Réseaux de neurones informés par la physique pour la reconstruction de courants de gravité

Yoann Cheny, Mickaël Delcey, Adrien Ganz & Sébastien K. de Richter
Université de Lorraine, France
yoann.cheny@univ-lorraine.fr

Contexte & Objectifs

Situation typique : étude d'écoulements 3D à partir d'observations expé. 0D, 2D

Écoulements de Poudres et Suspensions, courants de gravité écoulements induits par $\Delta\rho$

Lock-exchange configuration
Western Washington University

Métrologie des courants de gravité :

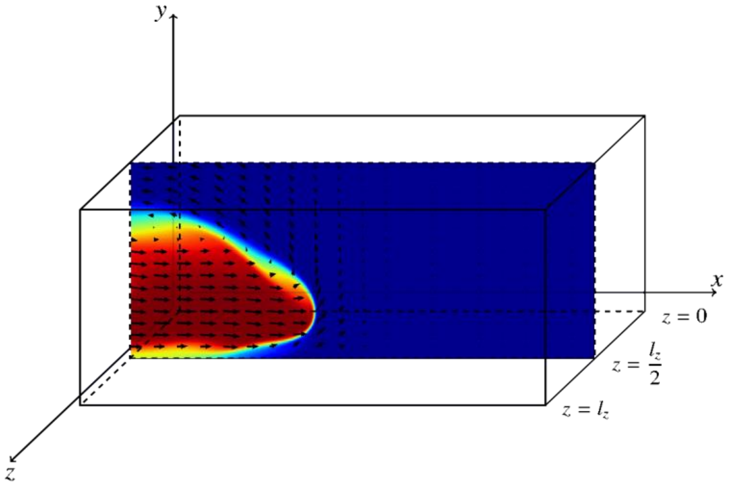
- (u, v) : Particle Image Velocimetry (PIV *2D-2C*)
- ρ : Planar Laser Induced Fluorescence (PLIF)
- $\overline{\rho} = \int \rho(z)dz$ Light Attenuation Technique (LAT)

Mesures volumétriques onéreuses : RMN, Tomo-PIV, 3D-LIF, 3DBoS...

Contexte & Objectifs

Situation typique : étude d'écoulements 3D à partir d'observations expé. 0D, 2D

Écoulements de Poudres et Suspensions, courants de gravité écoulements induits par $\Delta\rho$



PLIF + PIV : (ρ, u, v) at $z = \frac{l_z}{2}$

Métrologie des courants de gravité :

- (u, v) : Particle Image Velocimetry (PIV *2D-2C*)
- ρ : Planar Laser Induced Fluorescence (PLIF)
- $\overline{\rho} = \int \rho(z)dz$ Light Attenuation Technique (LAT)

Mesures volumétriques onéreuses : RMN, Tomo-PIV, 3D-LIF, 3DBoS...

Peut-on reconstruire l'écoulement 3D (ρ, u, v, w, p) à partir de données lacunaires ? **[Delcey et al. 2023]**

Contexte & Objectifs

Deux classes de méthodes pour la reconstruction d'écoulement :

- **Méthodes orientées données** (POD, PCA, Machine Learning)

  ⊗ Requiert une connaissance *a priori* de l'écoulement

- **Assimilation de données :**

  Idée directrice : associer les données observées à un modèle physique (CFD)

  ⊗ Procédure itérative très gourmande en ressources CPU
  Pas adapté à l'assimilation des grandeurs intégrées

Point de départ : **P**hysics-**I**nformed **N**eural **N**etworks (PINNs) [**Raissi et al. 2020**]

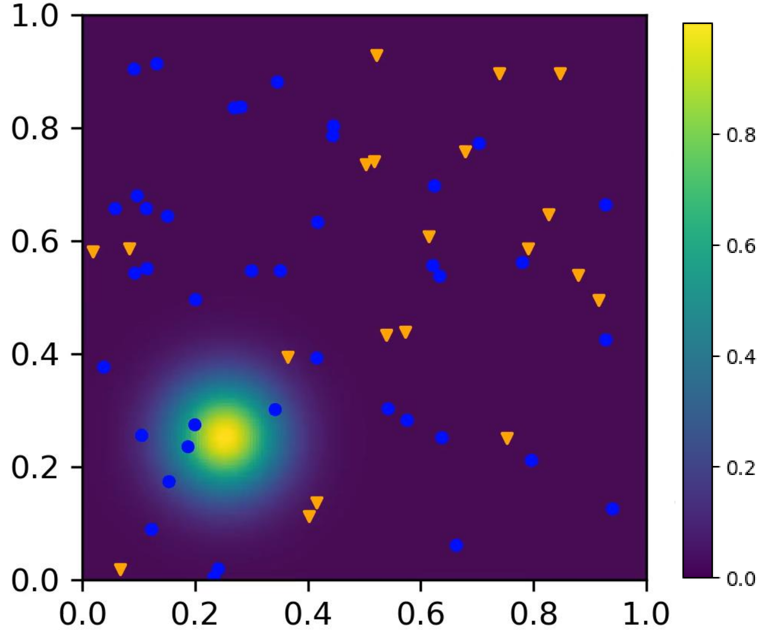
Enrichissement du Deep Learning par la physique sous-jacente (EDP)

