

# Modélisation du couplage conducto-convecto-radiatif à l'échelle continue en vue de l'optimisation topologique d'absorbeurs solaires volumiques

## Modeling conductive-convective-radiative coupling at the continuous scale for topological optimization of volumetric solar absorbers

A. de la Vauvre<sup>1,2</sup>, Y. Favenne<sup>1</sup>, L. Cangemi<sup>2</sup>, B. Rousseau<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Thermique et Energie de Nantes, Nantes Université, CNRS UMR 6607, La Chantrerie, rue Christian Pauc, CS 50609 - 44306 Nantes CEDEX 3

<sup>2</sup> IFP Energies nouvelles  
1-4 Av. du Bois Préau, 92852 Rueil-Malmaison

**Résumé** - Les absorbeurs solaires volumiques à haute température sont soumis à d'importants gradients thermiques, entraînant des fissures et une baisse de rendement en raison des pertes radiatives. Cet acte de congrès présente un outil d'optimisation topologique intégrant les phénomènes de conduction, convection et rayonnement en milieu poreux. Il permet alors de déterminer des champs de porosité optimaux permettant de limiter les gradients thermiques.

**Abstract** - High-temperature volumetric solar absorbers face challenges related to crack formation and efficiency degradation caused by significant temperature gradients and radiative losses. This study presents a topology optimization framework incorporating conducto-convecto-radiative phenomena within porous media. The proposed approach enables the design of optimal porosity distributions to mitigate these issues, enhancing structural integrity and thermal performance.

### Nomenclature (11 points, 2 colonnes)

$p$	pression Pa	$\beta$	coeffcient d'extinction , s <sup>-1</sup>
$\mathbf{u}$	vitesse, m s <sup>-1</sup>	$K_1$	perméabilité visqueuse, m <sup>2</sup>
$T_f$	Température du fluide, K	$K_2$	perméabilité inertielle, m
$T_s$	Température du solide, K	$\sigma_a$	constante de Stefan-Boltzmann, W m <sup>-2</sup> K <sup>-4</sup>
$G$	Flux radiatif infrarouge, W m <sup>-2</sup>	$\theta$	Fraction volumique de solide
$I_s$	Flux solaire incident, W m <sup>-2</sup>		
$h_\nu$	coeffcient d'échange convectif, W m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup>		

## 1. Introduction

Dans le contexte du Programme de Recherche Collaboratif ORCHESTRA piloté par le LTeN, l'objectif visé est de proposer une géométrie d'absorbeur solaire volumique ouvert capable de fournir un air chauffé à 1300 K ou plus, avec une efficacité visée de 90 % sous une exposition à un flux solaire concentré de 1-5 MWm<sup>-2</sup>.

Pour atteindre de telles conditions de fonctionnement, le récepteur volumique poreux composé d'une céramique architecturées formant un réseau inter-connecté de brins ou ligaments

doit être capable créer un transfert de chaleur efficace du solide vers l'air, limiter les pertes radiatives de l'absorbeur et supporter les contraintes très importantes.

Plusieurs travaux récents proposent des modélisations d'absorbeurs solaires volumiques à l'échelle discrète et à l'échelle homogénéisée [3]. La méthode de simulation discrète ou détaillée présente des difficultés telles que la génération du maillage volumiques pour des géométries complexes si des méthodes de résolution de champs sont utilisées. Dans ce cas, les ressources numériques nécessaires pour résoudre les équations gouvernant les physiques en question sont très importantes. Cette approche offre une méthode précise au prix de coûts de calcul très élevés. Ces calculs ne peuvent être appliqués que sur quelques pores et non sur l'absorbeur entier mais permettent de valider les lois utilisées par les calculs homogénéisés. La méthode équivalente homogène, ou méthode de moyenne volumique, considère le volume du récepteur avec des propriétés homogénéisées, déterminées soit expérimentalement, soit dérivées d'une simulation numérique détaillée. Les propriétés homogénéisées incluent l'ajout de termes semi-empiriques aux équations du modèle pour prendre en compte les effets du milieu poreux sur l'écoulement des fluides et les processus de transfert de chaleur. La principale difficulté de cette méthode rapide réside dans le choix des termes semi-empiriques appropriés, car leur sélection correcte est cruciale pour obtenir un modèle précis et fiable.

