

Étude expérimentale du refroidissement par impact de jet d'huile : influence de la courbure de surface

Antoine MARTIRÉ¹, Matthieu FÉNOT¹, Manuel GIRAULT¹, Stéphane GUILAIN²

¹ Institut Pprime, CNRS, ENSMA, Université de Poitiers, 1 Avenue Clément Ader, BP 40109, 86961, Futuroscope, Chasseneuil Cedex, France.

² Renault S.A.S, Technocentre, 1 Avenue du Golf, 78280 Guyancourt, France.

Résumé - Cette étude vise à évaluer l'influence de la courbure de surface (convexe et concave) sur la distribution locale du coefficient d'échange convectif d'un jet émergé circulaire d'huile impactant verticalement une surface statique, et s'inscrit dans le cadre de l'étude du refroidissement des moteurs électriques. Les paramètres d'influence étudiés sont les nombres de Reynolds et de Prandtl, le type de courbure (convexe ou concave) et le rayon associé. La convexité n'a montré aucun impact notable sur les transferts thermiques. En revanche, pour une surface concave, une diminution est observée dans la zone de stagnation pour de fortes courbures. Au-delà de la zone d'impact, les effets gravitaires réduisent légèrement les échanges dans la direction circonférentielle, tandis qu'à faible débit, un cisaillement entre les écoulements axial et circonférentiel diminue les transferts axiaux.

Nomenclature

Symboles latins

\mathcal{B}	Base de polynômes de Bernstein
d	Diamètre d'injection, m
h	Coefficient d'échange convectif, W/(m ² .K)
l	Longueur de la partie finale de l'injecteur, m
N	Nombre d'inconnues du problème inverse
Nu	$= hd/\lambda$, Nombre de Nusselt
Nu_0	Nombre de Nusselt de référence
p	Nombre de coefficients de la décomposition sur une base de polynômes de Bernstein
Pr	$= \nu/\alpha$ Nombre de Prandtl
r	Distance depuis le point d'impact, m
R_c	Rayon de courbure de la surface, m
Re	$= Ud/\nu$ Nombre de Reynolds à l'injection
T	Température, K
U	Vitesse moyenne du jet, m/s
Z	Distance injecteur/surface d'impact, m

Symboles grecs

α	Diffusivité thermique de l'huile, m ² /s
γ	Coefficient de la décomposition sur une base de polynômes de Bernstein

ε Émissivité de la face arrière de la paroi d'impact

λ Conductivité thermique de l'huile, W/(m.K)

ν Viscosité cinétique de l'huile, m²/s

σ Constante de Stefan-Boltzmann, W/(m².K⁴)

φ Densité de flux, W/m²

Indices et exposants

ad Relatif à la paroi adiabatique

amb Relatif à l'ambiente

axi Relatif à la direction axiale

chauffe Relatif au chauffage de la paroi

cir Relatif à la direction circonférentielle

cond Relatif aux échanges conductifs

conv Relatif aux échanges convectifs

jet Relatif au jet

moy Relatif aux échanges moyens

p, ar Relatif à la paroi arrière (face de mesure IR)

p, av Relatif à la paroi avant (impactée par le jet)

rad Relatif aux échanges radiatifs

ref Relatif à une grandeur de référence

stg Relatif au point de stagnation du jet

1. Introduction

L'essor des véhicules électriques et hybrides a conduit au développement de moteurs plus performants et compacts, augmentant la densité de puissance et les contraintes thermiques localisées. Pour répondre à cette problématique, le refroidissement par jets d'huile se révèle plus performant que les systèmes à air. Grâce à ses propriétés diélectriques, l'huile permet d'envoyer un jet liquide directement sur les composants critiques tels que le stator et les têtes de

bobine [1, 2]. Les études expérimentales portant sur les écoulements de liquides à fort nombre de Prandtl dans des géométries complexes demeurent encore peu nombreuses. Bien que les impacts de jets liquides aient fait l'objet de nombreuses recherches, la majorité des travaux se concentre sur des surfaces planes, et principalement en utilisant des jets d'eau. Quelques études se sont intéressées à l'interaction entre des jets d'eau et des surfaces convexes, en mettant en évidence des phénomènes tels que la dynamique de l'écoulement et les effets de la courbure sur le ressaut hydraulique [3, 4]. Par ailleurs, certains travaux ont étudié les transferts thermiques associés, montrant une légère amélioration des échanges de chaleur autour du point d'impact [5, 6, 7]. Cependant, les études présentes dans la littérature n'abordent ni les surfaces concaves ni des situations de refroidissement de surfaces courbes avec des jets d'huile.