Principe des PINNs

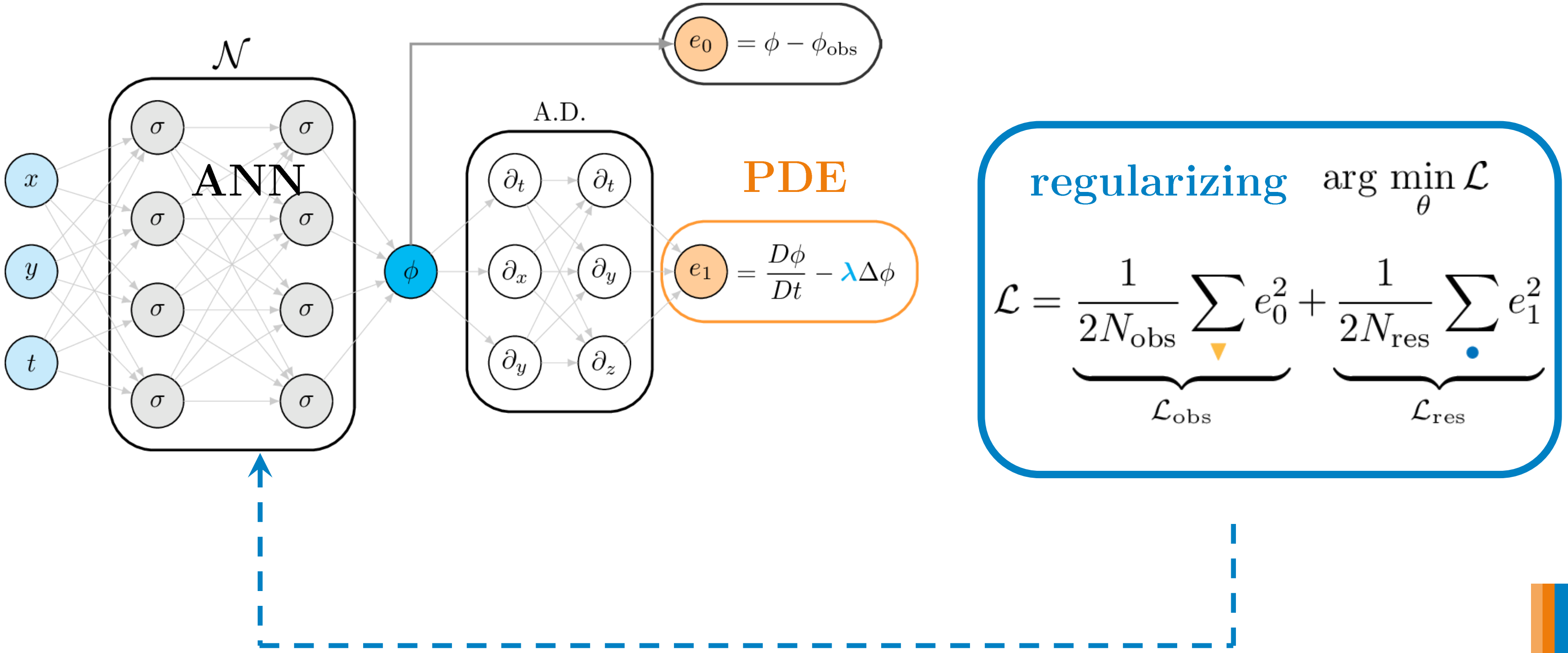
PINNs pour la reconstruction d'écoulements

Exemple simple : advection-diffusion $$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\phi - \lambda\Delta\phi = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{v} = (1,1)^{\mathrm{T}}$$

- ▼ N_{obs} points d'observation ϕ_{obs}
- ● N_{res} points de collocation



PINNs correspondent au pipeline "**ANN-PDE-regularizing**" **[Kim et al. 21]**



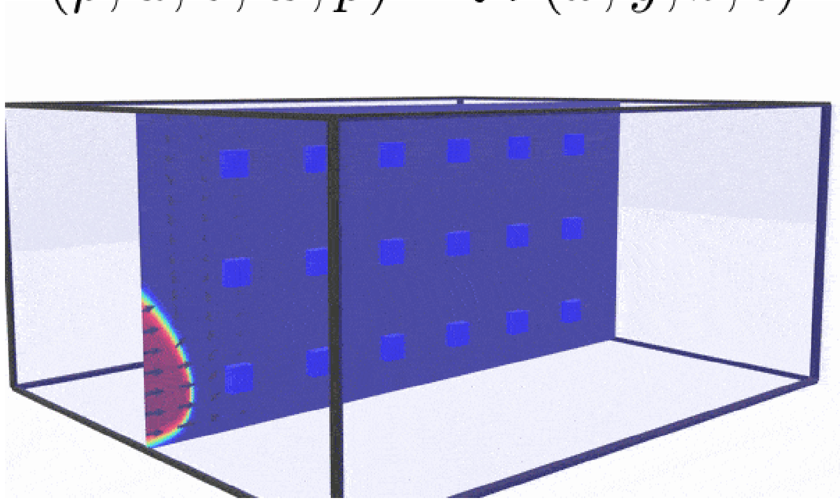
$$\theta_{n+1} = \theta_n - \eta\nabla_\theta\mathcal{L}(\theta)$$

