Apport des modèles réduits pour la mesure thermique indirecte en temps réel dans un four rayonnant

Benjamin GAUME, Yassine ROUIZI, Frédéric JOLY, Olivier QUEMENER

LMEE, Univ Evry, Université Paris-Saclay, 91020 Evry, France.

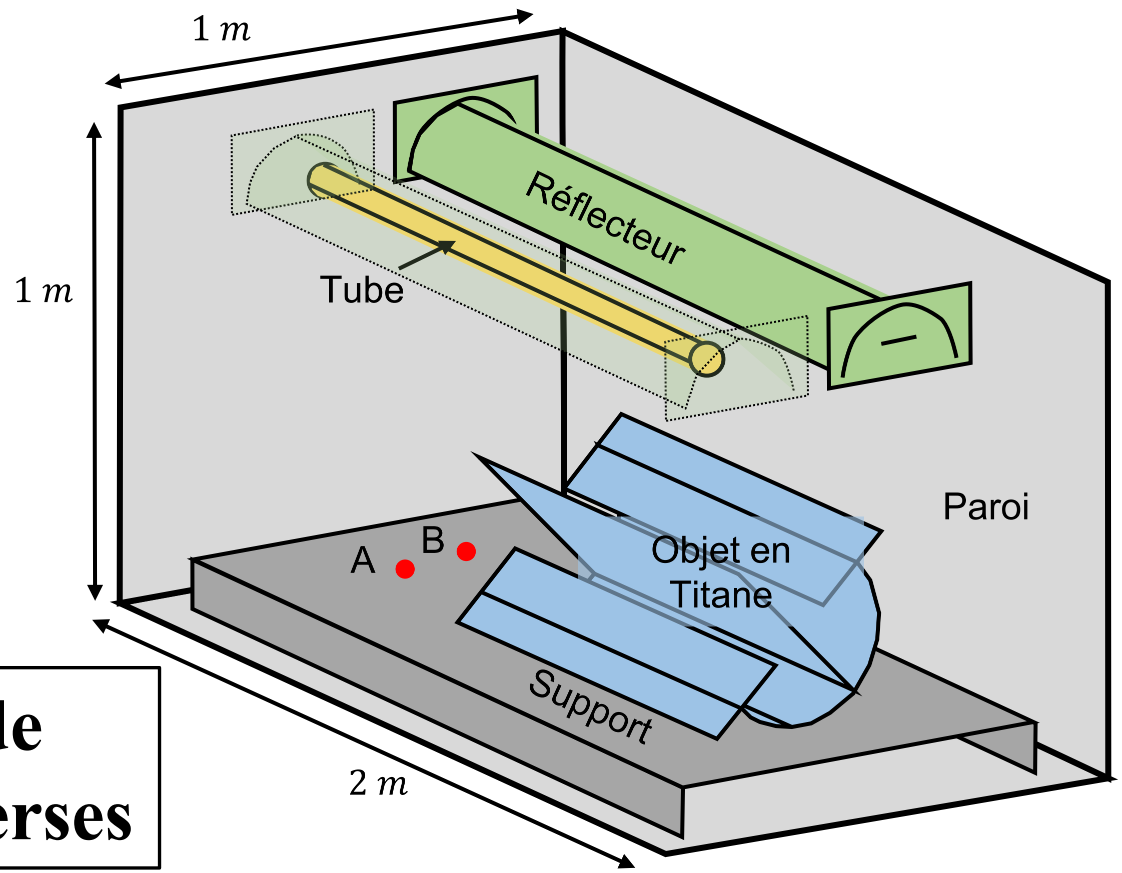
Auteur coorespondant : b.gaume@iut.univ-evry.fr

Plan de l'exposé

1. **Problématique**
2. **Problème inverse**
3. **Réduction de modèle**
4. **Identification de la source de chaleur et reconstruction du champ de température**