La plupart des travaux existants proposent des simulations soit en 1D [10, 16], soit avec une porosité uniforme dans l'absorbeur [4, 6, 8]. Cependant, l'idée de jouer sur une porosité variable dans l'espace commence à être regardée. Les travaux de Du et al. [7] démontrent que la mise en place d'un gradient radial de porosité prenant en compte l'aspect non uniforme du flux radiatif incident permet une augmentation de l'efficacité de 4.1% comparé au meilleur absorbeur à porosité uniforme. Les travaux de Chen et al. et de Brunser et al. [5, 11] proposent une porosité variant dans la profondeur de l'absorbeur afin d'augmenter la température du fluide en sortie.

L'objectif ici est de proposer un outil de simulation et d'optimisation numérique capable de donner le champ de porosité d'absorbeur solaire ouvert à géométrie optimisée pour un problème donné, tout en prenant en compte les contraintes de faisabilité industrielles lors de la conception.

## 2. Principe et modélisation de l'absorbeur solaire volumique

Les absorbeurs solaires volumiques à concentration consistent en un matériaux poreux à travers lequel passe un flux d'air et un flux radiatif. Contrairement aux absorbeurs solaires surfaciques, l'aspect poreux du matériaux permet d'augmenter significativement la surface d'échange entre le solide et le fluide, conduisant à une baisse significative de la température du solide à la surface d'entrée du flux radiatif et donc de diminuer les pertes dues à la ré-émission radiative du solide.

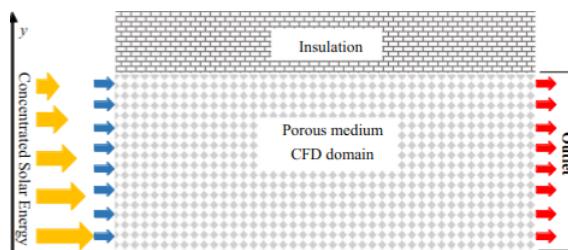


Figure 1 : Schéma représentatif de l'absorbeur solaire, issu de [8]

## 2.1. Modèle de transfert au sein de l'absorbeur

Le modèle direct complet est composé de quatre physiques couplées : le transfert radiatif, l'écoulement du fluide et les transferts d'énergie au sein du fluide et du solide.

L'écoulement du fluide est régi par l'équation de Darcy-Forcheimer, prenant en compte les composantes de perméabilité visqueuse et inertielle volumiques dues aux interactions avec le milieu poreux.

$$-\nabla p = \underbrace{\frac{\mu}{K_1} \mathbf{u}}_{Darcy} + \underbrace{\frac{\rho}{K_2} \|\mathbf{u}\| \mathbf{u}}_{Forcheimer} \quad (1)$$

où  $p$  est la pression,  $\mathbf{u}$  la vitesse de l'écoulement,  $\nu$  et  $\rho$  la viscosité et densité du fluide.

L'équation du transfert radiatif (ETR) décrit le champ d'intensité radiative à l'intérieur d'une enceinte en fonction des variables de position et de direction. L'équation ETR dans un problème couplé de transfert de chaleur peut nécessiter des simplifications afin de réduire le temps de calcul requis. La littérature traite ainsi le flux radiatif en deux partie : la propagation du flux solaire entrant d'une part et la propagation du flux infrarouge émis d'autre part.

Le transport du flux entrant collimaté peut être défini par :

$$\mathbf{S} \cdot \nabla I_s + \beta(\theta) I_s = 0 \quad (2)$$

où  $\mathbf{S}$  est la direction de propagation et  $\beta$  le coefficient d'extinction dépendant de la porosité.