In fine : $\phi \simeq \mathcal{N}(x,y,t)$

PINNs pour la reconstruction d'écoulements

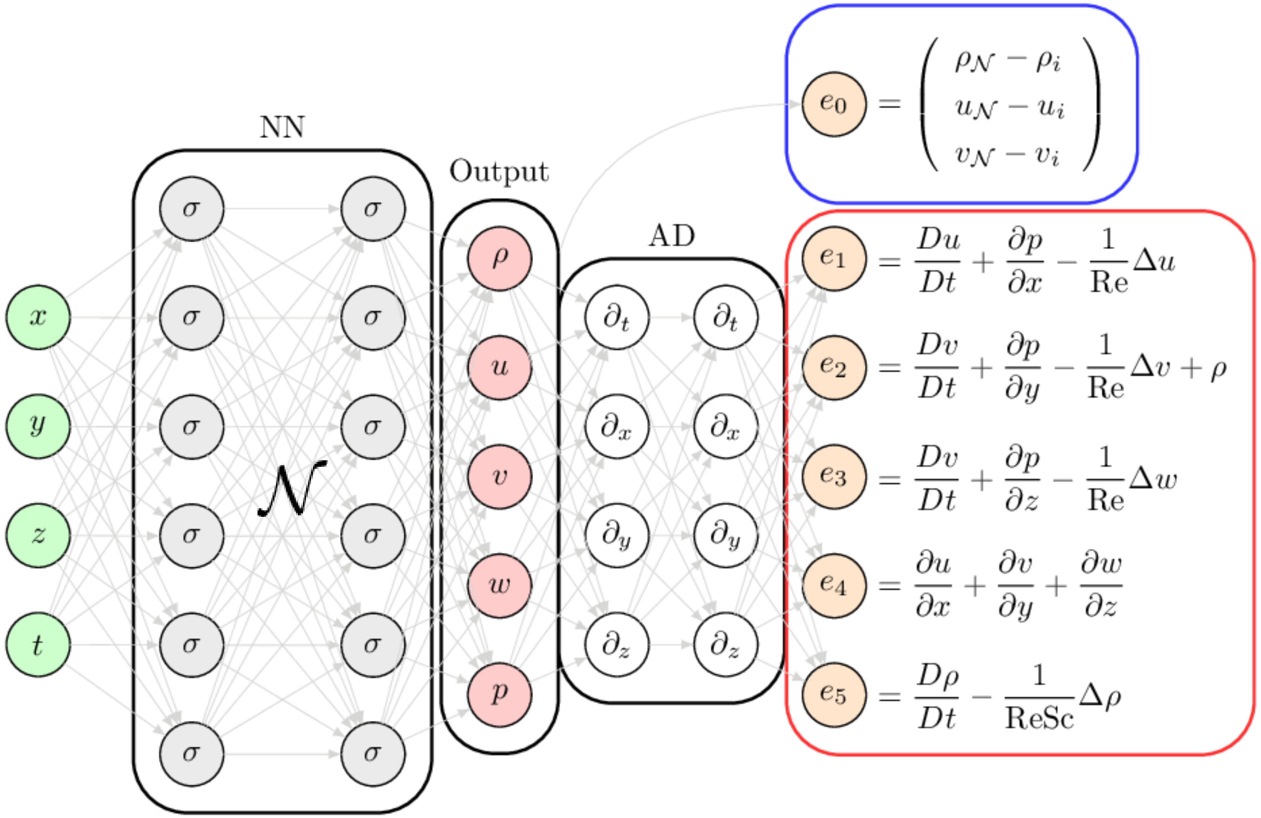
Reconstruction des courants de gravité

$$(\rho, u, v, w, p) \simeq \mathcal{N}(x, y, z, t)$$



Représentation des données (cas PLIF-PIV)

- points d'observation
- points de collocation



$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2N_{\text{obs}}} \sum_{\blacksquare} e_0^2}_{\mathcal{L}_{\text{obs}}} + \underbrace{\frac{1}{2N_{\text{res}}} \sum_{\bullet} \sum_{k=1}^{5} e_k^2}_{\mathcal{L}_{\text{res}}}$$

Un paradigme versatile et en plein essor

Physique connue

Qté de données

- Pour les problèmes « directs » :

EDP+C.L.+C.I. connues $\Rightarrow$ (ρ, u, v, w, p)

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{res}} + \mathcal{L}_{\text{C.L.}} + \mathcal{L}_{\text{C.I.}}$$

- Et les problèmes « indirects » :
  - **Reconstruction d'écoulement :**

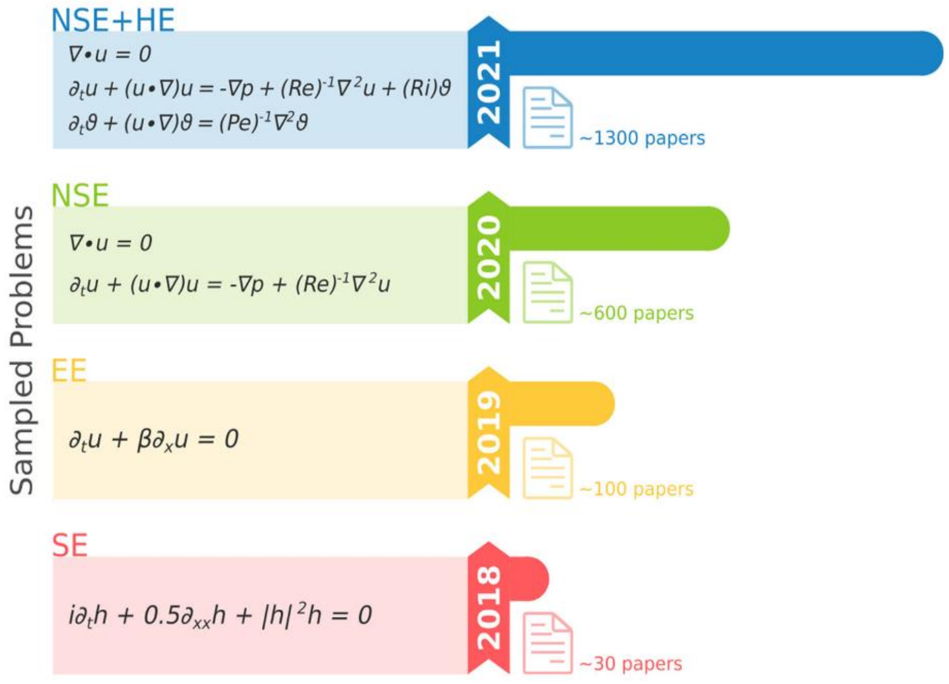
EDP + $(\rho, u, v)_{\text{obs}}$ $\Rightarrow$ (ρ, u, v, w, p)