Cette étude vise donc à comparer les transferts de chaleur locaux induits par un jet d'huile à haut nombre de Prandtl sur des parois planes, convexes et concaves. Plusieurs nombres de Reynolds, de Prandtl et rayons de courbure sont considérés pour analyser les échanges convectifs entre le jet et la paroi.

2. Dispositif expérimental

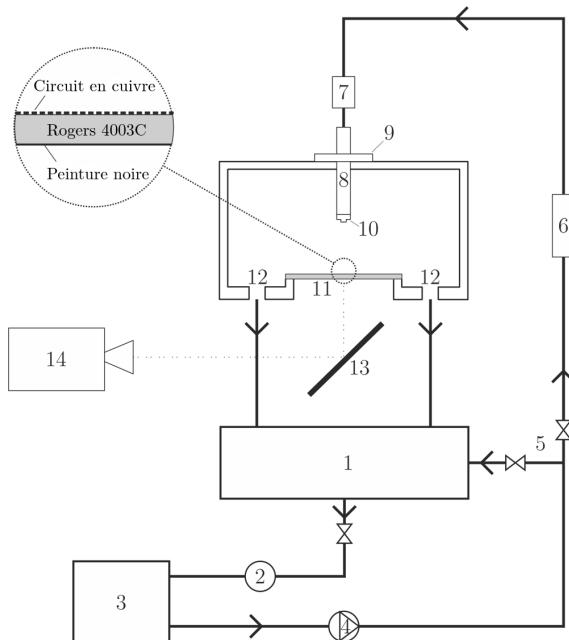


Figure 1 : Représentation schématique du banc d'essais pour une surface d'étude plane.

Une représentation schématique du montage est donnée sur les figures 1 et 2. L'huile circule en circuit fermé, débutant dans un réservoir (1) sous la zone d'étude. Il s'agit d'une huile de transmission automatique spécialement conçue pour le refroidissement des moteurs électriques, dont l'évolution des propriétés thermophysiques en fonction de la température est bien caractérisée. Elle traverse un filtre à crêpine (2), puis un cryostat (3) (Huber Unistat® 410) pour la régulation thermique de l'huile. Une pompe (4) assure la circulation de l'huile. Un système de vannes (5) permet de réduire le temps de stabilisation thermique en redirigeant une partie de l'huile directement vers le réservoir. En amont de l'injecteur, un débitmètre (6), un capteur de pression, et une sonde de température (7) mesurent les paramètres d'écoulement. L'injection est réalisée par un tube métallique (8) (diamètre interne de 3 mm) traversant l'enceinte (fixé par

un collier d'ajustement (9)) et termine par un injecteur amovible (10) de longueur $l = 3$ mm et de diamètre $d = 2$ mm, avec une section terminale rétrécie (figure 2). Le jet impacte la surface d'étude (11). Après impact, l'huile s'écoule vers le réservoir via des gouttières (12). Un miroir en or (13) orienté à 45° est disposé sous l'enceinte pour observer la face arrière de la surface avec une caméra infrarouge FLIR X6580sc (14). Cette face est recouverte d'une peinture noire haute émissivité ($\varepsilon = 0,95 \pm 0,02$).

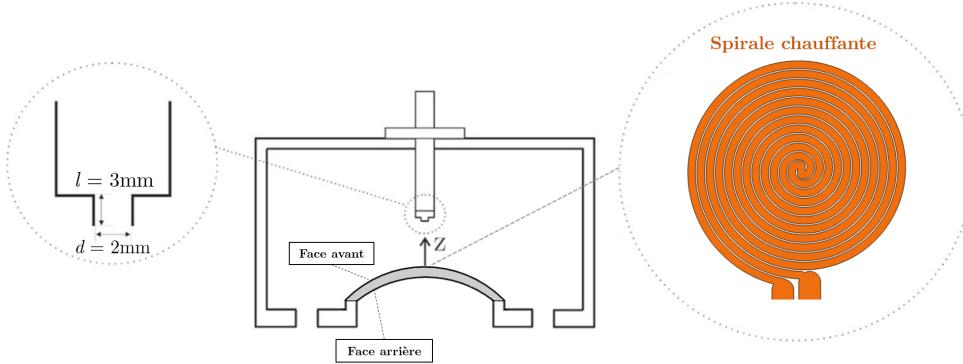


Figure 2 : Représentation schématique de la veine d'essais pour une surface d'étude convexe.

