

Simulation des transferts thermiques par la méthode des cellules coupées

Dorian DUPUY^{1,2,*}, Adrien Toutant², Antoine du Cluzeau¹, Guillaume Bois¹

¹ Université Paris-Saclay, CEA, Service de Thermo-hydraulique et de Mécanique des Fluides (STMF), CEA Centre de Saclay, Gif-sur-Yvette, 91191, France

² PROMES-CNRS, Université de Perpignan Via Domitia, Rambla de la thermodynamique, Tecnosud, 66100 Perpignan, France

*(auteur correspondant : dorian.dupuy@cea.fr)

Résumé - Cette communication aborde la simulation des transferts de chaleur dans un écoulement diphasique avec une méthode des cellules coupées. Les cellules coupées, issues de l'intersection entre l'interface et une grille cartésienne fixe, apparaissent et disparaissent suivant le mouvement de l'interface. Une discréétisation en volume finis permet d'imposer strictement la conservation de l'énergie. On propose en particulier une méthode pour adapter le schéma d'avancement temporel Runge–Kutta au cas des cellules coupées, dont les surfaces évoluent rapidement avec le déplacement de l'interface.

Nomenclature

\mathcal{C}	flux convectif, W/m ²	<i>Symboles grecs</i>
\mathcal{D}	flux diffusif, W/m ²	Ω cellule du maillage
H	enthalpie, J	Σ face d'une cellule
Pe	nombre de Péclet	Γ interface
V	volume, m ³	λ conductivité thermique, W/(mK)
S	aire, m ²	ρ masse volumique, kg/m ³
T	température, K	<i>Indices et exposants</i>
c_p	capacité thermique isobare, J/(kg K)	1 première phase (phase ψ_1)
n	normale extérieure	2 deuxième phase (phase ψ_2)
t	temps, s	c flux correctif
\mathbf{u}	vitesse, m/s	d direction (x , y ou z)
\mathbf{x}	position, m	$\bar{\circ}$ quantité efficace

1. Introduction

Les méthodes numériques utilisées pour la simulation numérique directe d'écoulements diphasiques, avec une résolution explicite de l'interface, sont souvent classées selon la conformité du maillage à l'interface entre les phases. Un maillage mobile, coïncidant à chaque instant avec l'interface, est utilisé dans le cadre d'approches Euler–Lagrange arbitraire (ALE, [1]). Un maillage fixe, non conforme, est caractéristique des méthodes de frontières immersées (IBM, [2]). Celles-ci emploient différentes stratégies pour imposer le couplage entre les phases sans condition aux limites explicite, par exemple via un terme de forcage [3], un domaine fictif [4] ou des cellules fantômes [5]. La méthode des cellules coupées combine certains aspects des approches à maillage conforme et non-conforme. Une grille fixe, généralement cartésienne, est utilisée. Cependant, les cellules traversées par l'interface entre les phases sont coupées au niveau de l'intersection. Le maillage résultant se conforme dynamiquement à l'interface entre les phases tout en préservant la structure de grille sous-jacente. Cela permet une prescription directe de la condition aux limites interfaciale et une résolution numérique conservative des équations monophasiques de chaque côté de l'interface.

Les présents travaux portent sur le développement d'une méthode des cellules coupées pour la résolution de l'équation de la chaleur dans un écoulement diphasique. L'interface est représentée explicitement à l'aide de marqueurs lagrangiens connectés. Le découpage de la grille fixe, géométriquement bien définie, produit des cellules coupées de volumes variables, et qui apparaissent et disparaissent suivant le mouvement de l'interface. La stabilité numérique est assurée dans les petites cellules sans restriction du pas de temps, avec un schéma temporel explicite, grâce à une stratégie de redistribution des flux [6]. La méthode numérique est comparée à une méthode mono-fluide purement cartésienne pour la convection-diffusion de la chaleur autour d'une particule sphérique en mouvement et échangeant avec le fluide environnant. On s'intéresse en particulier à l'effet de l'intégration temporelle des surfaces associées aux flux numériques, qui évoluent rapidement avec le déplacement de l'interface. De plus, on propose et évalue une méthode pour adapter le schéma d'avancement temporel Runge–Kutta au cas des cellules coupées tout en maintenant les propriétés de conservation des schémas.

Cette communication est organisée comme suit. La section 2 présente la méthode numérique. La section 3 discute les résultats numériques.