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{res}} + \mathcal{L}_{\text{obs}}$$

  - **« Découverte » de modèles :**

$$\begin{cases} (u, v, p)_{\text{obs}} \quad + \quad \dfrac{\mathrm{D}\boldsymbol{v}}{\mathrm{D}t} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \text{avec} \quad \sigma = \alpha p \mathcal{I} + \beta(\nabla \mathbf{v} + \nabla^{\dagger} \mathbf{v}) + {}'' \gamma \dfrac{1}{p} \nabla(p\mathbf{v})'' \end{cases}$$

$$\alpha = -1, \beta = \frac{1}{Re}, \gamma = 0$$



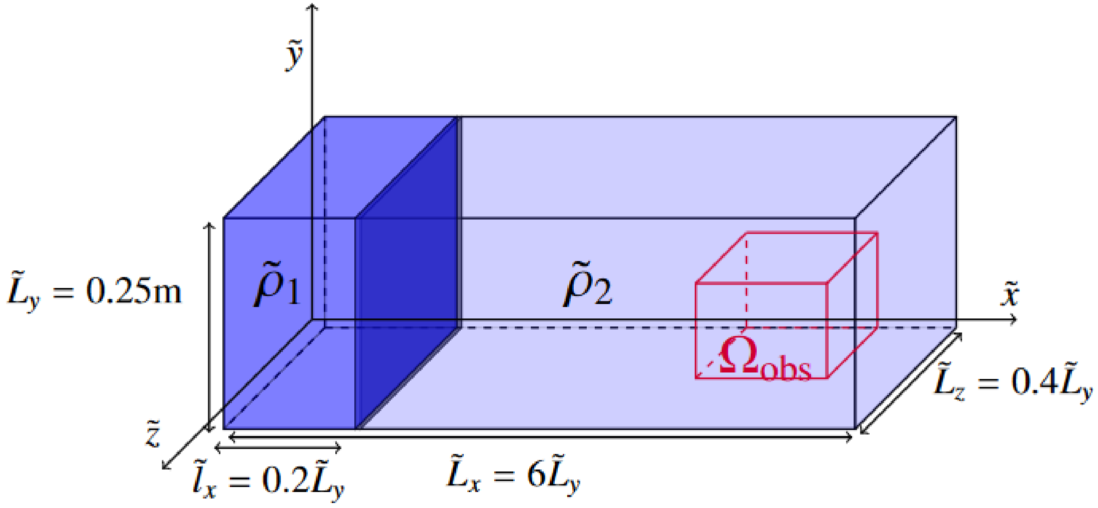
Cuomo etal. (2022)

$\Rightarrow$ Énorme potentiel pour trouver des modèles de fermeture !

Base de données
&
Cas tests étudiés

Données synthétiques pour la reconstruction d'écoulement

Cas test : Lock-Exchange Re = 5500 et Sc =1 avec hypothèse de Boussinesq



$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} + \nabla p - \frac{1}{Re}\nabla^2\boldsymbol{v} + \rho\boldsymbol{e}_y = 0$$
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\rho - \frac{1}{Re\,Sc}\nabla^2\rho = 0$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{v} = 0$$

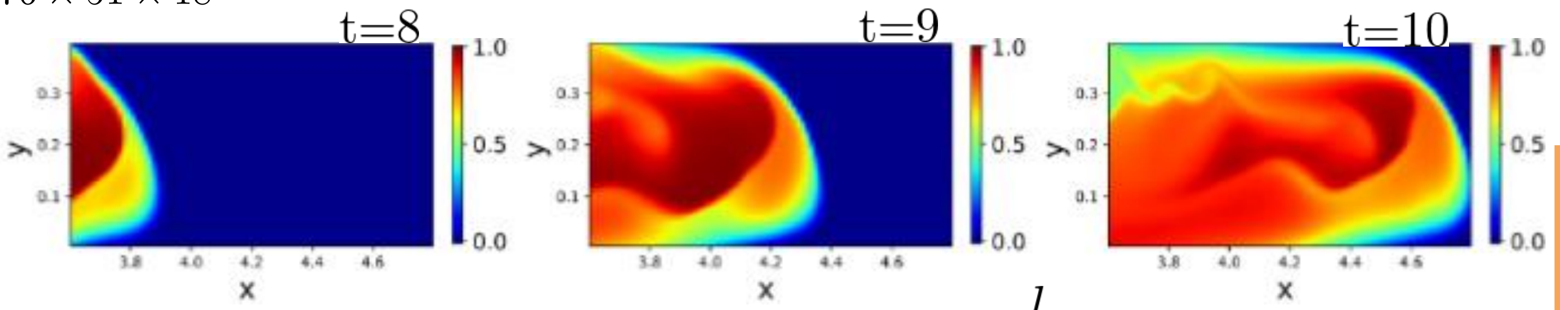
Résolu par code spectral Nek5000

Données de référence $\mathcal{D}^{\mathrm{ref}} = \left\{\rho_{\mathbf{x}}, u_{\mathbf{x}}, v_{\mathbf{x}}, w_{\mathbf{x}}, p_{\mathbf{x}}\right\}$ acquises dans Ω_{obs} pour $t \in [8, 10]$

domaine spatio-temporel discrétisé unif. $50 \times 76 \times 51 \times 18$

$|\mathcal{D}^{\mathrm{ref}}| = 14M$

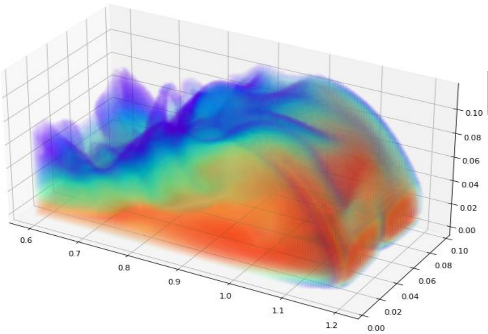
- Construction de dispositifs exp. synthétiques
- Pour mesurer l'erreur de l'inférence



