

# Développement d'une méthode de mesure de résistance thermique de contact entre 2 cylindres à partir d'excitations et de réponses de température en face avant.

## Development of a method for measuring thermal contact resistance between 2 cylinders from excitations and temperature responses on the front face.

Thomas LAHENS<sup>1,2,\*</sup>, Alain SOMMIER<sup>1,2</sup>, Marie-Marthe GROZ<sup>1,2</sup>, Jean-Christophe BATSALE<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Univ. Bordeaux, CNRS, Bordeaux INP, I2M, UMR 5295, F-33400, Talence, France

<sup>2</sup>Arts et Metiers Institute of Technology, CNRS, Bordeaux INP, I2M, UMR 5295, F-33400 Talence, France

\*(auteur correspondant : thomas.lahens@u-bordeaux.fr)

**Résumé** - La mesure de résistance de contact linéique entre cylindres métalliques est utile pour caractériser de manière non-destructive l'état mécanique de câbles métalliques composites, pour simuler des milieux granulaires 2D ou simplement pour caractériser des fissures débouchantes dans des structures métalliques. Nous proposons une expérimentation sans contact, des méthodes analytiques et des méthodes d'estimation de ce genre de propriétés. Les résultats expérimentaux obtenus permettent d'envisager des applications en milieu industriel.

**Abstract** - The measurement of linear contact resistance between metal cylinders is useful for non-destructively characterizing the mechanical state of composite metal cables, for simulating 2D granular media or simply for characterizing emerging cracks in metal structures. We propose an experiment, analytical methods and methods for estimating this type of properties. The experimental results obtained allow us to consider applications in industrial environments.

### 1. Introduction

La caractérisation d'assemblages de tubes métalliques tels que des câbles haute tension [1], ou des assemblages pour simuler des milieux granulaires 2D [2], ou encore la détection de fissures débouchantes dans des milieux métalliques [3], peut être envisagée grâce à l'estimation de résistance thermique. La difficulté de ce genre de mesure est liée au fait que le plan d'observation est perpendiculaire à la fissure ou à la surface de contact.

Nous proposons ici une méthode consistant à chauffer de manière non-uniforme et impulsionnelle une extrémité d'un assemblage de tubes (appelée face avant) et à analyser le champ de température transitoire par thermographie infrarouge (voir figure 1). On pourra supposer que l'autre extrémité de l'assemblage est infinie ou à une longueur  $L$  et que les pertes

thermiques latérales sont faibles. Ce type de méthode peut constituer une extension de méthodes de type « Flying spot » ([4], [5]), car l'excitation thermique peut être réalisée de manière locale grâce au déplacement d'un spot laser.

La modélisation analytique des transferts avec des hypothèses simplificatrices permet de mettre au point une méthode d'estimation de la résistance de contact.

## 2. Principe de l'expérience et modélisation

On considère ici que deux cylindres métalliques identiques (même conductivité thermique suivant la direction  $z$ , même capacité thermique volumique) de longueur  $L$ , sont en contact, comme illustré sur la figure 1. Une impulsion de chauffage est appliquée sur la face avant ( $z=0$ ) de la tige 1 avec un spot laser. Les réponses en température de la face avant  $T_1(z=0,t)$  et  $T_2(z=0,t)$  sont mesurées avec une caméra infrarouge. Pour pouvoir évaluer la résistance thermique de contact entre les cylindres, on fait l'hypothèse que leurs sections perpendiculaires au grand axe sont isothermes. Cette hypothèse est valable si le temps de diffusion dans le plan ( $xy$ ) est négligeable devant le temps de diffusion selon l'axe  $z$ . Dans un matériau à diffusivité isotrope, cela est obtenu en prenant la longueur des tiges bien plus grande que leur diamètre. Dans ce cas, les tiges sont en aluminium et ont un diamètre  $D$  de 6mm. Le temps de diffusion dans le plan peut être estimé par  $\sim D^2/a$ , ce qui donne ici  $\sim 300ms$ . Expérimentalement le temps caractéristique décrivant le transfert de chaleur entre les cylindres est de l'ordre de 10s, donc la diffusion dans le plan est beaucoup plus rapide par rapport à l'échelle de temps à laquelle les cylindres échangent de la chaleur. L'hypothèse de section isotherme est alors légitime. On considère également que les faces latérales des tiges sont presque adiabatiques. Ceci peut être justifié en calculant le temps caractéristique de l'effet d'ailette  $H=\rho c D/4h$ ,  $\rho c$  étant la capacité thermique volumique et  $h$  le coefficient de transfert de chaleur par convection. Dans le cas de tiges d'aluminium de 6mm de diamètre et en considérant des valeurs typiques pour  $h$ , cela donne un temps de quelques centaines de secondes. Ce temps étant beaucoup plus grand que le comportement transitoire du transfert de chaleur entre cylindres (de l'ordre de 10s), les pertes convectives latérales peuvent être modélisées simplement par un terme de faible ordre de grandeur.