2. Méthode

2.1. Méthode des cellules coupées

La présente méthode des cellules coupées résout l'équation de la chaleur dans un système diphasique sans changement de phase, composé de deux phases (ψ_1 et ψ_2) séparée par une interface $\Gamma(t)$,

$$\frac{\partial \rho c_p T}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathcal{C} + \nabla \cdot \mathcal{D}, \quad (1)$$

où $\mathcal{C}(\mathbf{x}, t) = \rho c_p(\mathbf{x}, t)T(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ et $\mathcal{D}(\mathbf{x}, t) = \lambda(\mathbf{x}, t)\nabla T(\mathbf{x}, t)$ sont respectivement les flux convectif et diffusif. La conductivité thermique $\lambda(\mathbf{x}, t)$ et la capacité thermique isobare par unité de volume $\rho c_p(\mathbf{x}, t)$ sont constantes et uniformes dans chaque phase. Le champ de vitesse $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ est donc continu. La méthode numérique repose sur un formalisme en volumes finis et une discréttisation décalée de la vitesse. Dans les cellules coupées par l'interface, les schémas de discréttisation tiennent compte des variations du volume des cellules coupées et des aires des surfaces associées avec le mouvement de l'interface.

Soit $\Omega_{i,j,k}^\psi(t)$ une maille du maillage coupé, associée à la phase ψ . L'avancement temporel de la température de t_n à t_{n+1} peut s'exprimer en appliquant le théorème de transport de Reynolds,

$$H_{i,j,k}^\psi(t_{n+1}) - H_{i,j,k}^\psi(t_n) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left[S_{i,j,k}^\Gamma(t) \mathcal{D}_{i,j,k}^{\psi,\Gamma}(t) + \sum_{F \in \mathfrak{F}_{i,j,k}^\psi} S_F(t) (\mathcal{D}_F(t) - \mathcal{C}_F(t)) \cdot \mathbf{n}_F \right] dt, \quad (2)$$

où $H_{i,j,k}^\psi(t) = \int_{\Omega_{i,j,k}^\psi(t)} \rho c_p T dV$ est l'enthalpie de la cellule. Le flux $S_{i,j,k}^\Gamma(t) \mathcal{D}_{i,j,k}^{\psi,\Gamma}(t)$ est le flux diffusif interfacial, associé à la portion de la surface externe $\partial\Omega_{i,j,k}^\psi(t)$ de la cellule appartenant à l'interface. Les flux $S_F(t) \mathcal{D}_F(t) \cdot \mathbf{n}_F$ et $S_F(t) \mathcal{C}_F(t) \cdot \mathbf{n}_F$ sont les flux diffusifs et convectifs associés aux faces F de la cellule (ensemble $\mathfrak{F}_{i,j,k}^\psi$), en excluant l'interface. Aucun flux convectif n'est présent sur l'interface, car la vitesse de déplacement de l'interface et la vitesse de convection de la température sont identiques.

L'équation exacte (2) est avancée en temps en utilisant un schéma d'intégration temporel explicite, qui impose une restriction déraisonnable du pas de temps $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ fondée sur la taille de la plus petite cellule du maillage coupé. Une telle restriction est évitée en corrigeant la température dans les petites cellules avec une méthode stable, dans une stratégie de redistri-