Pour le flux ré-émis, l'émission de rayonnement par le solide est considéré comme isotrope, le modèle utilisé est le modèle  $P1$ , un modèle au moment d'ordre 1 issu de la ETR couramment utilisé dans les simulations d'absorbeurs solaires volumiques [3].

$$-\nabla \cdot \left( \frac{1}{3\beta(\theta)} \nabla G \right) + \beta(\theta) (G - 4\sigma_a T_s^4) = 0 \quad (3)$$

où  $G$  est la radiation incidente totale tel que  $G = \int_{4\pi} I \, d\Omega$ ,  $\sigma_a$  la constante de Stefan-Boltzmann et  $T_s$  la température du solide. C'est un simple équation de diffusion.

Les équations de l'énergie sont traitées par l'approche DTL (Déséquilibre Thermique Local), où chaque point est défini par une température fluide et une solide, couplées par un terme d'échange thermique. L'équation de transfert d'énergie au sein du fluide est une équation conducto-convective, l'air étant considéré transparent et non émissif, seul le terme d'échange volumique avec le solide apparaît :

$$-\nabla \cdot (k_f \nabla T_f) + h_\nu(\theta)(T_f - T_s) + \rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T_f = 0 \quad (4)$$

où  $k_f$  est le coefficient de conduction du fluide,  $h_\nu$  le coefficient d'échange convectif dépendant de la porosité,  $\rho$  la densité du fluide,  $C_p$  sa capacité calorifique et  $\mathbf{u}$  la vitesse de l'écoulement.

Enfin, l'équation thermique du solide est une équation de conduction à laquelle s'ajoute le terme d'échange avec le fluide, les termes d'absorption des flux solaires et infra-rouges ainsi que le terme de la loi de Planck :

$$-\nabla \cdot (k_{se}(\theta) \nabla T_s) + \beta(\theta)(4\sigma_a T_s^4 - G - I_s) + h_\nu(\theta)(T_s - T_f) = 0 \quad (5)$$

où  $k_{se}$  est le coefficient de conduction effectif du solide dépendant de la porosité.

Ces équations forment le modèle numérique complet gouvernant l'ensemble des transferts au sein de l'absorbeur à l'échelle continue, notons formellement  $F(\theta, (I_s, G, \mathbf{u}, p, T_f, T_s))$  ce modèle pour lequel il faut encore définir les paramètres en fonction de la porosité.

## 2.2. Définition des paramètres en fonction de la porosité

Les modélisations à l'échelle homogénéisée utilisent des propriétés physiques moyennées sur un volume élémentaire. L'objectif étant de définir un champ de porosité optimisé, chaque paramètre doit être défini sur un intervalle de définition donné de porosité assez large. Dans la littérature des échangeurs solaires, les propriétés matériau utilisées sont la plupart du temps issues de corrélations empiriques ou numériques, mais proviennent rarement d'un processus d'homogénéisation rigoureux. De plus ces corrélations sont en général faites sur une plage de forte porosité. Nous avons choisi de nous référer dans un premier temps à ce type de corrélations, bien que l'utilisation de propriétés homogénéisées soient préférable du point de vue de l'optimisation topologique. Dans le cadre d'un absorbeur solaire, les paramètres de la physique dépendant de la porosité sont le coefficient d'extinction  $\beta$ , la conductivité du solide  $k_{se}$ , la coefficient d'échange volumique  $h_\nu$  et les perméabilités  $K_1$  et  $K_2$ .

La loi pour le coefficient d'extinction est définie par la corrélation de Hendricks et Howell [9], définie dans un milieu poreux type SiC, la corrélation est largement utilisée dans le milieu des absorbeurs solaires :

$$\beta = \frac{4.8 \theta}{d_p} \quad (6)$$

où  $d_p$  est le diamètre des pores et  $\theta$  la fraction volumique de solide.