PROBLÉMATIQUE

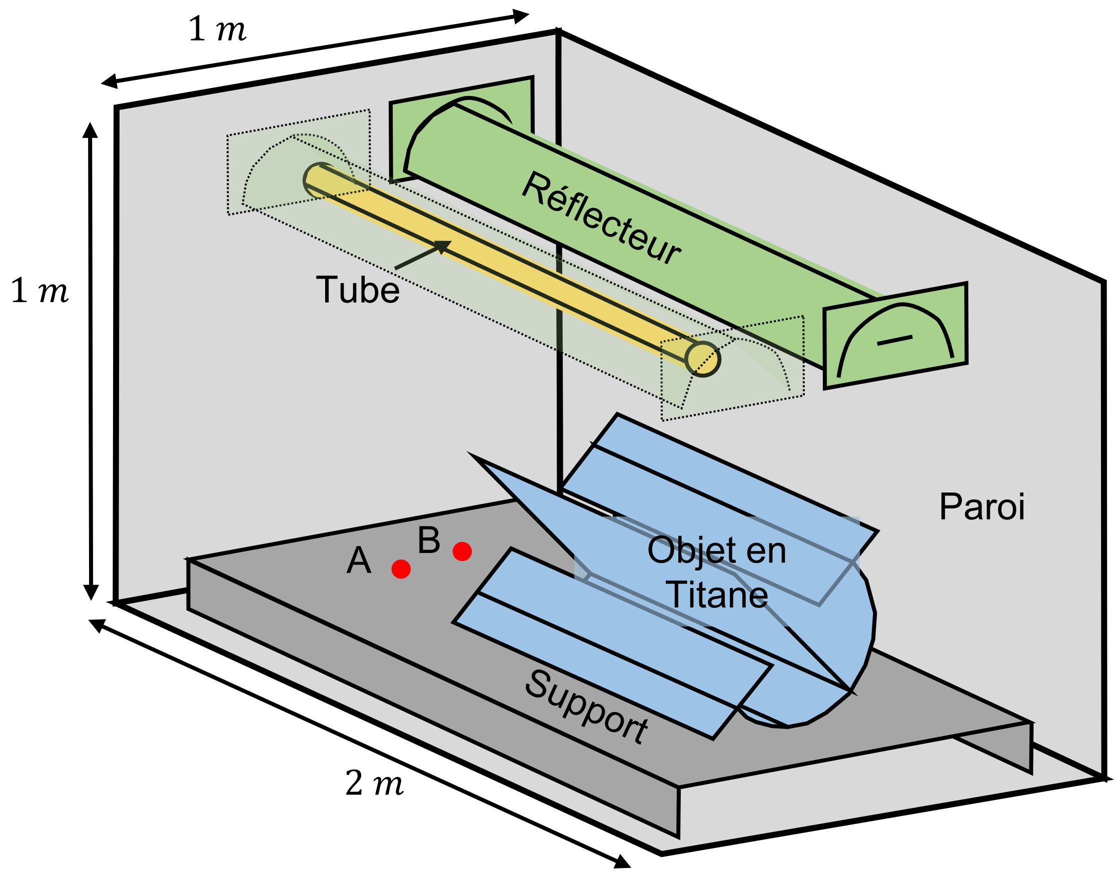
Position du problème : obtenir le suivi en T° de toute la pièce à partir de quelques points de mesure au niveau du four en temps réel



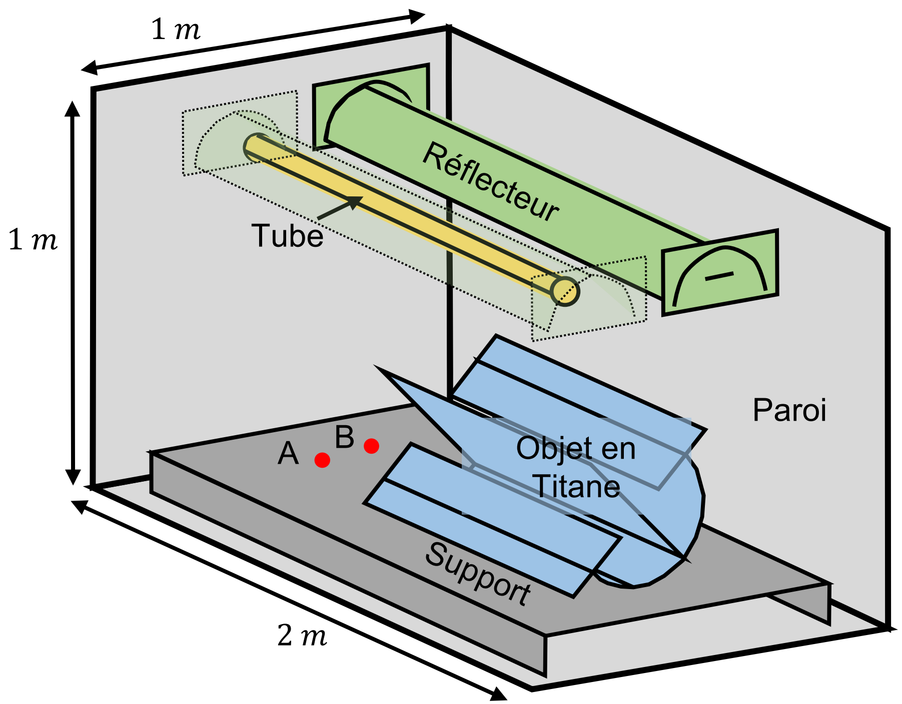
Utilisation de problèmes inverses

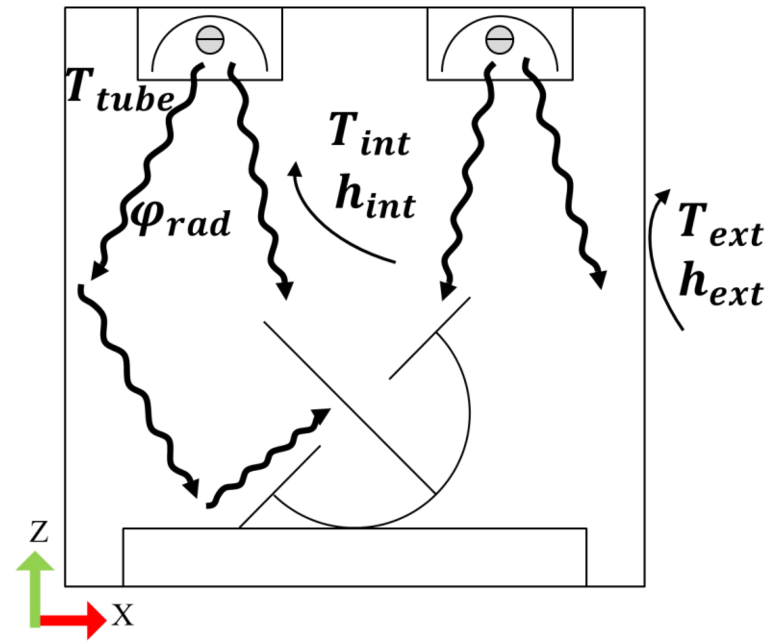
Objectifs :