Le jet libre parcourt une distance Z , fixée ici à $Z/d = 10$. La paroi d'impact, en Rogers 4003C (épaisseur 0,406 mm, conductivité thermique 0,71 W/(m.K)), est recouverte d'un circuit spiralé en cuivre (épaisseur 35 µm), centré sur l'injecteur (voir figure 2). Les pistes de 1,05 mm de large sont espacées les unes des autres de 0,2 mm. Le circuit dissipe de la chaleur par effet Joule. En connaissant l'intensité du courant et la résistance des pistes, il est possible de déterminer précisément la densité de flux thermique dissipée. Celle-ci est ajustée en modifiant le courant, avec un maximum de 30 A délivré par le générateur en continu. La configuration spiralée assure une chauffe quasi-uniforme. La température ambiante est mesurée via un thermocouple K proche du banc d'essais. L'amovibilité du support de la paroi permet d'étudier le refroidissement sur surfaces planes ou courbes. Les formes courbes (convexes ou concaves) sont obtenues en adaptant la surface plane au support courbe. Cinq supports en aluminium ont été conçus : un pour la surface plane ($R_c = \infty$), deux pour la courbure convexe ($R_c = 75$ mm, 20 mm) et deux pour la courbure concave ($R_c = 40$ mm, 20 mm).

3. Méthode d'estimation expérimentale du coefficient d'échange

Le coefficient d'échange convectif est défini par $h = \varphi_{\text{conv},\text{av}} / (T_{\text{p},\text{av}} - T_{\text{ref}})$, où $\varphi_{\text{conv},\text{av}}$ est la densité de flux convectif entre l'huile et la surface, $T_{\text{p},\text{av}}$ la température de paroi de la face impactée et T_{ref} la température de référence du liquide. Cette dernière, parfois prise égale à la température du jet T_{jet} , est généralement fixée à la température adiabatique de paroi T_{ad} pour prendre en compte les échauffements visqueux se produisant au sein de la couche limite thermique (particulièrement fine dans le cas d'un film d'huile après impact du jet). Elle est déterminée par mesure de la température en face arrière de la paroi $T_{\text{p},\text{ar}}$ lorsque le jet est activé en l'absence de flux de chauffe. Les mesures ont montré que cette température est très proche de la température d'injection T_{jet} (différence maximale de l'ordre de 2°C), mais admet une répartition non uniforme [8]. Dans notre étude, la température de référence est la moyenne de la température adiabatique de paroi sur la zone de chauffe.

Les mesures IR permettent d'accéder à des champs surfaciques complets, et fournissent une

meilleure résolution spatiale que des thermocouples. Cependant, l'huile opaque aux infrarouges rend impossible toute mesure directe de la température de la surface impactée. Les mesures sont donc réalisées en face arrière. Pour chaque mesure, le jet est activé et une densité de flux est imposée. Après avoir atteint l'équilibre thermique, 600 images sont enregistrées sur une durée de 12 s, puis moyennées pour chaque pixel pour obtenir une image moyenne résultante. La courbure de la surface n'impacte pratiquement pas la mesure thermographique sur la zone d'étude. En effet, l'émissivité locale est peu affectée par l'angle entre la surface et la caméra (maximum 30°). Pour la courbure la plus forte ($R_c = 20$ mm), une différence relative inférieure à 1% par rapport à la paroi plane est observée. L'estimation du coefficient d'échange h à partir des mesures de température $T_{p,ar}$ nécessite le développement d'une méthode inverse. Au lieu de résoudre un problème inverse non-linéaire avec h comme inconnue, nécessitant une méthode itérative, nous choisissons de résoudre un problème inverse linéaire, sans itérations, visant à estimer la distribution surfacique de densité de flux de chaleur locale conduite à travers la paroi φ_{cond} à partir des mesures de $T_{p,ar}$ (relation linéaire entre les données $T_{p,ar}$ et les inconnues φ_{cond}). Cette densité de flux s'exprime :

$$\varphi_{cond} = \varphi_{chauffe} - \varphi_{conv,av} = \varphi_{chauffe} - h (T_{p,av} - T_{ref}) \quad (1)$$