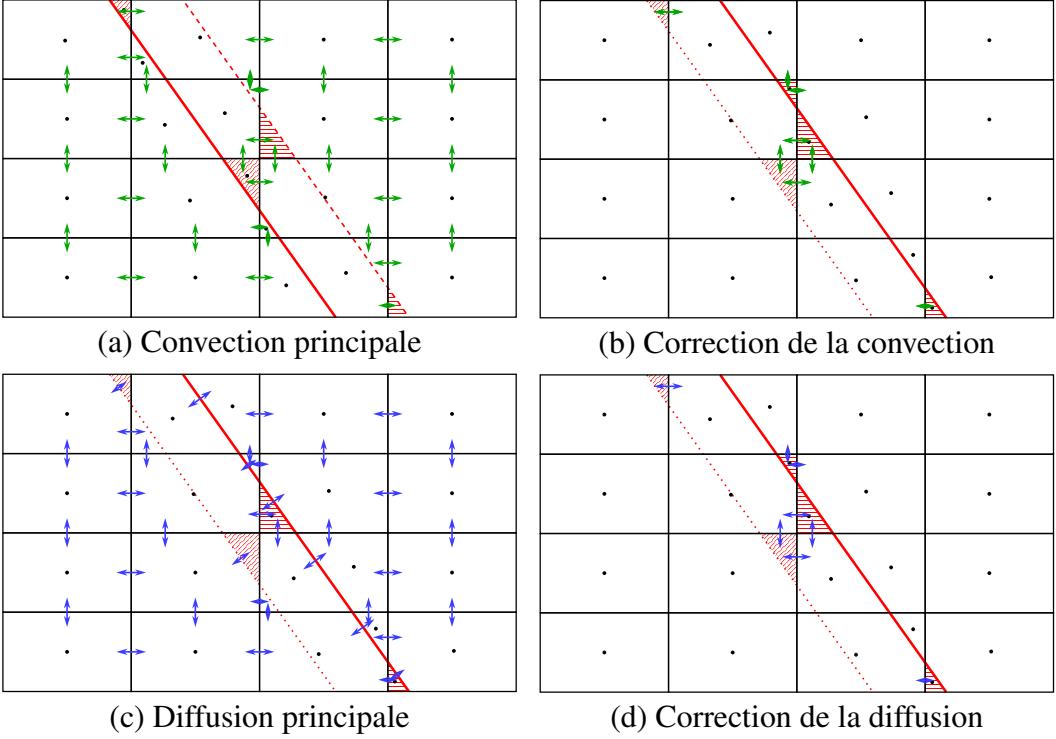


Figure 1 : Étapes de l’algorithme de résolution. Les lignes rouges pleines, en tirets et en pointillés représentent les positions actuelle, suivante et précédente de l’interface. Les flèches représentent les flux. Les hachures indiquent les cellules qui apparaissent ou disparaissent au cours du pas de temps.

bution des flux [6]. L’algorithme de résolution est ainsi subdivisé en quatre étapes : les schémas “principaux” de convection (a) et de diffusion (c), ainsi que leurs corrections respectives (b) et (d) dans les petites cellules (figure 1). Avec un schéma Euler explicite,

$$\begin{aligned} \Delta H_{i,j,k}^{\psi,(a)} &= - \sum_{F \in \mathfrak{F}_{i,j,k}^\psi} S_F \mathcal{C}_F \cdot \mathbf{n}_F \Delta t, & \Delta H_{i,j,k}^{\psi,(b)} &= \sum_{F \in \mathfrak{F}_{i,j,k}^\psi} S_F \mathcal{C}_F^c \cdot \mathbf{n}_F \Delta t, \\ \Delta H_{i,j,k}^{\psi,(c)} &= \sum_{F \in \mathfrak{F}_{i,j,k}^\psi} S_F \mathcal{D}_F \cdot \mathbf{n}_F \Delta t + S_{i,j,k}^\Gamma \mathcal{D}_{i,j,k}^{\psi,\Gamma} \Delta t, & \Delta H_{i,j,k}^{\psi,(d)} &= \sum_{F \in \mathfrak{F}_{i,j,k}^\psi} S_F \mathcal{D}_F^c \cdot \mathbf{n}_F \Delta t, \end{aligned} \quad (3)$$

où $H_{i,j,k}^\psi(t_{n+1}) - H_{i,j,k}^\psi(t_n) = \Delta H_{i,j,k}^{\psi,(a)} + \Delta H_{i,j,k}^{\psi,(b)} + \Delta H_{i,j,k}^{\psi,(c)} + \Delta H_{i,j,k}^{\psi,(d)}$ est l’avancement total du pas de temps. L’exposant c désigne un flux correctif, appliqué uniquement sur les faces des petites cellules, de volume $V_{i,j,k}^\psi < 2,5\% \Delta^3$, où Δ est la taille d’une cellule cartésienne non coupée. Chaque étape est appliquée successivement en utilisant le champ de température prédit par la sous-étape précédente. Le flux convectif principal \mathcal{C}_F est calculé en utilisant le schéma QUICK [7]. Si le stencil n’est pas disponible, proche de l’interface, un schéma amont est utilisé. Le flux diffusif principal \mathcal{D}_F est calculé par un schéma centré. Le flux interfacial $\mathcal{D}_{i,j,k}^{\psi,\Gamma}$ est calculé en sommant les contributions de chaque facette du maillage discrétisée de l’interface. Pour une facette donnée ℓ , de barycentre $\mathbf{x}_{\text{fct}}^{(\ell)}(t_n)$, le flux $\mathcal{D}_{\text{fct}}^{(\ell)}(t_n)$ est calculée à partir de l’interpolation à l’ordre 1 de la température sur deux sondes situées à une distance normale Δ de la facette (positions $\mathbf{x}_{\text{fct}}^{(\ell)}(t_n) - \Delta \mathbf{n}_{\text{fct}}^{(\ell)}(t_n)$ et $\mathbf{x}_{\text{fct}}^{(\ell)}(t_n) + \Delta \mathbf{n}_{\text{fct}}^{(\ell)}(t_n)$), en supposant le flux diffusif continu à l’interface. Pour déterminer les flux correctifs, on suppose pour (b), que la température d’une petite cellule après l’étape de convection correspond à la moyenne, pondérée par l’intensité des flux convectifs principaux, de la température des cellules voisines, et pour (d) que la diffusion ne modifie pas la température des petites cellules. Les flux sont

ensuite déterminés, dans une stratégie de redistribution des flux [6], de manière à imposer la variation de température souhaitée tout en assurant la conservation de l'énergie.