1. Identification des sources radiatives (températures)
2. Reconstruction du champ thermique au niveau de l'objet



Problème physique:





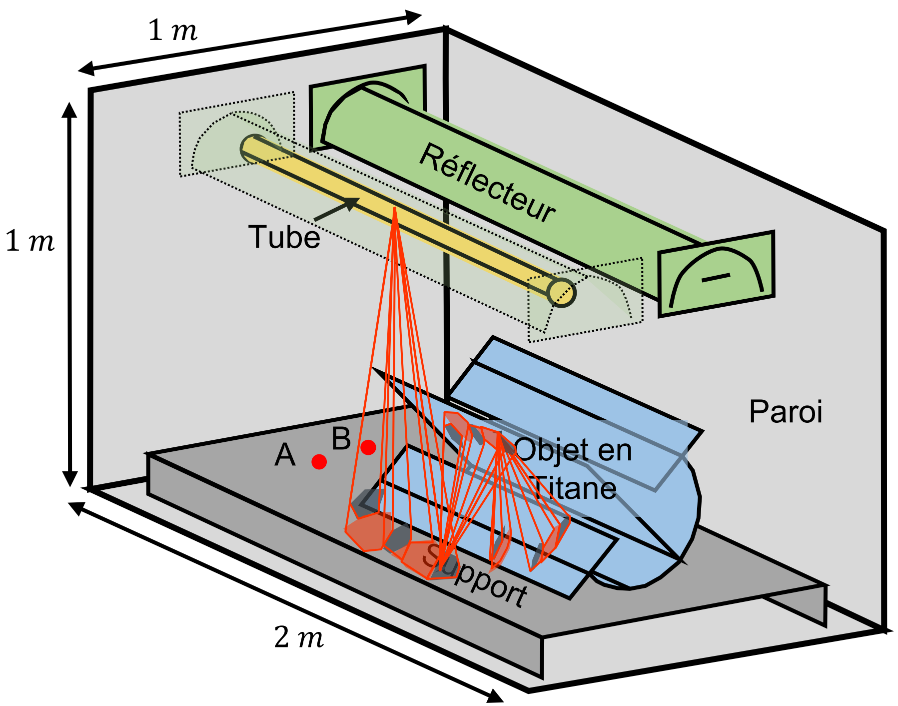
Formulation discrète

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{T}} = [\mathbf{K}+\mathbf{H}]\mathbf{T} + \mathbf{U_0} + \mathbf{U_{cpl}}T_{int}(\mathrm{T}) + \bar{\mathbf{R}}_{\mathbf{rad}}\bar{\mathbf{T}}^{\mathbf{4}} + T_{gaz}(t)\mathbf{U_{tube}}$$

Avec les équations couplées :

- Pour la convection : $T_{int}(\mathbf{T}) = \mathbf{DT}$
- **Pour le rayonnement :** $\bar{\mathbf{T}} = \mathbf{U_R^t T}$