On obtient alors le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial T_1}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} - \frac{1}{RC_1} (T_1 - T_2) - HT_1 \\ \frac{\partial T_2}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} - \frac{1}{RC_2} (T_2 - T_1) - HT_2 \end{cases} \quad (1-a)$$

Avec  $C_1 = \rho c S_1$  et  $C_2 = \rho c S_2$ , considérées comme des capacités linéiques ( $Jm^{-1}K^{-1}$ ), et  $R$  une résistance thermique en  $W^{-1}mK$  telle que  $R^{-1}$  est une conductance linéique,  $H$  en  $s^{-1}$  traduit le fait que les barreaux ne sont pas parfaitement adiabatiques sur les surfaces latérales. Cette résistance thermique est supposée uniforme le long de l'axe  $Oz$ .

$\rho c$  est la chaleur volumique du métal,  $\lambda$  la conductivité thermique du métal et  $S_i$  la section droite du cylindre :  $i$ . Les barreaux ont les mêmes propriétés thermiques (ie même diffusivité, conductivité et chaleur volumique).

Au système (1-a) on associe des conditions initiales et aux limites telles que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{à } t = 0 : \quad T_1(z, t = 0) = \frac{Q_1}{C_1} \delta(z) \quad ; \quad T_2(z, t = 0) = \frac{Q_2}{C_2} \delta(z) \\ \text{à } z = 0 : \quad \frac{\partial T_1}{\partial z} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial T_2}{\partial z} = 0 \\ \text{à } z = L : \quad \frac{\partial T_1}{\partial z} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial T_2}{\partial z} = 0 \end{array} \right. \quad (1-b)$$

Avec  $\delta(z)$  distribution de Dirac suivant  $z$ .

A l'aide d'une transformée de Fourier en cosinus suivant  $z$  et de Laplace en temps telle que :

$$\overline{\overline{T}}_i(\alpha_n, p) = \int_0^\infty \int_0^L \exp(-pt) \cos(\alpha_n z) T_i(z, t) dz dt \quad (2)$$

Et :

$$\overline{\overline{T}}_i(\alpha_n, t) = \int_0^L \cos(\alpha_n z) T_i(z, t) dz \quad (3)$$

Avec  $\alpha_n = n\pi/L$ .

Le système (1-a) s'écrit alors sous une forme plus compacte telle que :

$$\left\{ \begin{array}{l} p\overline{\overline{T}}_1 = -a\alpha_n^2 \overline{\overline{T}}_1 - \frac{1}{RC_1} (\overline{\overline{T}}_1 - \overline{\overline{T}}_2) - H\overline{\overline{T}}_1 + \overline{\overline{T}}_1(\alpha_n, t = 0) \\ p\overline{\overline{T}}_2 = -a\alpha_n^2 \overline{\overline{T}}_2 - \frac{1}{RC_2} (\overline{\overline{T}}_2 - \overline{\overline{T}}_1) - H\overline{\overline{T}}_2 + \overline{\overline{T}}_2(\alpha_n, t = 0) \end{array} \right. \quad (4)$$