2.2. Intégration temporelle des surfaces

Si l'interface Γ est déplacée selon un schéma explicite, les propriétés géométriques (volumes et surfaces avant et après le déplacement) sont bien définies et connues. La variation de volume de la cellule $\Omega_{i,j,k}^\psi$ est reliée aux flux volumiques sur la surface externe, hors interface,

$$V_{i,j,k}^\psi(t_{n+1}) - V_{i,j,k}^\psi(t_n) = - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left[\sum_{F \in \mathfrak{F}_{i,j,k}^\psi} S_F \mathbf{u}_F \cdot \mathbf{n}_F \right] dt. \quad (4)$$

La satisfaction numérique de cette propriété est la loi de conservation géométrique dans le cadre d'approches Euler–Lagrange arbitraire [8]. Il est clair qu'une approximation explicite des flux volumiques ne respecte pas exactement cette propriété. L'interface étant déplacée de manière explicite, une estimation précise de la surface efficace du pas de temps, $\bar{S}_F = (1/\Delta t) \int_{t_n}^{t_{n+1}} S_F(t) dt$, est nécessaire pour assurer la loi de conservation géométrique. On considère trois méthodes d'intégration des surfaces coupées :

- intégration explicite : $\bar{S}_F^{\text{expl}} = S_F$.
- intégration semi-implicite algébrique :

$$\bar{S}_F^{\text{algb}} = \begin{cases} (1/4)(3S_F(t_n) + S_F(t_{n+1})) & \text{si } S_F(t_n) \in \{0, 1\} \text{ et } 0 < S_F(t_{n+1}) < 1, \\ (1/4)(S_F(t_n) + 3S_F(t_{n+1})) & \text{si } 0 < S_F(t_n) < 1 \text{ et } S_F(t_{n+1}) \in \{0, 1\}, \\ (1/2)(S_F(t_n) + S_F(t_{n+1})) & \text{sinon,} \end{cases} \quad (5)$$

ce qui correspond à la moyenne arithmétique des surfaces initiales et finales, avec un biais vers la valeur non coupée si celle-ci apparaît ou disparaît au cours du pas de temps.

- intégration semi-implicite conservative : solution de (4), ce qui correspond à la recherche d'un ensemble de surfaces \bar{S}_F^{cons} permettant une vérification exacte de la loi de conservation géométrique. Cela assure que la convection préserve exactement un champ uniforme.

2.3. Schéma de discrétisation temporel

L'avancement temporel de l'enthalpie H (équation (3)) est couplé à celui de la vitesse \mathbf{u} et de la position \mathbf{x}^Γ de l'interface. Soit $Q = (\mathbf{x}^\Gamma, H, \mathbf{u})$ le vecteur d'état qui regroupe ces informations sur l'ensemble des points de discrétisation. L'avancement temporel de Q peut s'écrire formellement $Q(t_{n+1}) - Q(t_n) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(Q(t)) dt$, où $f(Q(t))$ est la dérivée temporelle de Q au temps t . Sous l'hypothèse d'un schéma temporel de type Runge–Kutta qui partitionne le pas de temps en s sous-pas disjoints non-nuls, l'intégrale est approximée en introduisant s états intermédiaires Q_p ,

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(Q(t)) dt = \sum_{p=1}^s b_p f_p \Delta t, \quad (6)$$

où $f_p = f(Q_p)$ est la pente associée à l'état intermédiaire $Q_p = Q(t_n) + \sum_{q=1}^p a_{p,q} f_q \Delta t$ et où $a_{p,q}$ et b_p sont des coefficients du schéma temporel. Pour simplifier les notations, on note $\theta_{p,q}$ le coefficient tel que $\{\theta_{p,q} = a_{p,q} \text{ si } p \leq s; \text{ et } \theta_{s+1,q} = b_q\}$.