Les valeurs des coefficients de perméabilité visqueux  $K_1$  et inertiel  $K_2$  utilisées dans l'équation de Darcy–Forcheimer sont issues des mesures expérimentales et numériques de Wu et Caliot [14] :

$$K_1 = \frac{d_p^2}{1039 - 1002(1 - \theta)} ; K_2 = \frac{d_p}{0.5138(1 - \theta)^{-5.739}} \quad (7)$$

Le coefficient de conduction effectif du solide est définie par la formulation empirique de Schuetz–Glicksman [12] :

$$k_{se} = \frac{1}{3} \theta k_s \quad (8)$$

Le coefficient d'échange convectif entre le fluide et le solide  $h_\nu$  est issu des mesures réalisées par Fu et Viskanta [13] :

$$h_\nu = \frac{k_f}{d_p^2} 0.187 R_e^{1.1} \quad (9)$$

où  $R_e$  est le nombre de Reynold définie par :  $R_e = \rho u d_p / \mu$ .

## 3. Définition du problème d'optimisation topologique

Formellement, l'objectif est de minimiser une fonction de coût dépendante de l'état d'un système,

$$\min_{\alpha} \mathcal{J}(\theta, \phi(\theta)) \text{ sujet à } F(\theta, \phi) = 0 \quad (10)$$

avec  $\mathcal{J}$  la fonction de coût du problème d'optimisation,  $\theta$  la variable de contrôle,  $\phi$  les variables d'états associées à un problème physique (ici  $\phi = \{I_s, G, \mathbf{u}, p, T_f, T_s\}$ ) et  $F(\theta, \phi)$  les équations du problème physique (sous forme de contraintes d'égalité). Ici, la variable de contrôle est la fraction volumique de solide  $\theta$  (le matériau est pour le moment considéré isotrope à diamètre de pores constant).

La recherche de ce minimum peut se faire par une méthode de descente de gradient calculée à partir de l'état adjoint, c'est-à-dire un système d'équations auxiliaires au modèle direct utilisé pour calculer les sensibilités de la fonction de coût par rapport aux paramètres du système [2, 1]. Le calcul du problème direct et des états adjoints doit être fait à chaque itération, nécessitant donc de choisir des modèles avec un temps de résolution assez court si le nombre d'itérations est important.

À l'échelle homogénéisée, la solution obtenue étant un champ de porosité, un travail de déhomogénéisation supplémentaire doit donc être effectué afin d'obtenir une géométrie 3D avec un réseau solide inter-connecté et une phase fluide environnante bien séparée par une interface air/fluide.

## 4. Applications numériques

### 4.1. Validation de la modélisation dans un absorbeur à porosité uniforme

Les premiers résultats présentés sont des modélisations bidimensionnelles non optimisées d'absorbeur, c'est-à-dire à porosité uniforme, afin de valider le modèle direct présentant les équations de transport couplées, décrites en section 2.1. Le flux radiatif et la vitesse de l'air sont considérés uniforme en entrée ce qui revient à une simulation en 1D. La forme faible des équations de transport (2) et (4) sont écrites avec la formulation SUPG (Streamline upwind Petrov–Galerkin) pour stabiliser la résolution des schémas. Le terme non linéaire de l'émission radiative dans l'équation thermique du solide ( $4\sigma_a T_s^4$ ) est linéarisé avec la méthode de Newton-Raphson.

L'algorithme présenté est développé dans le logiciel open-source Freefem++ pour la résolution du problème faiblement couplé.

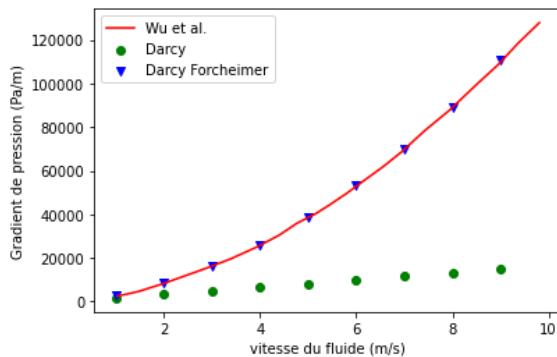


Figure 2 : Comparaison aux résultats de Wu et al. [14] du gradient de pression pour différente vitesse de fluide