Ce système peut aussi s'écrire sous forme matricielle tel que :

$$\begin{bmatrix} \overline{\overline{T}}_1 \\ \overline{\overline{T}}_2 \end{bmatrix}_{p, \alpha_n} = ((p + a\alpha_n^2 + H)[I] - [M])^{-1} \begin{bmatrix} Q_1/C_1 \\ Q_2/C_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Avec  $[I]$  la matrice identité et  $[M] = \begin{bmatrix} -1/(RC_1) & 1/(RC_1) \\ 1/(RC_2) & -1/(RC_2) \end{bmatrix}$

Le vecteur  $\begin{bmatrix} \overline{\overline{T}}_1 \\ \overline{\overline{T}}_2 \end{bmatrix}^t$  est une fonction de  $(p + a\alpha_n^2 + H)$ . Les propriétés de translation de la transformée de Laplace donnent dans l'espace de Fourier en cosinus :

$$\begin{bmatrix} \overline{\overline{T}}_1 \\ \overline{\overline{T}}_2 \end{bmatrix}_{\alpha_n, t} = \exp(-a\alpha_n^2 t - Ht) [\expm([M]t)] \begin{bmatrix} Q_1/C_1 \\ Q_2/C_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Avec  $[\expm([M]t)]$  l'exponentielle de la matrice  $[M]t$ .

On constate que, dans ces conditions, on peut « séparer » le transfert de chaleur suivant  $z$  du comportement uniquement dû au contact entre les deux cylindres. A fortiori si les barreaux sont de même section,  $C_1 = C_2 = C$ ,  $T_1 + T_2$  est indépendant de  $R$  et contient tout le signal transitoire selon  $z$  et les pertes globales dépendant de  $H$ , telles que :

$$\overline{\overline{T}}_1(p, \alpha_n) + \overline{\overline{T}}_2(p, \alpha_n) = (p + a\alpha_n^2 + H)^{-1} [(Q_1 + Q_2)/C] \quad (7-a)$$

Par contre,  $T_1 - T_2$  reprend le problème concret avec la résistance de contact tel que :

$$\overline{\overline{T_1}}(p, \alpha_n) - \overline{\overline{T_2}}(p, \alpha_n) = (p + a\alpha_n^2 + H + 2/RC)^{-1} [(Q_1 - Q_2)/C] \quad (7-b)$$

On peut alors déduire la relation simple qui ne dépend que du temps caractéristique  $RC$ .

$$\frac{T_1(t, z = 0) - T_2(t, z = 0)}{T_1(t, z = 0) + T_2(t, z = 0)} = \exp\left(-\frac{2t}{RC}\right) \quad (8)$$

### 3. Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux obtenus sont illustrés sur les figures 2, 3 et 4, après une impulsion laser d'une durée de 1 seconde. On peut constater sur la figure 2 que l'hypothèse d'une section isotherme du barreau est vérifiée après un temps de l'ordre de la dizaine de  $ms$ . La figure 3 illustre sur un diagramme *loglog* que le comportement de  $T_1 + T_2$  suit le comportement de la réponse impulsionnelle d'un milieu semi-infini, c'est à dire inversement proportionnel à la racine carrée du temps. Les biais aux temps courts sont liés au fait que l'impulsion n'est pas infinitésimale. Le biais au temps longs est lié aux pertes latérales globales du système qui peuvent être prises en compte dans le modèle. La figure 4 montre le très bon accord de l'expression (8) pour l'estimation de  $RC$ . En estimant le temps caractéristique  $RC$  grâce à la figure 4 et en utilisant les propriétés caractéristiques de l'Aluminium (chaleur spécifique et masse volumique) on obtient une résistance en  $m.K.W^{-1}$  de :

$$R = (3333 \pm 17).10^{-4}m.K.W^{-1}$$

En supposant que la largeur du contact est de l'ordre de  $1mm$  (épaisseur du joint de colle qui a permis d'assembler les barreaux) on déduit une résistance de contact en  $m^2.K.W^{-1}$  de :

$$R' \sim 3,33.10^{-4}m^2.K.W^{-1}$$

Cette valeur est d'un ordre de grandeur classique pour les contacts entre surfaces métalliques.

### 4. Conclusion

Cette étude permet de développer avec des hypothèses simples une méthode d'estimation non-intrusive de résistance de contact dans le cas où celle-ci est perpendiculaire au plan d'observation et uniforme. A notre connaissance, des méthodes de détection existaient [3][6][7], mais sans estimation possible de  $R$  avec des méthodes thermographiques.