Problème physique : Processus complexe et long



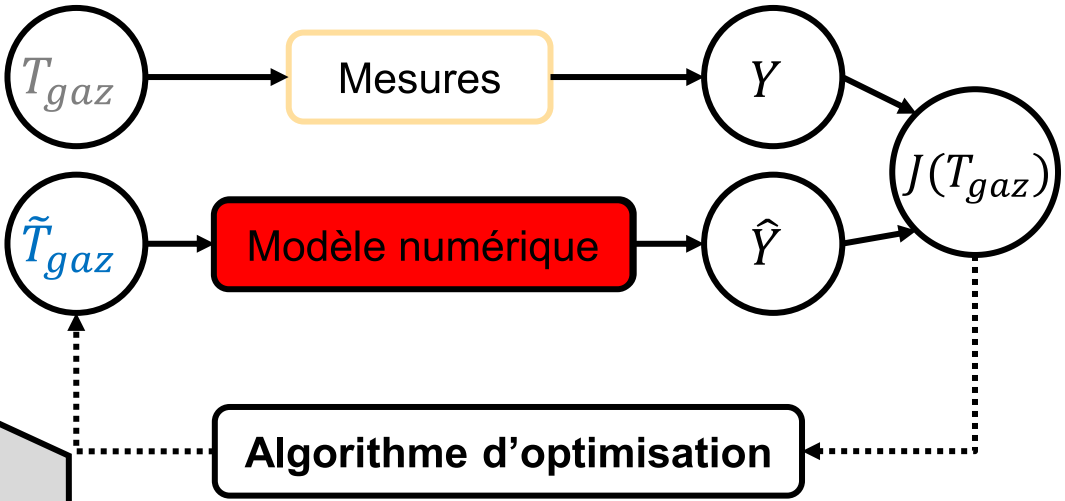
Spécificités du problème

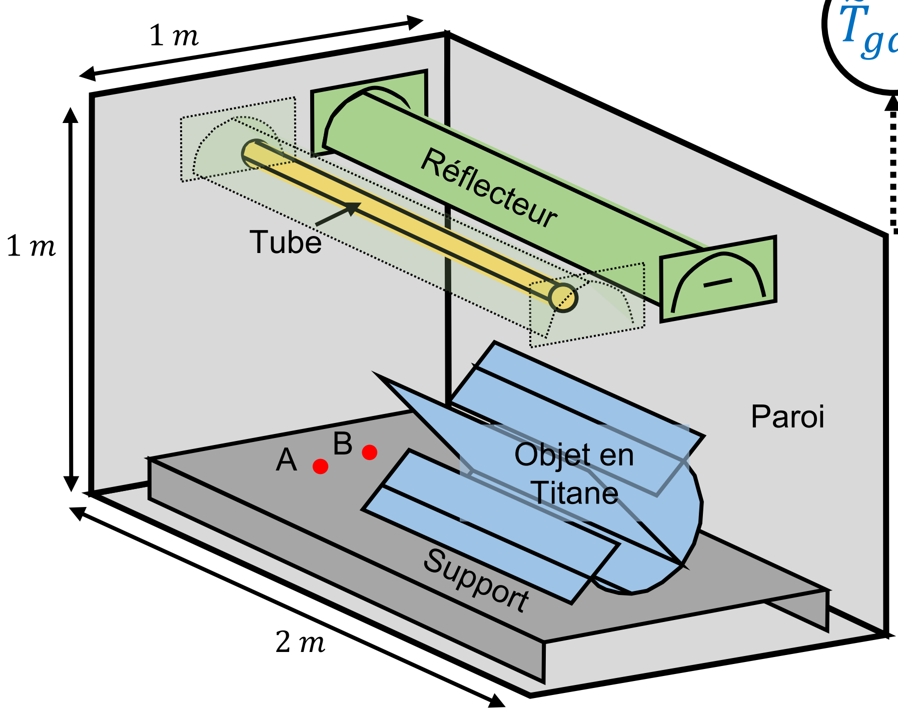
- **Rayonnement : [44 838 DDL]**
- **Média non participatif**
- **Corps gris diffus isotropes**
- **Modèle coque : [12 167 DDL]**
- **Couplage convectif**

PROBLÈME INVERSE

Difficultés :

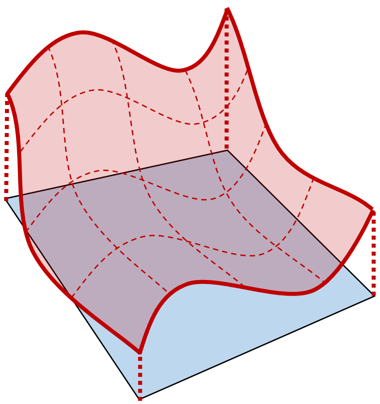
1. **Processus complexe et t_{CPU}**
2. **Identification par technique itérative**



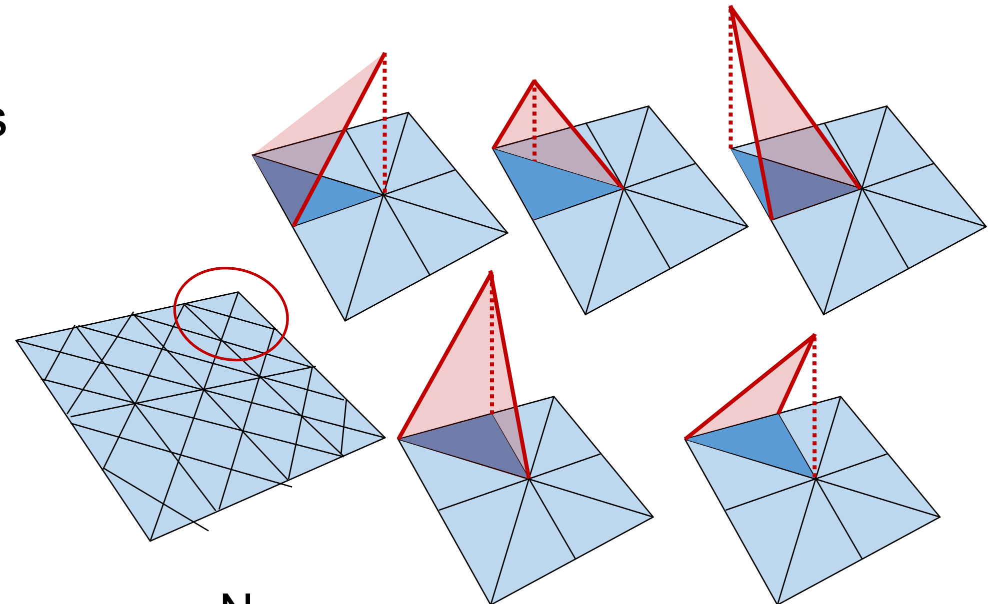


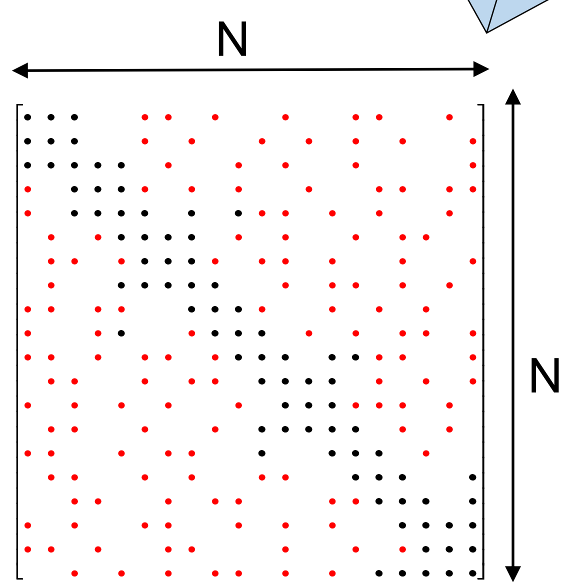
$$\mathcal{J}(T_{gas}) = \sum^{N_{pts}} \sum^{N_t} (\mathbf{Y}(t) - \hat{\mathbf{Y}}(T_{gas}, t))^2$$