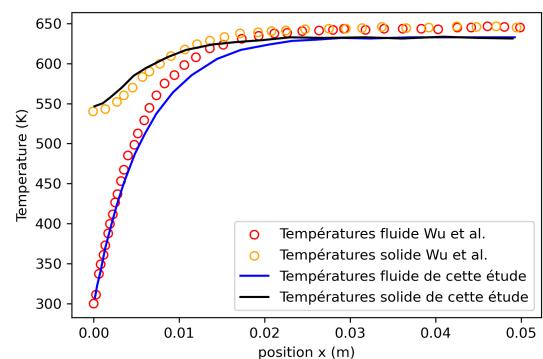


Figure 3 : Comparaison aux résultats de Wu et al. [15] des température en fonction de la profondeur

Les résultats issus de notre modélisation ont été comparé à ceux de Wu et Caliot [15, 16, 14]. Pour la simulation de l'écoulement du fluide, les résultats obtenus sont similaires aux données

de Wu [14]. De plus, les résultats mettent en évidence l'importance du terme de Forcheimer, c'est-à-dire des effets inertIELS de l'écoulement du fluide dans le milieu poreux.

La simulation avec le couplage complet conducto-convecto-radiatif est comparé aux champs de température obtenue par Wu et al. [15]. Les courbes de température obtenues ont des évolutions comparables. L'écart de température en sortie d'absorbeur de l'ordre de 3.5 % s'explique par des choix de paramètres physiques légèrement différents afin de simplifier l'implémentation de l'outil d'optimisation. Il faut noter que l'équilibre thermique est atteint à la moitié de l'absorbeur. Cet espace "non utilisé", c'est-à-dire la partie en profondeur où la température de l'air n'évolue plus, laisse supposer qu'une marge de progression est possible, notamment pour réduire le gradient de température du fluide subie proche de l'entrée de l'absorbeur.

#### 4.2. Optimisation d'un absorbeur solaire à flux radiatif non uniforme

La géométrie est un rectangle de longueur 5 cm et de hauteur 3 cm. Une vitesse uniforme de 1 m.s<sup>-1</sup> est imposé pour le fluide en entrée sur le côté gauche est une pression constante est imposé en sortie sur le côté droit. Le flux radiatif solaire entrant à gauche est considéré collimaté avec une distribution gaussienne tel que :

$$I_0(r) = 1.2 \times 10^6 \exp(-2560r^2) W m^{-2} \quad (11)$$

Pour un solide en carbure de silicium, SiC, la valeur de la conduction vaut 80 W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>, Le fluide est de l'air considéré comme un gaz parfait, la viscosité et la capacité calorifique sont prises constantes en première approximation ( $C_p = 1000 J kg^{-1} K^{-1}$  et  $\mu = 1.6 10^{-5} kg m^{-1} s^{-1}$ ). Les bords haut et bas sont considérés comme des murs imperméables, adiabatiques et réfléchissants. L'objectif est de minimiser les gradients de température du solide à l'intérieur de l'absorbeur pour assurer la tenue mécanique de la pièce. On prend comme fonction de coût :

$$\mathcal{J} = \int_{\Omega} \nabla T_s \cdot \nabla T_s dx \quad (12)$$

La porosité est initialisée à 90 % dans l'absorbeur ( $\theta = 0.1$ ). Avec ce champ de porosité, la température du solide (voir figure 2) se situe entre 980 et 1200 K avec de forts gradients, particulièrement en entrée de l'absorbeur, allant jusqu'à 200 K cm<sup>-1</sup> (voir figure 4).