où $\varphi_{chauffe}$ est connue et correspond à la densité de flux de chaleur locale créée par effet Joule au sein de la spirale. La résolution du problème inverse nécessite en premier lieu un modèle physique. Pour cela, un modèle 3D stationnaire des transferts de chaleur par conduction à travers la plaque a été réalisé avec le logiciel COMSOL Multiphysics® (modèle 3D éléments finis). Le modèle prend en compte le caractère plan, convexe ou concave de la plaque ainsi que sa courbure le cas échéant. Du fait de sa relativement forte conductance thermique, la couche de cuivre n'est pas incluse dans la modélisation. Les transferts de chaleur par convection naturelle et rayonnement sur la face arrière sont pris en compte. Les échanges radiatifs sont linéarisés afin de conserver la linéarité du problème inverse. Un coefficient d'échange radiatif est donc estimé à partir du champ de température $T_{p,ar}$ et de la température ambiante T_{amb} , pour chaque pixel ($h_{rad,ar} = \sigma \varepsilon (T_{p,ar}^2 + T_{amb}^2) (T_{p,ar} + T_{amb})$). Par ailleurs, les parois latérales sont considérées isolées en raison de la faible épaisseur et de la faible conductivité thermique du matériau. Dans ce modèle pour le problème inverse, la condition limite inconnue en face avant est φ_{cond} . L'estimation de φ_{cond} est obtenue par moindres carrés ordinaires à partir de la distribution surfacique de température $T_{p,ar}$ et de la densité de flux de pertes par échanges avec l'ambiante en face arrière, ainsi que des matrices du modèle en représentation d'état exportées depuis le logiciel COMSOL Multiphysics®. Cependant, lorsque les inconnues sont les valeurs correspondant à la discrétisation spatiale de φ_{cond} sur la face avant, on obtient une matrice de sensibilité très mal conditionnée : un très faible bruit sur les mesures de $T_{p,ar}$ suffit à déstabiliser l'estimation de φ_{cond} . Une régularisation du problème inverse s'impose donc. Parmi les techniques de régularisation possibles (Tikhonov, SVD...), nous avons mis en place une décomposition de φ_{cond} sur une base de fonctions spatiales $\mathcal{B} = \{f_i(x, y), i \in \{1, \dots, p\}\}$, telle que :

$$\varphi_{cond}(x, y) = \sum_{i=1}^p \gamma_i f_i(x, y) \quad (2)$$

Les inconnues $\varphi_{cond,j}$ où $j \in \{1, \dots, N\}$, avec N le nombre de points dans la discrétisation spatiale de la face avant (nombre d'inconnues du problème inverse), sont remplacées par les nouvelles inconnues γ_i où $i \in \{1, \dots, p\}$ avec $p \ll N$. Cela permet d'améliorer le conditionnement de la matrice de sensibilité. Une base de fonctions à deux variables, obtenues par le produit de deux polynômes de Bernstein, a été choisie car elle correspond bien au type de distribution à

estimer. Une fois l'estimation de φ_{cond} obtenue, toutes les conditions limites du problème sont déterminées. La température dans toute la plaque, notamment la température $T_{p,\text{av}}$ en face avant, peut alors être calculée par résolution du problème direct. L'estimation de la distribution surfacique du coefficient d'échange h induit par le jet d'huile est ensuite obtenue en réarrangeant les termes de l'équation 1 :

$$h = \frac{\varphi_{\text{chauffe}} - \varphi_{\text{cond}}}{T_{p,\text{av}} - T_{\text{ref}}} \quad (3)$$

Le nombre de Nusselt $Nu = h d / \lambda$ est ensuite calculé localement pour chaque pixel, où λ correspond à la conductivité thermique de l'huile, évaluée à la température du jet T_{jet} . Après impact sur la paroi, le film d'huile en écoulement se réchauffe au fur et à mesure de l'étalement radial. Une augmentation du flux de chauffage conduit à un échauffement accru du film d'huile, induisant une modification locale des propriétés thermo-physiques du film (notamment la viscosité, très sensible à la température pour de l'huile). Ces variations locales modifient la dynamique et la thermique de l'écoulement. Comme visible sur la figure 3, le coefficient d'échange convectif entre l'huile et la paroi (et par extension le nombre de Nusselt) augmente avec la densité de flux de chauffage imposée. Pour chaque configuration testée, et pour s'affranchir de cette dépendance au flux imposé et comparer les résultats entre eux, plusieurs densités de flux de chauffage ont été imposées (variant entre 128 kW/m^2 et 473 kW/m^2 selon les configurations). Nous utiliserons pour la suite un nombre de Nusselt de référence, noté Nu_0 , correspondant à une configuration artificielle où le film d'huile en écoulement n'est pas influencé par la densité de flux de chauffage imposée. Ce nombre de Nusselt est calculé par régression linéaire à partir des différents flux de chauffage et nombres de Nusselt résultants associés : $Nu(\varphi_{\text{chauffe}}) = Nu_0 + \beta \times \varphi_{\text{chauffe}}$, où β correspond au coefficient directeur et Nu_0 à l'ordonnée à l'origine. Cette méthodologie a déjà été utilisée dans la littérature [8].