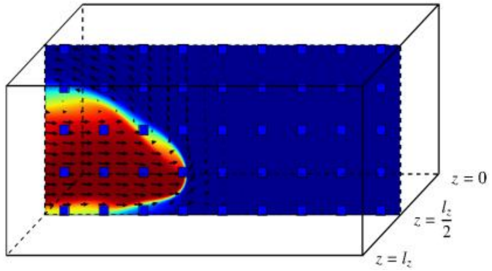
Isovaleurs de ρ à $z = \dfrac{l_z}{2}$

Cas tests

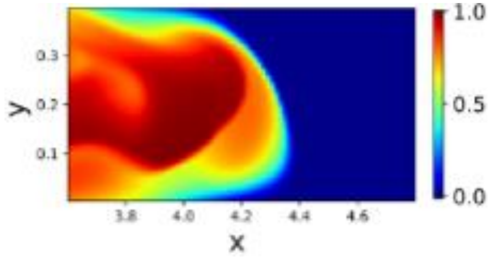
- **3D-LIF :** mes. volumétriques de ρ dans Ω_{obs}
  experimental cost : $\star\star\star\star\star$



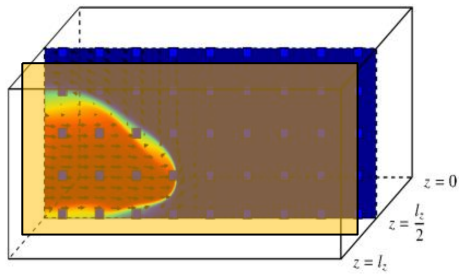
- **PLIF-PIV :** (ρ, u, v) at $z = \dfrac{l_z}{2}$
  experimental cost : $\star\star\star\star$



- **LAT :** $\overline{\rho} = \dfrac{2}{l_z} \displaystyle\int_0^{\frac{l_z}{2}} \rho(\cdot, z) dz$
  $\overline{\rho}_{\mathcal{N}} \simeq Quad_z(\rho_{\mathcal{N}})$ (trapèzes)
  $$\mathcal{L}_{\text{data}} = \frac{1}{N_{\text{data}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{data}}} ||Quad_z(\rho_{\mathcal{N}}) - \overline{\rho}_i||^2$$
  experimental cost : $\star$



- **LAT-2PIV : LAT** $+ (u, v)$ en $z = \dfrac{l_z}{2}$ et $z = \dfrac{l_z}{4}$
  experimental cost : $\star\star\star$



Résultats numériques

Erreur globale de l'inférence par PINN

Calcul de la norme L2 de l'erreur dans l'ensemble du domaine spatio-temporel $\epsilon_\rho = \frac{100}{\sup_\Omega |\rho_{\mathbf{x}}|} \sqrt{\frac{\sum_{\mathbf{x}\in\Omega} |\rho_{\mathcal{N}}(\mathbf{x}) - \rho^{\text{ref}}(\mathbf{x})|^2}{|\Omega|}}$

Réseaux de 10 couches cachées de 200 neurones, arrêt entraînement à 300 epochs, temps GPU ~ 24 h