❑ Méthode classique : éléments finis



$$= \sum^{N}$$





$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{AT} + \mathbf{U}(t)$$

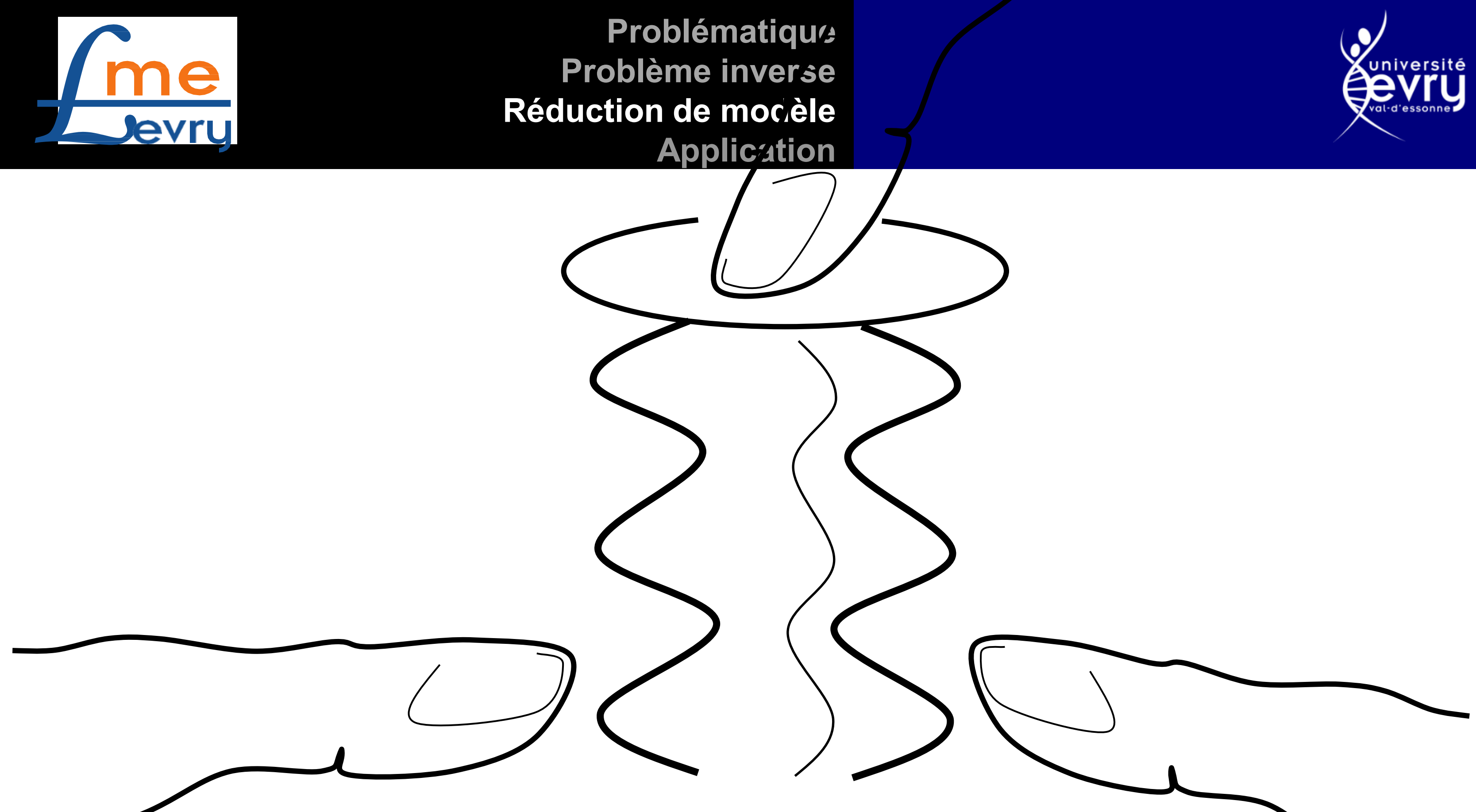
Rayonnement : $D\bar{\varphi} = R\bar{T}^4$