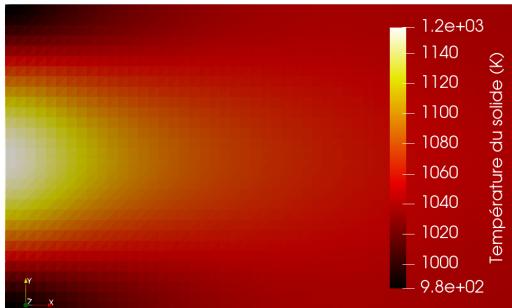


Figure 4 : Champ de température du solide avec  $\theta = 0.1$

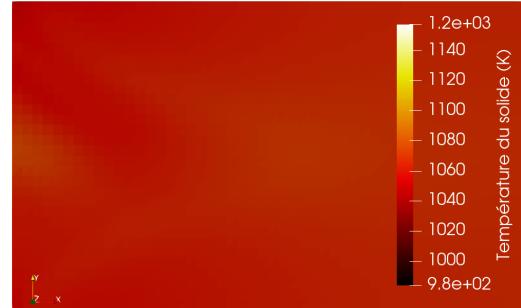


Figure 5 : Champ de température du solide avec la porosité optimale donnée dans la figure 7

Après optimisation, la température du solide varie entre  $1048\text{ K}$  et  $1077\text{ K}$ , avec un gradient thermique maximal inférieur à  $40\text{ K cm}^{-1}$  (voir figure 5), l'évolution de la fonction coût avec les itérations d'optimisation est présenté en figure 6. Le champ de porosité obtenu (voir figure 7) montre une diminution de la fraction de solide à l'entrée du flux radiatif, à la fois pour concentrer le fluide et pour réduire l'absorption du flux solaire, permettant ainsi une meilleure répartition en profondeur dans l'absorbeur. Bien que le rendement ne soit pas la fonction de coût, la température moyenne du fluide en sortie passe de  $1051\text{ K}$  à  $1068\text{ K}$  grâce à la baisse de la température du solide à proximité de l'entrée, ce qui entraîne une diminution des pertes radiatives. Cela correspond à une amélioration du rendement, passant de  $89,8\%$  à  $92,1\%$ .

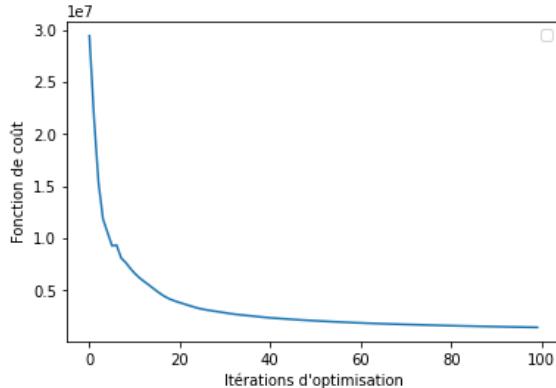


Figure 6 : Evolution de la fonction de coût

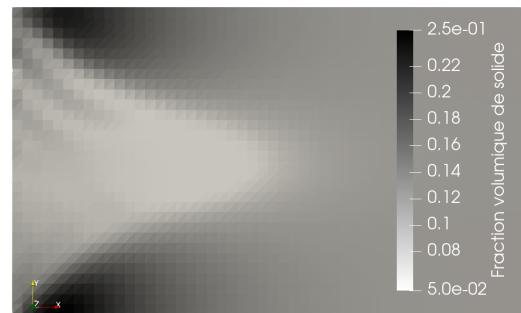


Figure 7 : Champ optimal de fraction volumique de solide

## 5. Conclusion

La technologie des absorbeurs volumiques ouverts produisant de l'air à haute température suscite beaucoup d'intérêt, car elle offre des avantages environnementaux et techniques importants. Cependant, certains défis majeurs, comme les contraintes thermo-mécaniques subies par le matériau, persistent. L'outil d'optimisation du champ de porosité permet, sous condition de simplifications de certaines physiques et d'un paramétrage adéquat des grandeurs physiques liées au champ de porosité, de proposer des géométries répondant aux enjeux d'intégrité définis dans la fonction de coût. L'optimisation montrée ici permet de diviser par 5 le gradient de température maximal pour un temps de calcul de quelques minutes. D'autres types de contraintes peuvent être implémentés, comme une maximisation du rendement ou une température cible en sortie pour le fluide, si celle-ci est demandée.