Ce travail est un résultat préliminaire et amène plusieurs directions d'étude.

Tout d'abord, dans le domaine des milieux granulaires 2D, on peut envisager des cas de résistances de contacts multiples avec un grand nombre de barreaux. L'estimation de résistances thermiques multiples pourrait compléter les nombreux travaux dans le domaine de la caractérisation mécanique de contacts solides en milieux granulaires [8]. L'exponentielle de matrice qui apparaît dans l'expression (6) peut être étudiée avec des matrices de grande taille (voir [9]) et des excitations multiples à l'aide d'un « flying spot ».

Si la résistance de contact n'est pas uniforme suivant la direction  $z$ , on peut aussi envisager une méthode d'estimation de résistances thermiques uniformes par morceaux par un modèle direct utilisant la méthode des quadripôles suivant la direction  $z$ , en considérant le champ de température ( $T_1 - T_2$ ) (voir [10]).

Enfin, l'application en milieu industriel peut être envisagée, par exemple, pour la mesure sans contact et le suivi de grandeurs physiques évoluant avec la résistance de contact thermique, comme la répartition des contraintes dans un câble multi-brin. L'excitation portée par un laser et la réponse mesurée par caméra peuvent être effectuées depuis un drone avec des systèmes de repérage appropriés.

## Références

- [1] Projet Smart-Cable, <https://www.epsilon-cable.com/en-US/news-en-us/smart-cables-projet>, janvier 2025.
- [2] Schneebeli G., *A mechanical analogy for the study of the stability of two-dimensional earth structures*, 4<sup>th</sup> international conference on soil mechanics and foundation engineering, London, 1957.
- [3] Schlichting J., Ziegler M., Maierhofer C., Kreutzbruck M., *Flying laser spot thermography for the fast detection of surface breaking cracks*, 18th World Conference on Nondestructive Testing, Durban, South Africa, 2012.
- [4] Gaverina L., Batsale J.C., Sommier A., Pradere C., *Pulsed flying spot with the logarithmic parabolas method for the estimation of in-plane thermal diffusivity fields on heterogeneous and anisotropic materials*, Appl. Phys. 121, 2017.
- [5] Gaverina L. , Sommier A. , Battaglia J.L. , Batsale J.C. , Pradere C., *Pulsed Flying Spot Elliptic method for the estimation of the thermal diffusivity field of orthotropic materials*, Int. J. Therm. Sci. 125, 2018, p. 142-148.
- [6] Bodnar J.L., Égée M., Menu C., Besnard R., Le Blanc A., Pigeon M., Sellier J.-Y., *Cracks detection by a moving photothermal probe*, 8th Int. Topical Meeting on Photoacoustic and Photothermal Phenomena, D. Fournier and J.P. Roger (Eds.), LesEditions de la Physique, 1994, p. 591-594
- [7] Russ C., Lepoutre F., Balageas D., *Nondestructive evaluation using a flying-spot camera*, 8th Int. THERMO Conference, Budapest, June 2-4, 1993.
- [8] Jongchansitto P., Balandraud X., Preechawuttipong I., Le Cam J.B, Garnier P., *Thermoelastic coupling and interparticle friction evidenced by infrared thermography in granular materials*, Experimental Mechanics 58 (9), 2018, pp. 1469-1478.
- [9] Moler C., Van Loan C., *Nineteen dubious ways to compute the exponential of a matrix*, Society for industrial and applied mathematics 20, 1978, pp. 801-836.
- [10] Maillet D., André S., Batsale J. C., Degiovanni A., Moyne C., *Thermal Quadrupoles: Solving the Heat Equation through Integral Transforms*, Wiley, 2000.

## Remerciements

Cette étude a pu être réalisée dans le cadre du projet Smart-Cable cofinancé par FranceRelance, France2030 et l'Union Européenne dans le cadre de NextGenEU programs. Nous remercions grandement les promoteurs de ce projet.