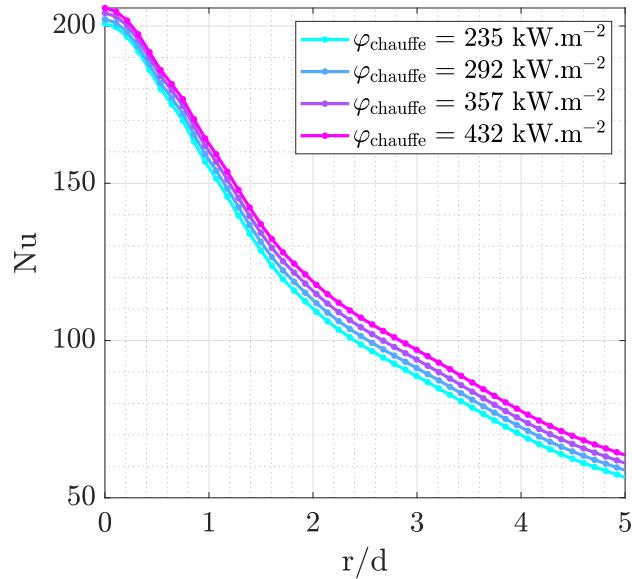


Figure 3 : Illustration de l'influence de la densité de flux de chauffage moyenne sur le nombre de Nusselt local. Résultats obtenus pour une surface plane ($R_c = \infty$) ; $Re = 1070$; $Pr = 210$.

Par nature, les transferts de chaleur induits par un jet impactant une surface plane sont axi-symétriques. Ils peuvent alors être décrits selon un axe radial depuis le point d'impact, défini

par la distance adimensionnée r/d (en pratique, le nombre de Nusselt est moyenné dans 4 directions depuis le point d'impact). La zone de stagnation du jet s'étend du point d'impact jusqu'à un rayon $r_{\text{stg}} = 0,5 d$. Pour l'étude sur parois courbes, l'anisotropie de la surface nous oblige à observer l'évolution du nombre de Nusselt selon deux directions depuis le point d'impact : une direction axiale correspondant à la partie plane, repérée par la distance adimensionnée r_{axi}/d , et une direction circonférentielle, définie par l'abscisse curviligne adimensionnée r_{cir}/d , suivant la courbure cylindrique de la surface.

Les incertitudes ont été calculées à partir des erreurs sur les mesures de température (ambiente et IR), l'émissivité, les caractéristiques de la plaque, ainsi que les flux thermiques φ_{chauffe} et φ_{ar} . Toutes configurations confondues, l'incertitude globale maximale sur le nombre de Nusselt est de $\pm 14,2\%$ (atteinte au point d'impact où la différence de température entre l'huile et la paroi est minimale). En bordure de la zone étudiée, où cette différence est maximale, l'incertitude globale atteint $\pm 4,3\%$. Enfin, les incertitudes relatives restent inférieures à $\pm 3,2\%$.