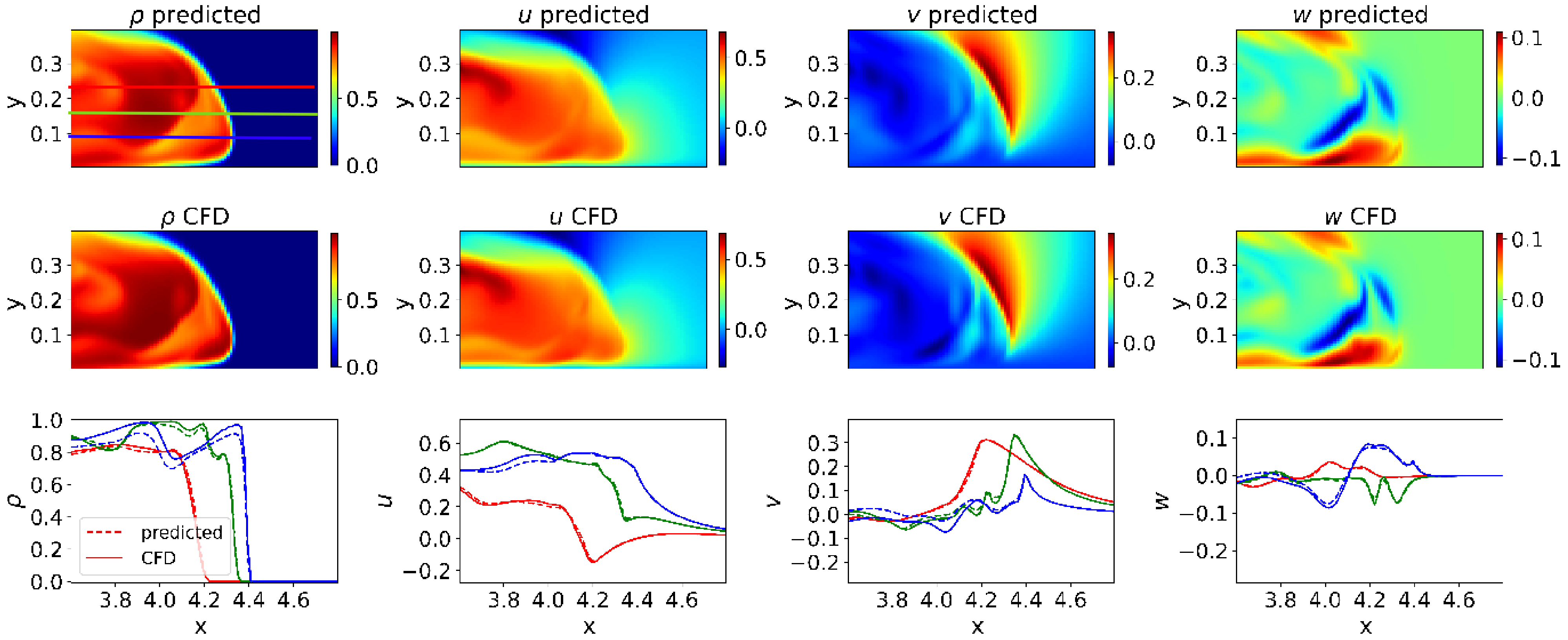
Cas	ϵ_ρ	ϵ_u	ϵ_v	ϵ_w	ϵ_p	$\bar{\epsilon}$	Coût	Data
3D-LIF	0.53%	5.99%	5.00%	4.08%	3.91%	3.90%	⋆⋆⋆⋆⋆	2800000
LAT	9.98%	14.49%	26.20%	11.24%	8.47%	14.07%	⋆	252000
PLIF-PIV	19.99%	18.20%	18.83%	8.87%	5.12%	14.20%	⋆⋆⋆⋆	756000
LAT-2PIV	5.34%	3.31%	6.36%	3.43%	1.23%	3.93%	⋆⋆⋆	1260000

Conclusions partielles :

- **3D-LIF** erreur < 6 % pour chaque cas
- **LAT** aussi précise que **PLIF-PIV** pour une fraction du coût expé (et 3 fois moins de données)
- **LAT-2PIV** permet une inférence aussi précise que 3D-LIF (tests à venir dans l'OS)

