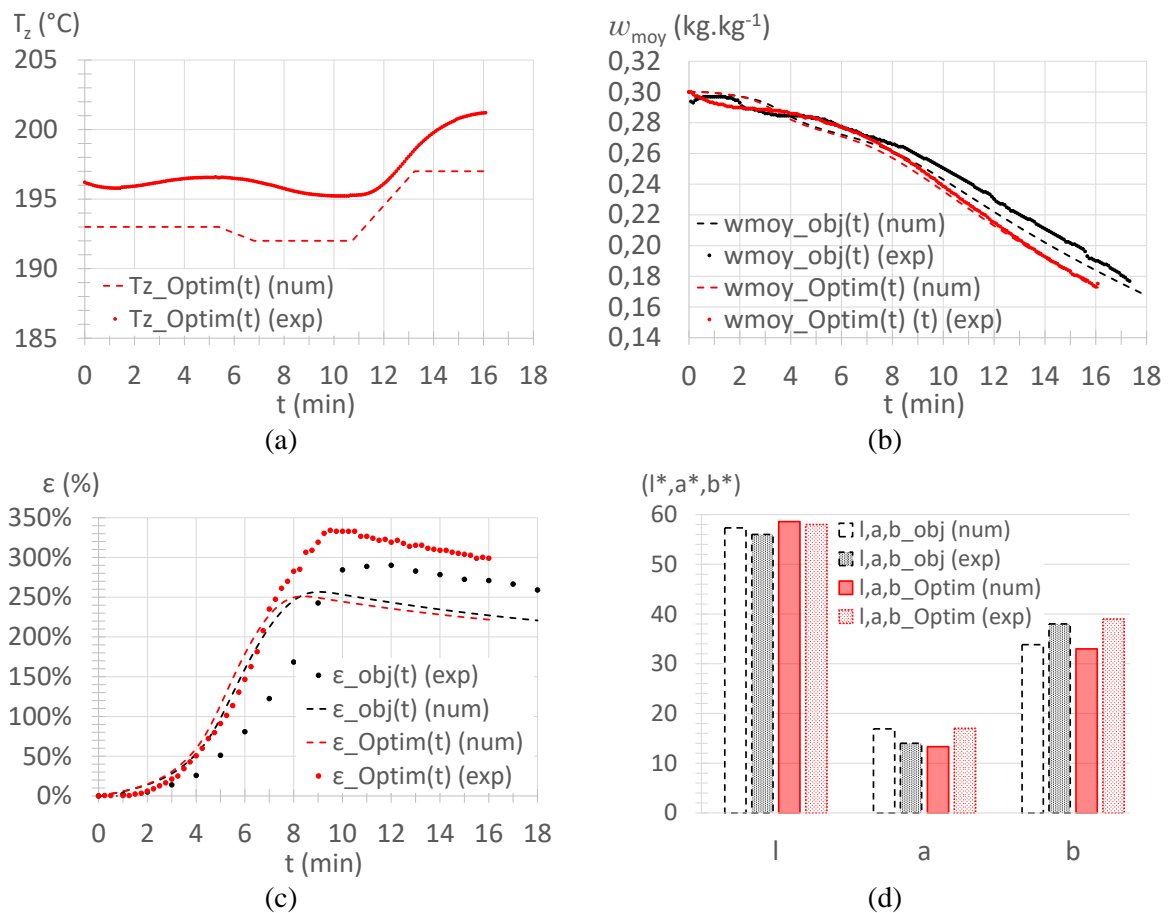


Figure 4 : Comparaisons expérimentales et numériques des consignes de température désirées et obtenues (a) et des évolutions de teneur en eau moyenne (b), de déformation (c) et de colorimétrie (d) pour les cuissons type et optimale

6. Conclusion

Ce travail propose une procédure d'optimisation multiobjectif pour le pilotage d'un procédé de cuisson de produit céréalier. Cette procédure repose sur le couplage d'un modèle multiphysique, capable de prédire les comportements hydrique, mécanique et thermique du produit, avec un algorithme d'optimisation évolutionnaire sous contraintes. Les résultats obtenus ont démontré la capacité de cette procédure à définir des consignes de température optimales, définies dans le contexte d'une cuisson industrielle par four convoyeur, et satisfaisant simultanément des critères de qualité du produit (teneur en eau, déformation, coloration) et des critères industriels (cadence et indicateur énergétique). Ces consignes ont été mises en œuvre expérimentalement avec un four de laboratoire, et les résultats obtenus valident la pertinence des solutions proposées. Cette procédure constitue un outil dans une démarche d'amélioration industrielle, visant à optimiser la consommation énergétique du procédé de cuisson tout en réduisant les rebuts de production liés à l'utilisation de méthodes empiriques pour la détermination des paramètres opératoires de cuisson.

Références

- [1] M. M. Ureta, D. F. Olivera, et V. O. Salvadori, « Baking of Sponge Cake: Experimental Characterization and Mathematical Modelling », *Food Bioprocess Technol*, vol. 9, n° 4, p. 664-674, avr. 2016, doi: 10.1007/s11947-015-1660-3.
- [2] C. Cevoli, V. Panarese, C. Catalogne, et A. Fabbri, « Estimation of the effective moisture diffusivity in cake baking by the inversion of a finite element model », *Journal of Food Engineering*, vol. 270, p. 109769, avr. 2020, doi: 10.1016/j.jfoodeng.2019.109769.
- [3] K. Seranthian et A. Datta, « Dynamics of cupcake baking: Coupled multiphase heat and mass transport in a deformable porous material », *Chemical Engineering Science*, vol. 277, p. 118802, août 2023, doi: 10.1016/j.ces.2023.118802.
- [4] J. P. Ploteau, V. Nicolas, et P. Glouannec, « Numerical and experimental characterization of a batch bread baking oven », *Applied Thermal Engineering*, vol. 48, p. 289-295, déc. 2012, doi: 10.1016/j.applthermaleng.2012.04.060.
- [5] P. El Helou, P. Le Bideau, A. Fuentes, et P. Glouannec, « Experimental and numerical investigations of cake baking in mold », *Journal of Food Engineering*, vol. 382, p. 112215, déc. 2024, doi: 10.1016/j.jfoodeng.2024.112215.
- [6] P. E. Helou, P. L. Bideau, A. Fuentes, et P. Glouannec, « Numerical modelling of heat and mass transfer during cake baking », *J. Phys.: Conf. Ser.*, vol. 2766, n° 1, p. 012088, mai 2024, doi: 10.1088/1742-6596/2766/1/012088.
- [7] A. S. Akopov, L. A. Beklaryan, M. Thakur, et B. D. Verma, « Parallel multi-agent real-coded genetic algorithm for large-scale black-box single-objective optimisation », *Know.-Based Syst.*, vol. 174, n° C, p. 103-122, juin 2019, doi: 10.1016/j.knosys.2019.03.003.
- [8] The MathWorks Inc. (2024), *Genetic Algorithm Toolbox*.
- [9] K. Alexakis, V. Benekis, P. Kokkinakos, et D. Askounis, « Genetic algorithm-based multi-objective optimisation for energy-efficient building retrofitting: A systematic review », *Energy and Buildings*, vol. 328, p. 115216, févr. 2025, doi: 10.1016/j.enbuild.2024.115216.