4. Résultats

4.1. Effet de la convexité de la surface

Différentes configurations ont été étudiées afin d'analyser l'effet d'une courbure convexe sur le refroidissement. Ces configurations incluent un jet allant du régime laminaire au régime faiblement turbulent ($525 < \text{Re} < 1770$), plusieurs températures d'injection ($148 < \text{Pr} < 328$), ainsi que deux rayons de courbure ($R_c = 75 \text{ mm}, 20 \text{ mm}$). Les figures 4 et 5 illustrent l'évolution radiale du nombre de Nusselt de référence à partir du point d'impact, dans les directions axiale et circonférentielle, pour les deux rayons de courbure étudiés, dans le cas d'un jet laminaire ($\text{Re} = 525$; $\text{Pr} = 210$; figure 4), et d'un jet faiblement turbulent ($\text{Re} = 1070$; $\text{Pr} = 210$; figure 5). L'évolution radiale du nombre de Nusselt de référence sur une surface plane, dans des conditions d'injection identiques, y est également représentée. Pour les deux cas étudiés, les évolutions du nombre de Nusselt sont quasiment identiques, indépendamment du rayon de courbure de la surface convexe et de la direction considérée à partir du point d'impact. De plus, les transferts de chaleur sont également identiques à ceux obtenus sur paroi plane ($R_c = \infty$). Les légères différences entre les courbes observées sur ces deux figures peuvent être clairement attribuées aux incertitudes de mesure plutôt qu'à un quelconque effet de la courbure. Ces résultats ont été constatés sur l'ensemble des configurations testées. Toutes configurations confondues, la différence relative au cas plan sur le nombre de Nusselt ne dépasse pas 3,7 % pour Nu_{stg} , et 4,9 % pour Nu_{moy} . Ainsi, une courbure convexe, dans la gamme de R_c considérée, semble n'avoir aucune influence sur les transferts de chaleur induits par le film d'huile en écoulement. Cela pourrait s'expliquer par le fait que la convexité de la surface préserve la stabilité des jets laminaires ou faiblement turbulents, rendant ainsi les transferts thermiques comparables à ceux observés sur une paroi plane. La courbure n'est pas suffisante pour perturber la dynamique de l'écoulement du film d'huile au point d'altérer les échanges thermiques avec la surface. Dans cette étude, la courbure maximale correspond à un rayon de courbure adimensionné de $R_c/d = 10$, ce qui pourrait être encore trop élevé pour permettre l'observation d'un effet significatif de la courbure sur les transferts de chaleur.

4.2. Effet de la concavité de la surface

Des configurations identiques au cas convexe ont été réalisées pour des surfaces concaves, à la différence des rayons de courbure étudiés ($R_c = 40 \text{ mm}, 20 \text{ mm}$). Les figures 6 et 7 illustrent respectivement les mêmes comparaisons que les figures 4 et 5 mais dans le cas de

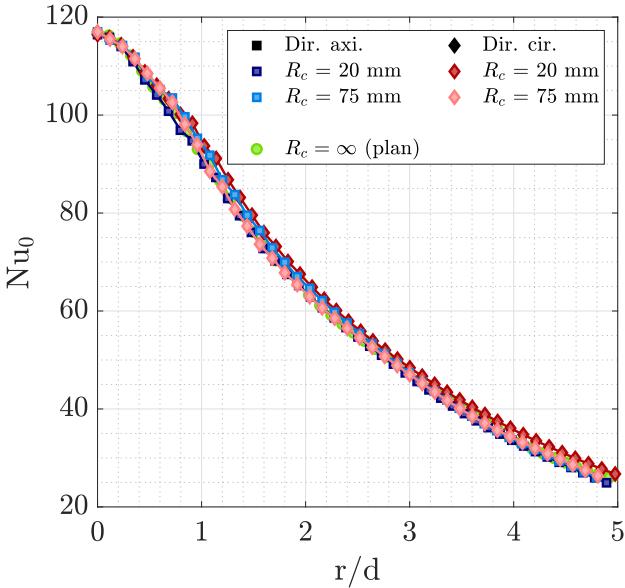


Figure 4 : Évolutions des nombres de Nusselt axial et circonférentiel sur paroi convexe ($R_c = 75 \text{ mm}, 20 \text{ mm}$), comparées au cas plan. $Re = 525$, $Pr = 210$.

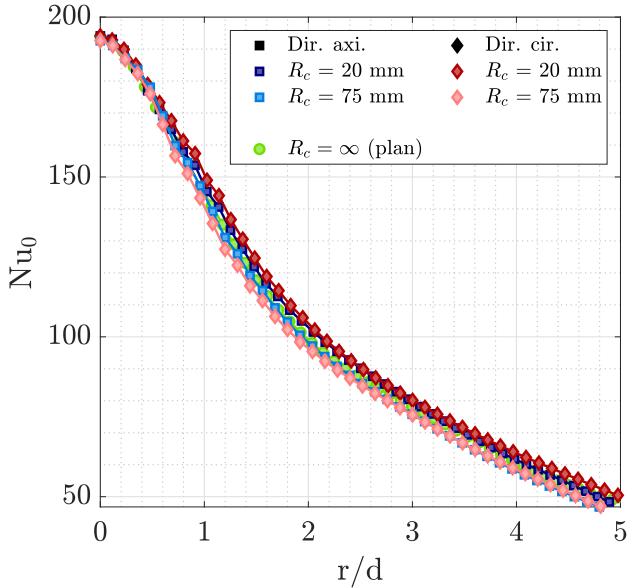


Figure 5 : Évolutions des nombres de Nusselt axial et circonférentiel sur paroi convexe ($R_c = 75 \text{ mm}, 20 \text{ mm}$), comparées au cas plan. $Re = 1070$, $Pr = 210$.