DDL importants et matrices moins creuses

❑ Méthode classique : éléments finis

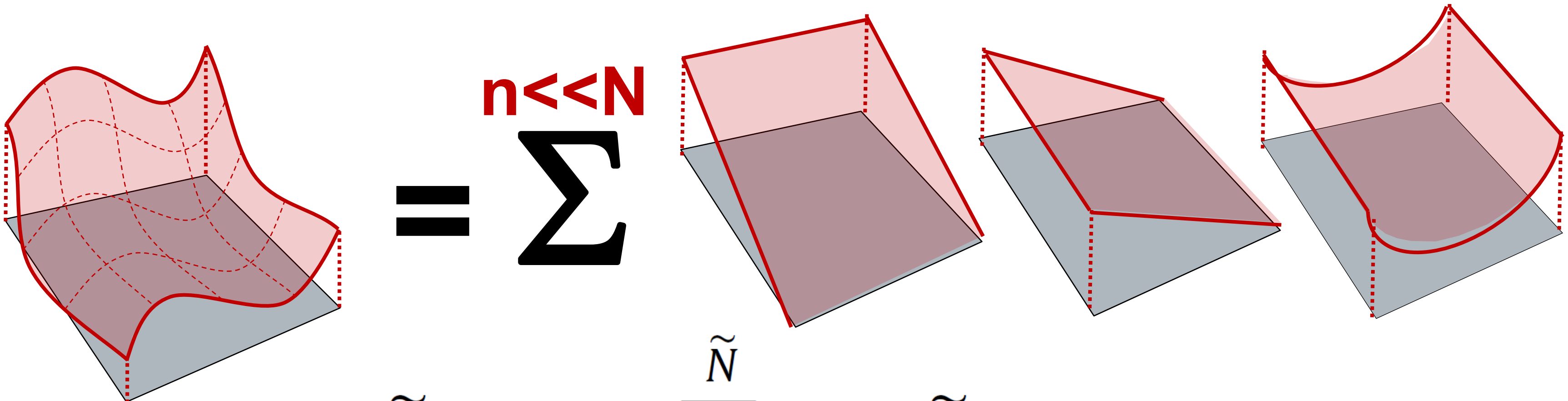
Solutions envisagées :

- Travailler par portion → Fenêtre glissante
- Dégrader le modèle : maillage EF grossier et regroupement de Patch pour les radiosités,…
- Utiliser un modèle réduit



RÉDUCTION DE MODÈLE

- Alternative : la formulation modale



$$T(M,t) \approx \widetilde{T}(M,t) = \sum_{i=1}^{\widetilde{N}} \widetilde{x}_i(t)\ \widetilde{V}_i(M)$$

État d'excitation

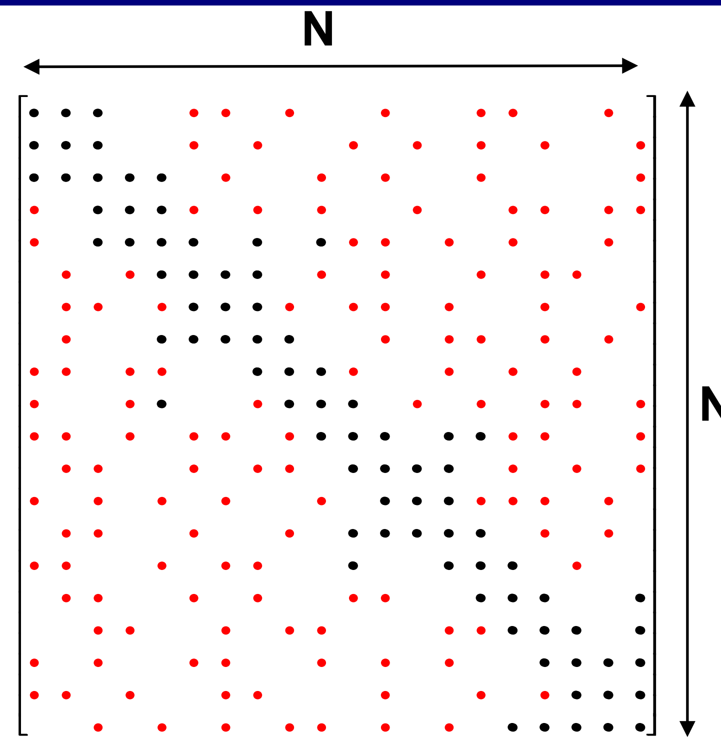
Mode

on remplace N inconnues de Températures T en *n* états d'excitation x

En respectant la géométrie du problème, avec *n* << N, on obtient une approximation satisfaisante avec un gain important en temps calcul !

permet de diminuer le DDL par rapport à la géométrie

Principe de la réduction modale



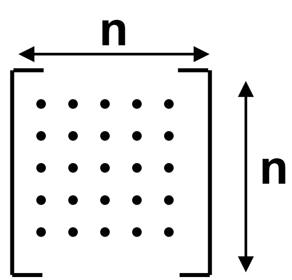
$$\mathrm{C}\dot{\mathrm{T}} = \mathrm{A}\mathrm{T} + \mathrm{U}(\mathrm{T})$$

$$\mathrm{V}^{t}\mathrm{C}\mathrm{V}\dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{V}^{t}\mathbf{A}\mathbf{V})\mathbf{X} + \mathbf{V}^{t}\mathbf{U}(\mathbf{T})$$

$$\mathbf{L}\dot{\widetilde{\mathbf{X}}} = \mathbf{M}\widetilde{\mathbf{X}} + \mathbf{N}(\mathbf{T})$$

$$\widetilde{\mathrm{T}} = \widetilde{\mathrm{V}}\,\widetilde{\mathrm{X}}$$

L =



En respectant la géométrie du problème, avec *n* << N, on obtient une approximation satisfaisante avec un gain important en temps calcul !