L'avancement temporel peut également s'écrire comme la somme des intégrales temporelles sur les sous-pas de temps :

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(Q(t)) dt = \sum_{p=1}^s \int_{t_p}^{t_{p+1}} f(Q(t)) dt = \sum_{p=1}^s \bar{f}_p \Delta t_p, \quad (7)$$

avec $t_p = t_n + \Delta t_p$ le temps initial du sous-pas p , où par convention $t_1 = t_n$ et $t_{s+1} = t_{n+1}$, et l'opérateur $(\bar{}_p)$ représente une moyenne sur le sous-pas de temps p . En décomposant l'intégration sur le sous-pas de temps $\int_{t_p}^{t_{p+1}} f(Q(t))dt = \int_{t_n}^{t_{p+1}} f(Q(t))dt - \int_{t_n}^{t_p} f(Q(t))dt$ et en substituant $\int_{t_n}^{t_p} f(Q(t))dt = Q_p - Q(t_n)$, on peut montrer que la somme des intégrales temporelles sur les sous-pas de temps est équivalente au schéma de discréétisation Runge-Kutta si l'opérateur $\bar{}_p$ est défini par

$$\bar{f}_p = \left[\theta_{p+1,p+1} f_{p+1} + \sum_{q=1}^p (\theta_{p+1,q} - \theta_{p,q}) f_q \right] \frac{\Delta t}{\Delta t_p}, \quad (8)$$

Dans l'équation (7), la somme cumulative des sous-intégrales fournit alors une approximation d'ordre croissant, avec l'indice p du sous-pas, de l'intégrale $\int_{t_n}^{t_p} f(Q(t))dt$.

Traitons maintenant le cas particulier de l'enthalpie H . Sans perte de généralité, on se focalise sur l'intégration temporelle la convection principale :

$$H_{i,j,k}^\psi(t_{n+1}) - H_{i,j,k}^\psi(t_n) = - \sum_{p=1}^s \int_{t_{p-1}}^{t_p} \left[\sum_{F \in \mathfrak{F}_{i,j,k}^\psi} S_F \hat{T}_F \mathbf{u}_F \cdot \mathbf{n}_F \right] dt. \quad (9)$$

où $\hat{T}_F \mathbf{u}_F$ est le flux donné par le schéma QUICK [7]. Nous proposons d'approximer cette intégrale en séparant l'intégration temporelle de la surface et celle du flux. On obtient alors

$$H_{i,j,k}^\psi(t_{n+1}) - H_{i,j,k}^\psi(t_n) = - \sum_{F \in \mathfrak{F}_{i,j,k}^\psi} \sum_{p=1}^s \overline{S}_F \overline{(\hat{T}_F \mathbf{u}_F)}_p \cdot \mathbf{n}_F \Delta t_p, \quad (10)$$

en appliquant le schéma Runge–Kutta pour approximer l'intégrale sur le flux surfacique. En plus de faciliter l'imposition de la loi de conservation géométrique, cette reformulation permet de traiter de manière avantageuse les surfaces dans les cellules qui apparaissent sur un sous-pas, au cours du pas de temps. Le schéma temporel n'étant pas applicable dans cette configuration, le flux est calculé avec une approche Euler explicite jusqu'au début du pas de temps suivant. Cela affecte également les cellules voisines, qui opèrent alors avec une combinaison de flux avec et sans correction Runge–Kutta. Dans les cellules pures, la présente approche est équivalente à un schéma temporel Runge–Kutta classique.

3. Résultats

3.1. Configuration et paramètres numériques

On considère une particule sphérique initialement chaude diffusant sa chaleur au fluide environnant. La température est un scalaire passif. La vitesse est dépendante du temps et uniforme dans l'espace. Vue d'un observateur en mouvement, la particule suit une trajectoire ellipsoïdale cyclique d'excentricité $e_0 = \sqrt{3}/2$ et de demi-grand axe $a_0 \approx 1.6d_p$, où $d_p = 2R$ est le diamètre de la particule. La période des oscillations est $\tau = 0.5$ s. Les propriétés du fluide sont représentatives d'une bulle d'air sous pression : $\lambda_1 = 6.898 \times 10^{-1} \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ $\rho c_{p,1} = 6.009 \times 10^{+6} \text{ J K}^{-1} \text{ m}^{-3}$ dans la particule et $\lambda_2 = 2.210 \times 10^{-2} \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ $\rho c_{p,2} = 2.526 \times 10^{+5} \text{ J K}^{-1} \text{ m}^{-3}$ dans le fluide extérieur. Le nombre de Péclet $Pe_2 = \rho_2 c_{p,2} u_0 d_p / \lambda_2$ défini avec la vitesse maximale u_0 de la particule est 914. Un fort nombre de Péclet est sélectionné pour mettre en lumière les limite la formulation mono-fluide dans ce régime, mais la méthode des cellules coupées est également capable de simuler un régime à diffusion dominante. Au temps initial, la particule est placée au centre du domaine et la température suit un profil gaussien $T(\mathbf{x}, 0) = T_0 + \Delta T_0 \exp(-(\|\mathbf{x}\|/d_p)^2/2)$, où $T_0 = 293$ K est la température extérieure et $\Delta T_0 = 80$ K l'amplitude du saut de température.