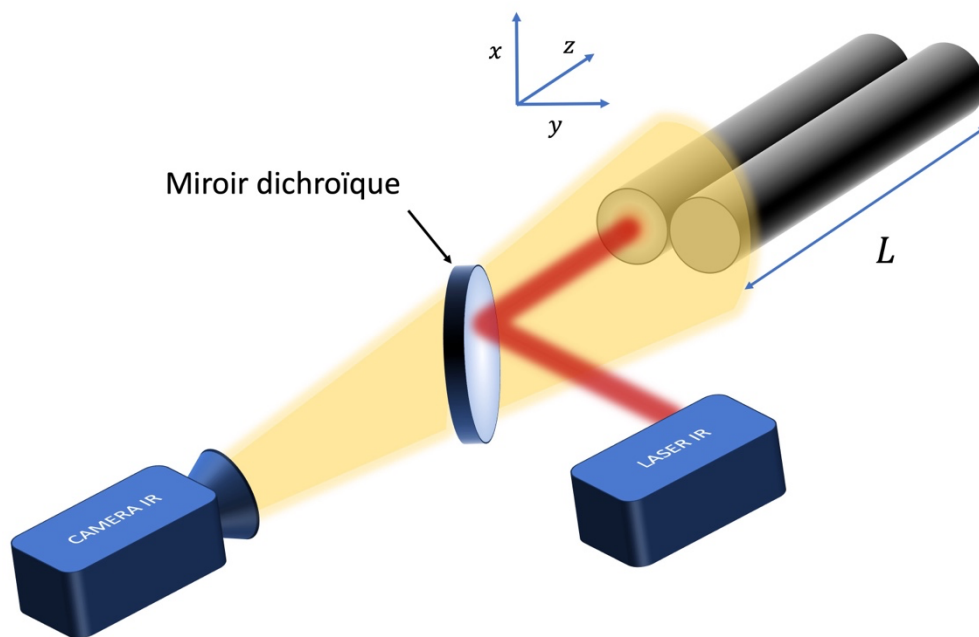


Figure 1 : schéma de l'expérience.

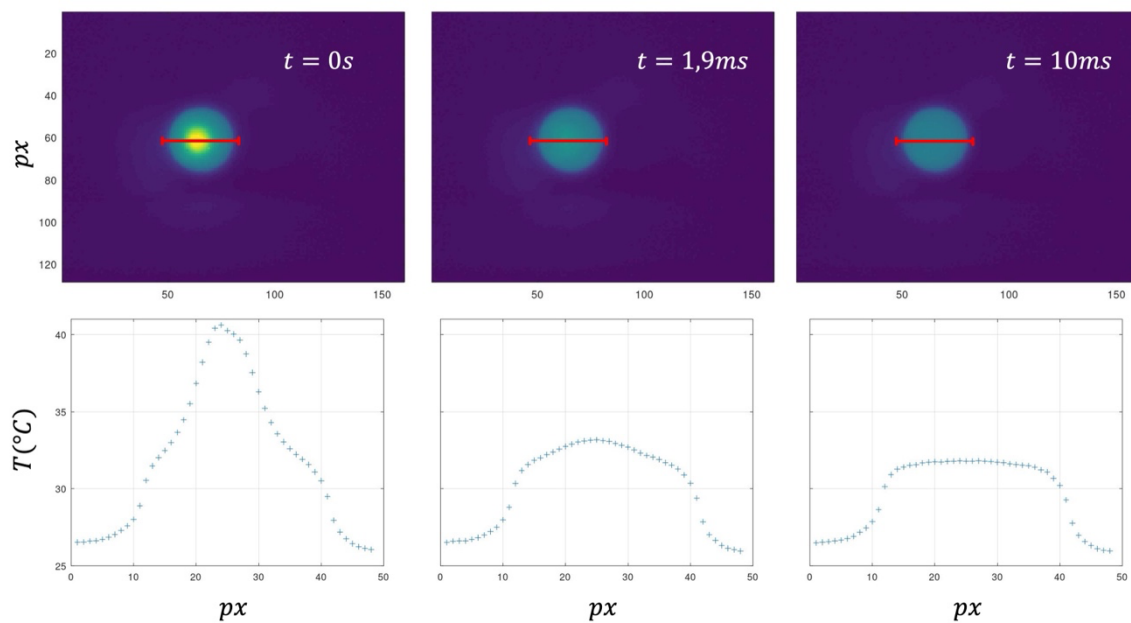


Figure 2 : Thermogrammes face avant juste après l'impulsion laser (gauche), 1,9ms après (milieu) et 10ms après (droite), avec le profil de température associé.