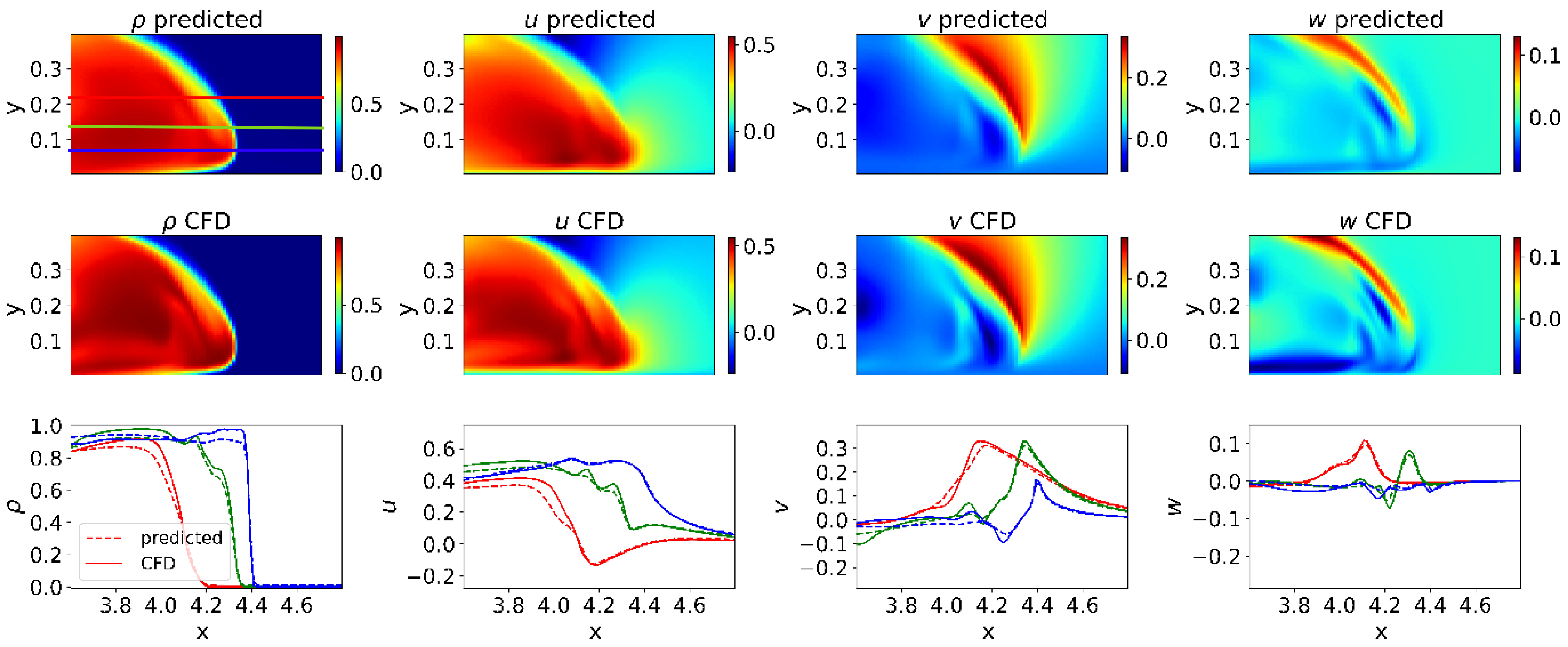
Résultats qualitatifs LAT-2PIV

Profils des champs prédits en z=0.16 i.e. proche plan de symétrie

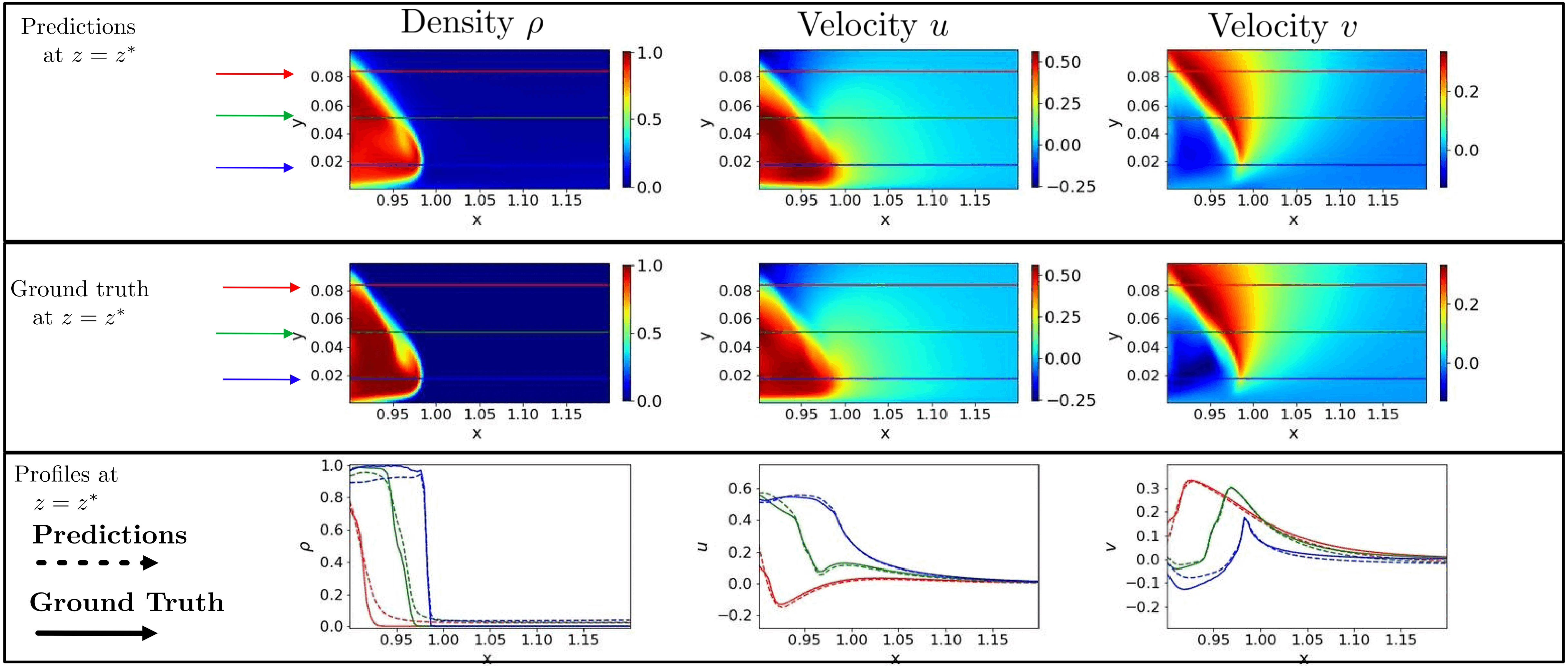


Résultats qualitatifs LAT-2PIV

Profils des champs prédits en z=0.05 i.e. proche paroi



Profiles horizontaux au cours du temps



Predictions
at $z = z^*$

Ground truth
at $z = z^*$

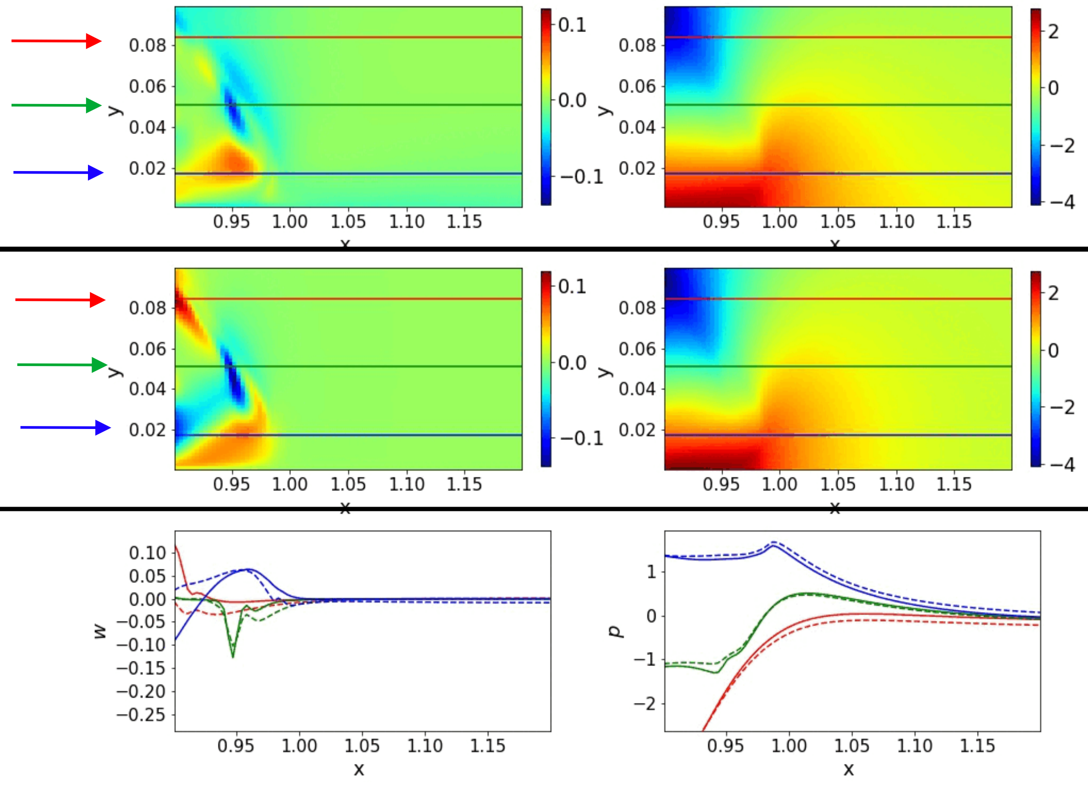
Profiles at
$z = z^*$

Predictions

Ground Truth

Velocity w