Le domaine de calcul est un cube de longueur $L = 5d_p$ avec des limites périodiques. L'interface est discrétisée avec des facettes triangulaires de côté typique $\Delta_\Gamma/d_p = 0.035$. Le domaine cubique est maillé avec une grille régulière d'espacement $\Delta = d_p/41.6$. Cette taille de maille est suffisante pour une convergence en maillage des résultats. Le calcul est réalisé à l'aide du solveur TRUST/TrioCFD [9]. La formulation en cellules coupées, présentée dans la section 2, est comparée à une formulation mono-fluide. La méthode mono-fluide résout l'équation de la chaleur (1) sur un maillage purement cartésien, avec un schéma QUICK d'ordre 3 pour la convection [7] et un schéma centré d'ordre 2 pour la diffusion. Une moyenne harmonique de la conductivité thermique et de la capacité thermique isobare dans les cellules hybrides (formulation TOF de [10]) est utilisée. Le schéma de discrétisation temporel est un schéma Runge–Kutta d'ordre 3 (RK3) à faible stockage [11]. L'interface est déplacée avec le même schéma temporel. Le pas de temps des simulations est déterminé à partir des pas de temps de stabilité convectif $\Delta t^C = (1/2)\Delta / \max(u, v, w)$ et diffusif $\Delta t^D = (1/6)\Delta^2 / \max(\lambda_\psi / (\rho_\psi c_{p,\psi}))$ selon l'expression

$$\Delta t = F_t \min(\Delta t^C, \Delta t^D), \quad (11)$$

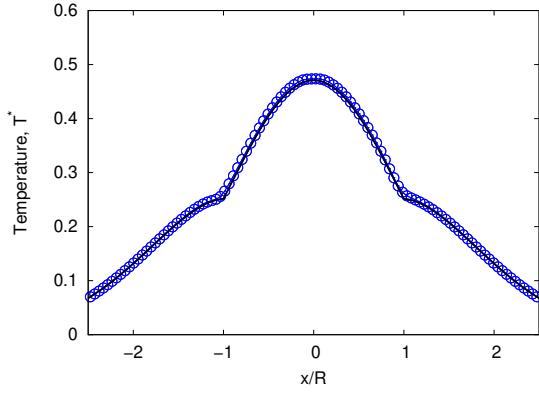
où F_t est un coefficient d'avancement temporel qui permet d'ajuster le pas de temps final. Les coefficients d'avancement temporel $F_t = 0.6$, $F_t = 1.2$, $F_t = 1.6$ et $F_t = 2.4$ sont considérés dans cette étude. En pratique, le pas de temps est limité par la convection. La simulation est arrêtée après 5 cycles elliptiques, ce qui correspond à une distance totale parcourue de $39d_p$.

3.2. Intégration temporelle des surfaces

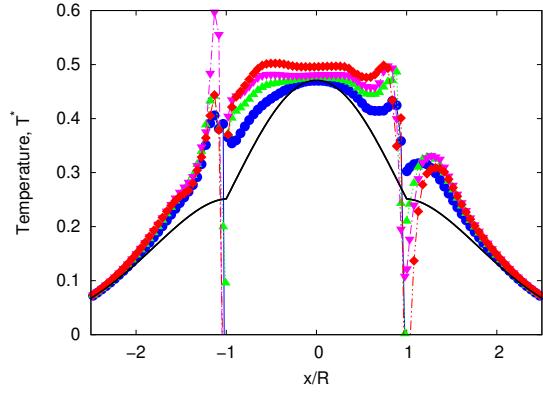
Les profils finaux de température obtenus avec la méthode des cellules coupées et la méthode mono-fluide sont données sur la figure 2. Ils sont comparés à un profil de référence, obtenu en résolvant l'équation de la chaleur dans le cas statique, sans convection, avec une résolution spatiale et temporelle élevée. Avec la méthode mono-fluide, la simulation est stable avec $F_t = 0.6$ et en accord avec le profil de référence. La simulation est instable pour les coefficients d'avancement temporel supérieurs $F_t = 1.2$, $F_t = 1.6$ et $F_t = 2.4$. Avec la méthode des cellules coupées, la simulation reste stable jusqu'à $F_t = 2.4$. Cependant, la précision du profil résultant dépend grandement de la méthode d'intégration temporelle utilisée pour les surfaces coupées. Avec une intégration explicite des surfaces, les profils de température sont imprécis pour tous les coefficients F_t considérées. Avec une intégration semi-implicite algébrique des surfaces, on observe une perturbation numérique des profils de température dans le voisinage de l'interface entre les phases, dont l'amplitude augmente avec le coefficient F_t . L'effet de cette perturbation est limitée spatialement. Au centre de la particule ou loin de l'interface, les profils restent précis pour tous les coefficients F_t considérées. Enfin, avec une intégration semi-implicite conservative des surfaces, la simulation est stable et précise jusqu'à $F_t = 2.4$ et aucune perturbation n'est visible en proche interface sur les profils de température. Ainsi, la méthode des cellules coupées permet, avec une intégration temporelle appropriée des surfaces coupées, de réaliser une simulation avec des pas de temps plusieurs fois plus élevées que permis par la méthode mono-fluide.