Choix de la base

MIM

POD, PGD

AROMM

V

Calcul de la base complète

$$T(M,t) = \sum_{i=1}^{n} V_i(M)\, x_i(t)$$

Réduction de la base

$\tilde{\mathrm{V}}$

Obtention de l'équation d'états

$$\mathrm{L}\,\frac{d\tilde{\mathrm{X}}}{dt} = \mathrm{M}\,\tilde{\mathrm{X}} + \mathrm{N}$$

Principe de la méthode de la réduction

Le principe la méthode AROMM (Amalgam Reduced Order Modal Model) repose sur deux étapes :

1. Calcul d'une base complète **V**, sur laquelle il est possible d'effectuer une décomposition rigoureuse du champ de température

$$T(M,t) = \sum_{i=1}^{\infty} V_i(M) x_i(t)$$

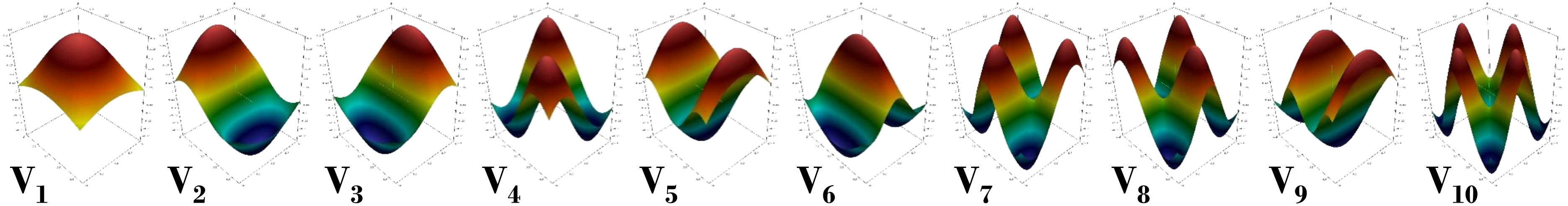
2. L' obtention d'une base réduite $\tilde{\boldsymbol{V}}$, afin de diminuer fortement l'ordre du modèle tout en permettant un calcul satisfaisant du champ de température

$$\mathbf{T}(t) \approx \sum_{i=1}^{\tilde{n}} \tilde{\mathbf{V}}_i \mathbf{x}_i(t)$$

Simulation de référence

DATA

Réduction de la base modale : Calcul de la base initiale:



Base complète

Base issue du problème physique :

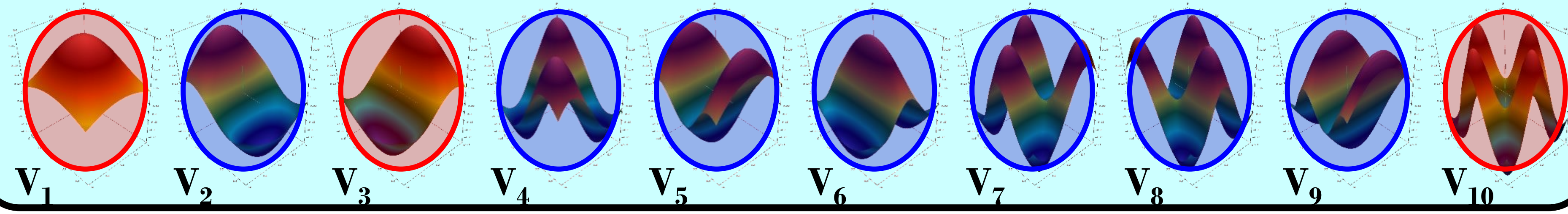
$$-\int_\Omega e\,k\,\vec{\nabla}V_i \cdot \vec{\nabla} f\,d\Omega = z_i \int_\Omega e\,c\,V_i\,f\,d\Omega$$

Pour l'amalgame, la base doit toujours respecter les conditions d'orthogonalités :

$$\forall i,j \in [1,N]\,, \qquad \int_\Omega e\,c\,V_i\,V_j\,d\Omega = \delta_{ij},$$

$$\forall i,j \in [1,N]\,, \qquad \int_\Omega e\,k\,\vec{\nabla}V_i \cdot \vec{\nabla}V_j\,d\Omega = z_i\,\delta_{ij}.$$

Réduction de la base modale : Méthode d'amalgame :



Base complète

Minimisation selon un critère énergétique:

$$J = \int_{t=0}^{\infty} \int_{\Omega} \left[T(M,t) - \tilde{T}(M,t)\right] c_0(M) \left[T(M,t) - \tilde{T}(M,t)\right] dv\, dt$$

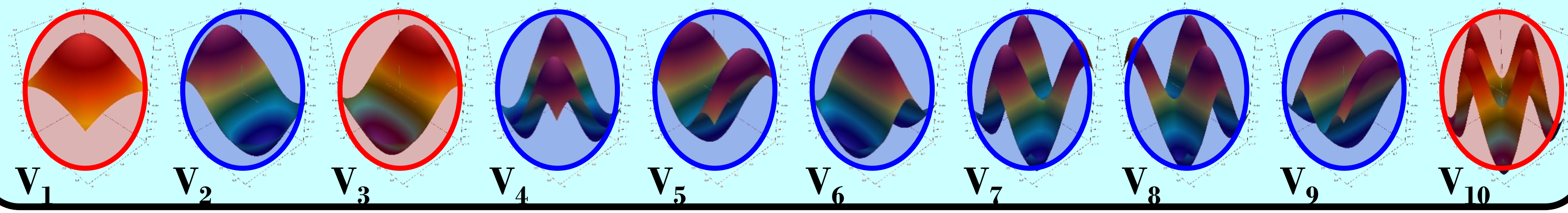
En utilisant les propriétés d'orthogonalités:

$$J = \sum_{P=1}^{\tilde{N}_1} \sum_{k=1}^{n_P} \varepsilon_{P,k} \quad \textbf{avec} \quad \varepsilon_{P,k} = \int_0^{\infty} \left(x_{P,k} - \alpha_{P,k} x_{P,1}\right)^2 dt$$