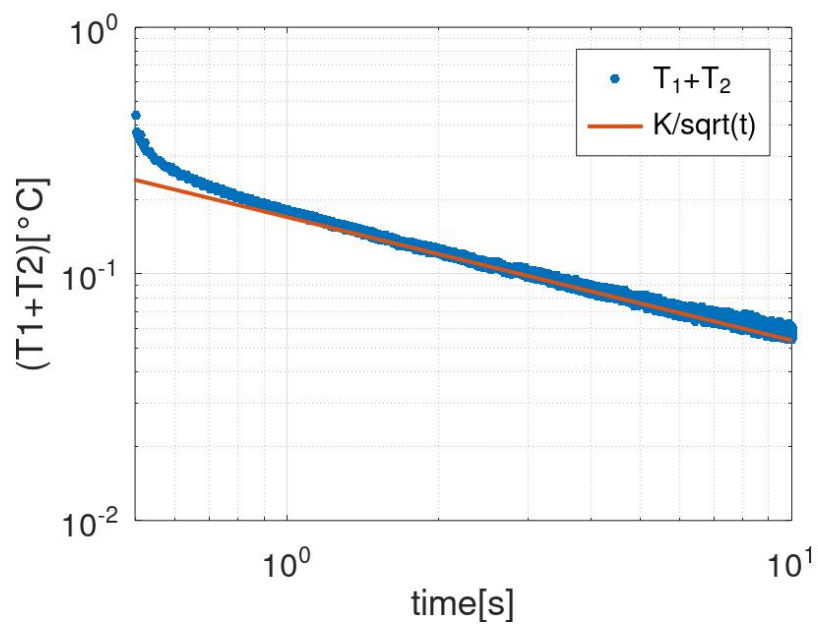


Figure 3 : évolution temporelle de  $T_1+T_2$  et comparaison à une évolution proportionnelle à  $1/\sqrt{t}$ .

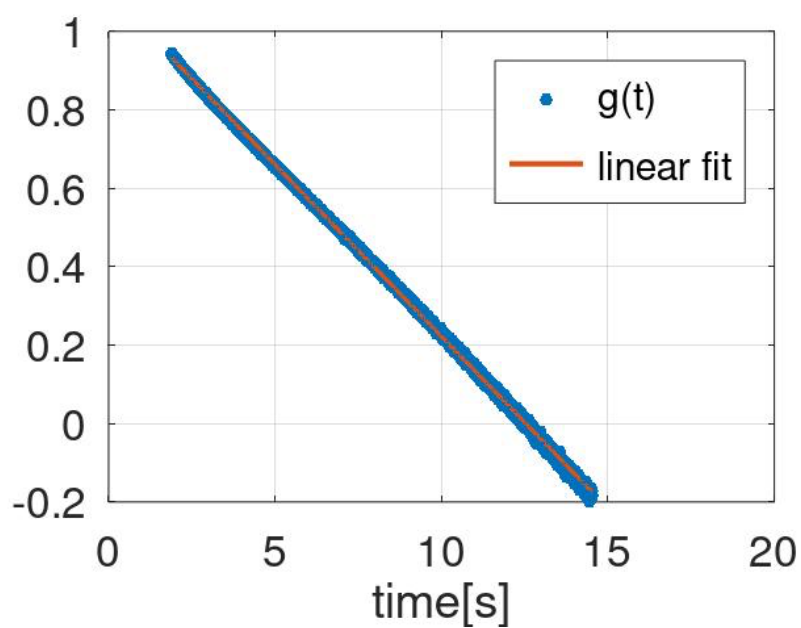


Figure 4 : évolution de  $g(t) = \ln((T_1-T_2)/(T_1+T_2))$  au cours du temps.