## Remerciements

Cette thèse est réalisé dans le cadre de l'ANR ORCHESTRA, établie entre le laboratoire LTeN de Nantes, l'IFPEN (site de Rueil-Malmaison), l'IRCER de Limoges et le GeM de Nantes.

## Références

- [1] P. G. O. Agyekum. *Homogenization method for topology optimization of a coupled thermal fluid-structures built with composite materials*. PhD thesis.
- [2] G. Allaire, E. Bonnetier, G. Francfort, and F. Jouve. Shape optimization by the homogenization method. *Numer. Math.*
- [3] A. Avila-Marin, J. Fernandez-Reche, and A. Martinez-Tarifa. Modelling strategies for porous structures as solar receivers in central receiver systems : A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 111 :15–33, Sept. 2019.
- [4] X. Chen, X.-L. Xia, H. Liu, Y. Li, and B. Liu. Heat transfer analysis of a volumetric solar receiver by coupling the solar radiation transport and internal heat transfer. *Energy Conversion and Management*, 114 :20–27, Apr. 2016.
- [5] X. Chen, X.-L. Xia, X.-L. Meng, and X.-H. Dong. Thermal performance analysis on a volumetric solar receiver with double-layer ceramic foam. *Energy Conversion and Management*, 97 :282–289, June 2015.
- [6] S. Du, Y.-L. He, W.-W. Yang, and Z.-B. Liu. Optimization method for the porous volumetric solar receiver coupling genetic algorithm and heat transfer analysis. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 122 :383–390, July 2018.
- [7] S. Du, T. Xia, Y.-L. He, Z.-Y. Li, D. Li, and X.-Q. Xie. Experiment and optimization study on the radial graded porous volumetric solar receiver matching non-uniform solar flux distribution. *Applied Energy*, 275 :115343, Oct. 2020.
- [8] W. Fuqiang, T. Jianyu, M. Lanxin, S. Yong, T. Heping, and L. Yu. Thermal performance analysis of porous medium solar receiver with quartz window to minimize heat flux gradient. *Solar Energy*, 108 :348–359, Oct. 2014.
- [9] T. J. Hendricks and J. R. Howell. Absorption/Scattering Coefficients and Scattering Phase Functions in Reticulated Porous Ceramics. *Journal of Heat Transfer*, 118(1) :79–87, Feb. 1996.
- [10] S. Mey. *Absorbeur solaire volumique haute température à propriétés optiques contrôlées*. PhD thesis, 2016.
- [11] S. Sas Brunser and A. Steinfeld. Design and Optimization of Hierarchically Ordered Porous Structures for Solar Thermochemical Fuel Production Using a Voxel-Based Monte Carlo Ray-Tracing Algorithm. *ACS Engineering Au*, 3(5) :326–334, Oct. 2023.
- [12] M. Schuetz and L. Glicksman. A Basic Study of Heat Transfer Through Foam Insulation. *Journal of Cellular Plastics*, 20(2) :114–121, Mar. 1984.
- [13] X. Viskanta, R. and J. Gore. Measurement and correlation of volumetric heat transfer coefficients of cellular ceramics. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 17(4) :285–293, Aug. 1998.
- [14] Z. Wu, C. Caliot, F. Bai, G. Flamant, Z. Wang, J. Zhang, and C. Tian. Experimental and numerical studies of the pressure drop in ceramic foams for volumetric solar receiver applications. *Applied Energy*, 87(2) :504–513, Feb. 2010.
- [15] Z. Wu, C. Caliot, G. Flamant, and Z. Wang. Coupled radiation and flow modeling in ceramic foam volumetric solar air receivers. *Solar Energy*, 85(9) :2374–2385, Sept. 2011.
- [16] Z. Wu, C. Caliot, G. Flamant, and Z. Wang. Numerical simulation of convective heat transfer between air flow and ceramic foams to optimise volumetric solar air receiver performances. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54(7) :1527–1537, Mar. 2011.