3.3. Schéma de discrétisation temporel

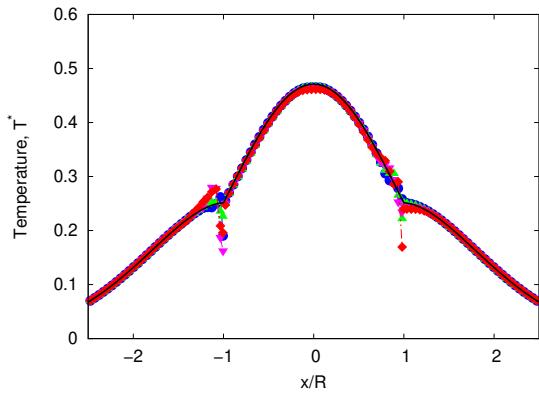
Le schéma de discrétisation temporel utilisé dans la section 3.2 pour les cellules coupées est comparé à un schéma temporel Euler explicite sur la figure 3 en utilisant une intégration temporelle semi-implicite conservative des surfaces coupées. Le profil de température n'est pas convergé en temps dans la simulation Euler explicite avec $F_t = 0.2$, dont le coût est comparable à la simulation Runge–Kutta avec $F_t = 0.6$ (un pas de temps Euler explicite correspond à



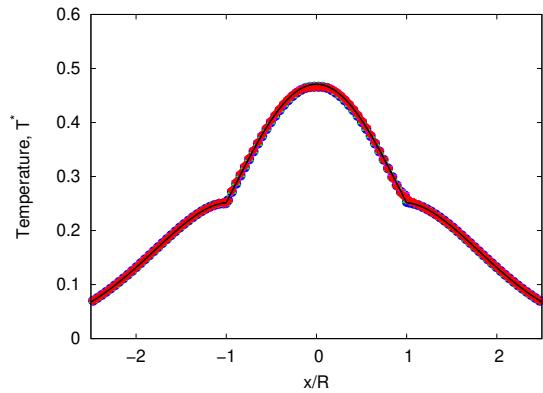
(a) Méthode mono-fluide pour $F_t = 0.6$
(non stable avec $F_t = 1.2$ ou supérieur)



(b) Méthode des cellules coupées avec surfaces explicites



(c) Méthode des cellules coupées avec surfaces semi-implicites algébriques



(d) Méthode des cellules coupées avec surfaces semi-implicites conservatives

Figure 2 : Profil de température adimensionnée $T^* = (T - T_0)/\Delta T_0$ selon la direction x en fonction du pas de temps de simulation, avec la méthode mono-fluide (a) et la méthode des cellules coupées (b-d), pour différentes méthodes d'intégration temporelles des surfaces coupées. Profil de référence : —; Coefficients d'avancement temporel : —●— $F_t = 0.6$; —▲— $F_t = 1.2$; —▼— $F_t = 1.6$; —◆— $F_t = 2.4$.