surfaces concaves. Quel que soit le nombre de Reynolds, une diminution notable du nombre de Nusselt est observée dans la zone de stagnation pour $R_c = 20 \text{ mm}$, tandis qu'aucune influence de la courbure n'est visible dans cette même région pour $R_c = 40 \text{ mm}$. Pour $R_c = 20 \text{ mm}$, ces dégradations autour du point d'impact sont attribuées à des perturbations locales de l'écoulement, causées par une courbure plus importante. Au-delà de la zone de stagnation, une diminution du nombre de Reynolds et du rayon de courbure entraîne une légère dégradation des échanges par rapport à une paroi plane. En raison de la courbure concave, l'écoulement circonférentiel doit remonter la surface en opposition aux forces de gravité. Par conséquent, à distance égale du point d'impact, la vitesse de l'écoulement circonférentiel est inférieure à celle de l'écoulement radial sur paroi plane, justifiant une diminution du nombre de Nusselt circonférentiel Nu_{cir} par rapport au cas plan. À nombre de Reynolds égal, cet effet est accentué par la diminution du rayon de courbure, et le nombre de Prandtl (fluide plus visqueux). Néanmoins, ces effets gravitaires se font moins ressentir à un nombre de Reynolds élevé. À $Re = 1070$, la baisse de vitesse dans la direction circonférentielle n'entraîne presque aucune différence par rapport à une paroi plane. De plus, la concavité réduit la surface d'étalement, contrignant le fluide initialement dirigé dans le sens circonférentiel à retomber. Cela engendre un cisaillement avec l'écoulement axial, entraînant une diminution de la vitesse de ce dernier et une légère baisse du nombre de Nusselt Nu_{axi} qui lui est associé. Lorsque le nombre de Reynolds ou le rayon de courbure diminue, le rayon r_{axi} , où se produit le cisaillement dégradant les transferts thermiques, diminue. Ainsi, pour un nombre de Reynolds suffisamment élevé, le cisaillement du fluide axial par les retombées circonférentielles se produit en dehors de la zone d'étude, rendant le nombre de Nusselt axial identique à celui sur paroi plane (voir figure 7). Toutes configurations confondues, la différence relative au cas plan sur le nombre de Nusselt moyen sur la zone d'étude ne dépasse pas -13 % pour $Nu_{moy,cir}$, et -10 % pour $Nu_{moy,axi}$. Ces différences maximales ont été obtenues dans la configuration à plus faible nombre de Reynolds ($Re = 525$), à plus haut nombre de Prandtl ($Pr = 328$), et à courbure la plus forte ($R_c = 20 \text{ mm}$).

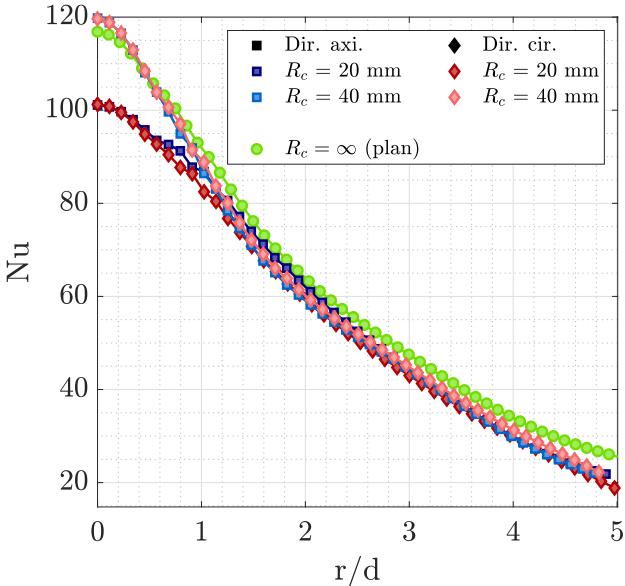


Figure 6 : Évolutions des nombres de Nusselt axial et circonférentiel sur paroi concave ($R_c = 40 \text{ mm}$, 20 mm), comparées au cas plan. $Re = 525$, $Pr = 210$.