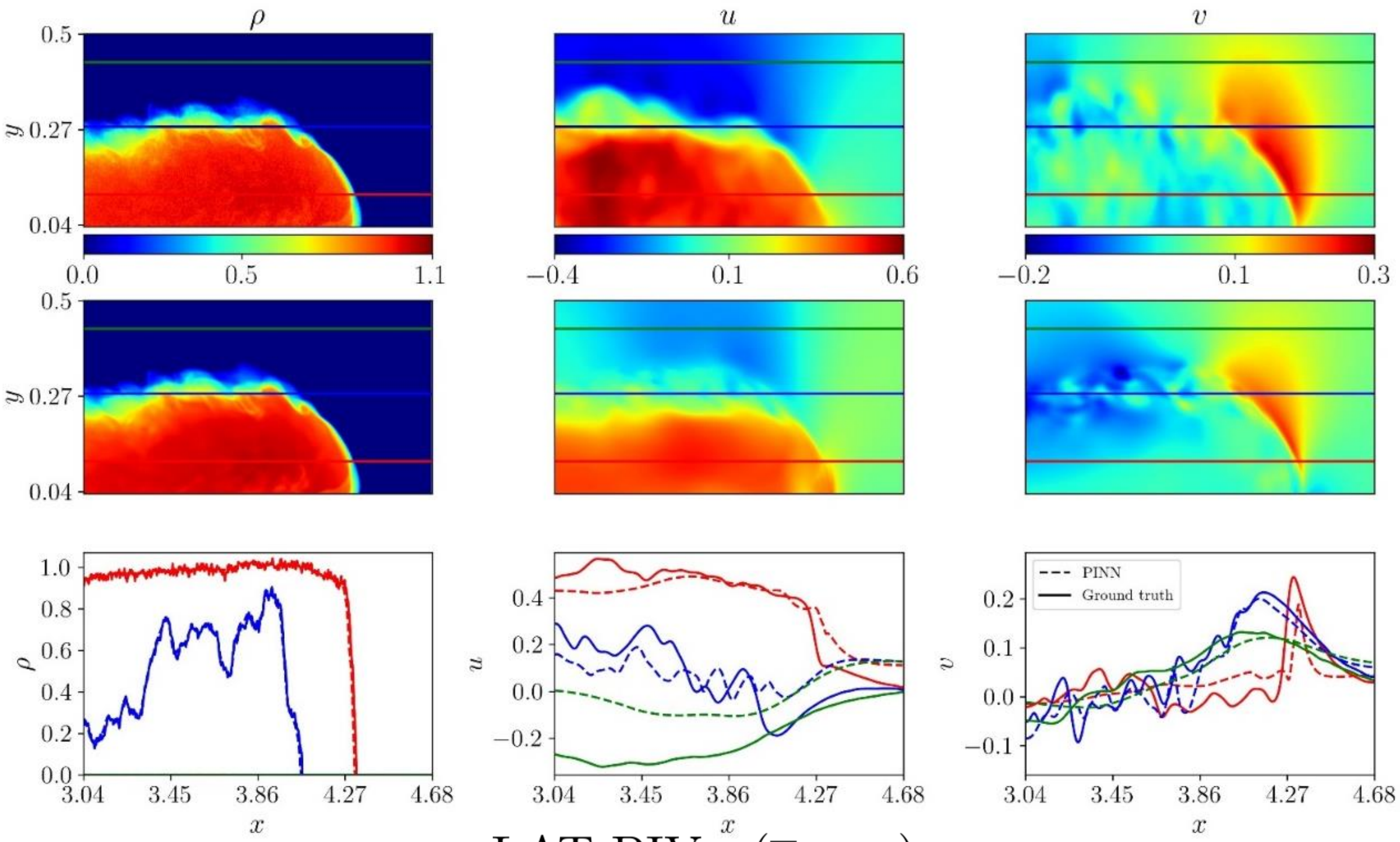
Pressure p



Conclusions

Une preuve de concept donnée sur des données synthétiques [**Delcey et al. PoF 2023**] :

- capacité de reconstruction jusqu'aux parois
- faible sensibilité au bruit (non-présenté)
- LAT-2PIV un dispositif prometteur pour l'étude exp. des courants de gravité



LAT-PIV : $(\overline{\rho}, u, v)$

Application aux données expérimentales (soumis à Ocean Modelling) :

- validation partielle (équations 2D)
- donne accès à la pression