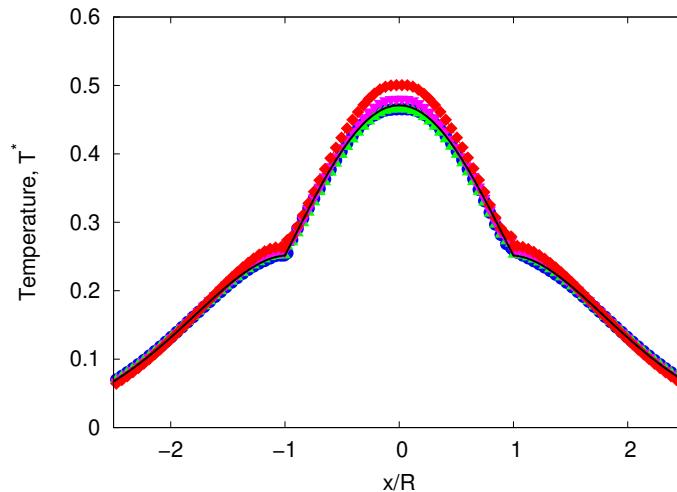


Figure 3 : Profil de température adimensionnée $T^* = (T - T_0)/\Delta T_0$ selon la direction x en fonction du schéma temporel et du pas de temps de simulation, avec la méthode des cellules coupées et une intégration temporelle semi-implicite conservative des surfaces coupées. Profil de référence : —; Schémas temporels : —●— RK3, $F_t = 2.4$; —▲— Euler, $F_t = 0.02$; —▼— Euler, $F_t = 0.1$; —◆— Euler, $F_t = 0.2$.

trois sous-pas RK3). Pour ce coefficient d'avancement temporel, le transfert de chaleur de la particule vers le fluide environnant est sous-estimé. La température au centre de la particule est par conséquent plus grande que sur le profil de référence. La convergence en pas de temps montre que des profils similaires à la simulation Runge–Kutta sont obtenues dans la simulation Euler explicite avec $F_t = 0.02$. La méthode proposée pour adapter le schéma d'avancement temporel Runge–Kutta au cas des cellules coupées est donc intéressante.

4. Conclusion

Une méthode des cellules coupées est évaluée pour la simulation des transferts de chaleur dans un écoulement diphasique, spécifiquement une particule sphérique initialement chaude en mouvement. La méthode est alliée à une discréétisation en volumes finis et une stratégie de redistribution des flux. La simulation numérique des transferts de chaleur est stable et conservatrice. La précision des champs de température prédicts dépend de l'intégration temporelle utilisée. En effet, le déplacement de l'interface au cours d'un pas de temps de simulation induit des variations rapides du volume et surfaces des cellules coupées. On utilise une intégration semi-implicite des surfaces coupées, qui satisfait la loi de conservation géométrique, et une approche particulière pour appliquer le schéma Runge–Kutta dans les cellules coupées. La méthode numérique des cellules coupées développée est stable pour des pas de temps de simulation plus élevés que la méthode mono-fluide de référence.

Références

- [1] C. W. Hirt, A. A. Amsden, and J. L. Cook. An arbitrary lagrangian-eulerian computing method for all flow speeds. *Journal of computational physics*, 14-3 (1974) 227–253.
- [2] R. Mittal and G. Iaccarino. Immersed boundary methods. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 37 (2005) 239–261.
- [3] C. S. Peskin. Numerical analysis of blood flow in the heart. *Journal of computational physics*, 25-3 (1977) 220–252.
- [4] Z. Yu, X. Shao, and A. Wachs. A fictitious domain method for particulate flows with heat transfer. *Journal of Computational Physics*, 217-2 (2006) 424–452.
- [5] G. Bois and A. du Cluzeau. Dns of turbulent bubbly flows in plane channels using the front-tracking algorithm of triocfd. In *Fluids engineering division summer meeting 58066*, American Society of Mechanical Engineers, (2017) V01CT16A005..
- [6] I.-L. Chern and P. Colella. A conservative front tracking method for hyperbolic conservation laws. *LLNL Rep. No. UCRL-97200, Lawrence Livermore National Laboratory*, 51 (1987) 83–110.
- [7] B. P. Leonard. A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 19-1 (1979) 59–98.
- [8] P. D. Thomas and C. K. Lombard. Geometric conservation law and its application to flow computations on moving grids. *AIAA journal*, 17-10 (1979) 1030–1037.
- [9] C. Calvin, O. Cueto, and P. Emonot. An object-oriented approach to the design of fluid mechanics software. *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 36-05 (2002) 907–921.
- [10] A. Sonolet, M. Grosso, G. Bois, and A. Toutant. Conservative formulations for heat transfer simulation with sharp interfaces and discontinuous properties in two-phase flows. *Computers & Fluids*, 254 (2023) 105798.
- [11] J. H. Williamson. Low-storage Runge–Kutta schemes. *Journal of computational physics*, 35-1 (1980) 48–56.

Remerciements

Ces travaux ont bénéficié d'un accès aux ressources de calcul et de stockage au TGCC au travers de l'allocation de ressources A0162B07712 attribuée par GENCI sur la partition ROME du calculateur Joliot Curie.