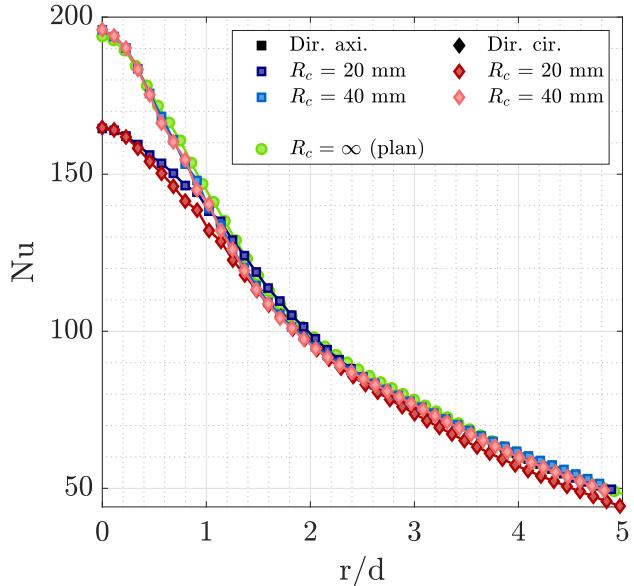


Figure 7 : Évolutions des nombres de Nusselt axial et circonférentiel sur paroi concave ($R_c = 40 \text{ mm}$, 20 mm), comparées au cas plan. $Re = 1070$, $Pr = 210$.

5. Conclusion

Cette étude expérimentale a caractérisé les transferts de chaleur locaux d'un jet d'huile sur des surfaces convexes et concaves dont le rayon de courbure adimensionné minimal atteint $R_c/d = 10$. Les résultats montrent qu'une surface convexe n'altère pas les échanges thermiques par rapport à une surface plane. En revanche, une surface concave avec un rayon de courbure $R_c = 20 \text{ mm}$ réduit les transferts de chaleur d'environ 15 % dans la zone de stagnation et de 10 % sur l'ensemble de la zone étudiée. Pour $R_c = 40 \text{ mm}$, aucun effet significatif n'est observé au point de stagnation, et les détériorations sur le nombre de Nusselt moyen restent faibles.

Références

- [1] Assaad, B., Mikati, K., Tran, T.V. & Negre, E. (2018). Experimental Study of Oil Cooled Induction Motor for Hybrid and Electric Vehicles, *XIII Int. Conf. Electr. Mach. ICEM* 1195–1200.
- [2] Gai, Y., Kimiabeigi, M., Chuan Chong, Y., Widmer, J.D., Deng, X., Popescu, M., Goss, J., Stanton, D.A. & Steven, A. (2019). Cooling of Automotive Traction Motors : Schemes, Examples, and Computation Methods, *IEEE Trans. Ind. Electron.* 66 1681–1692
- [3] Wu, S. Y., Zhou, S. Y., Xiao, L., Chen, L., & Chen, Z. L. (2023). Experiment on liquid film flow and heat transfer of laminar liquid jet impacting on cylindrical surface. *Physics of Fluids* 35(2).
- [4] Ahmad, S., Teymourtash, A. R. & Mahpeykar, M. R. (2020). Experimental and numerical study of circular hydraulic jumps on convex and flat target plates. *European Journal of Mechanics-B/Fluids* 80 32-41.
- [5] Baghel, K., Arunkumar, S. & Janani S. M. (2021). Heat transfer characteristics of free surface water jet impingement on a curved surface. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 164 120487.
- [6] Hu, G., & Zhang, L. (2007). Experimental and numerical study on heat transfer with impinging circular jet on a convex hemispherical surface. *Heat Transfer Engineering* 28.12 1008-1016.
- [7] Rahman, M. M., Hernandez, C. F., & Lallave, J. C. (2010). Free liquid jet impingement from a slot nozzle to a curved plate. *Numerical Heat Transfer, Part A : Applications* 57.11 799-821.
- [8] Renon, C., Fénot, M., Girault, M., Guilain, S. & Assaad, B. (2021). An experimental study of local heat transfer using high Prandtl number liquid jets. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 180 121727.