Le coefficient d'amalgame s'exprime comme :

$$\alpha_{P,k} = \frac{\int_0^{\infty} x_{P,k} x_{P,1}\, dt}{\int_0^{\infty} x_{P,1}^2\, dt}$$

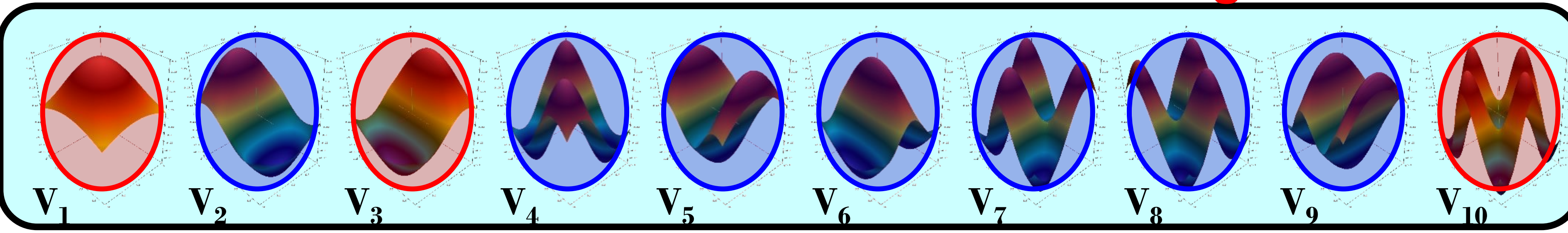
Réduction de la base modale : Méthode d’amalgame :



Base complète

Processus d’amalgame

Réduction de la base modale : Méthode d'amalgame :



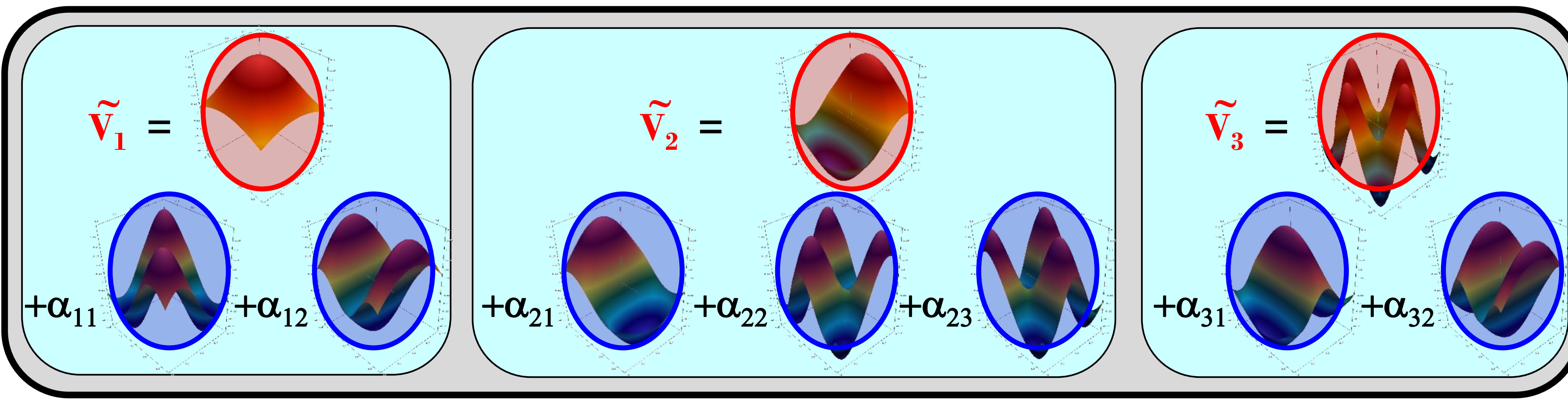
Base complète

Processus d'amalgame

DATA !!

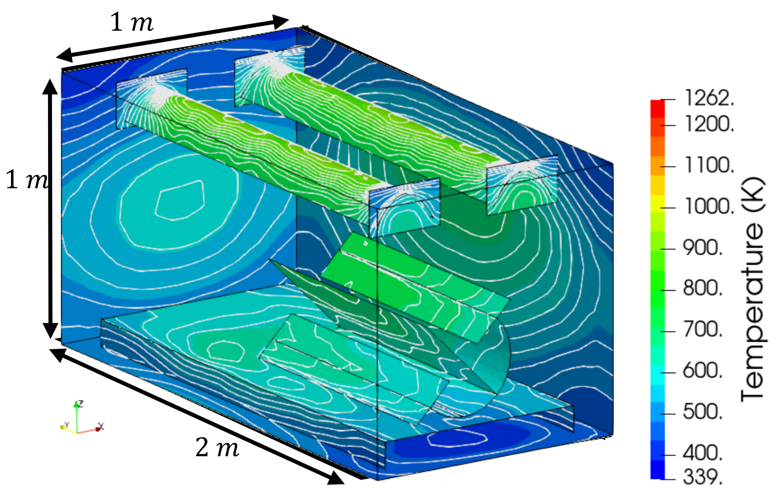
Base réduite

- Tous les modes sont utilisés une seule fois
- Processus rapide
- Minimisation sur un critère énergétique des états
- Nécessite la connaissance des états de référence
- La simulation de référence peut être enrichi



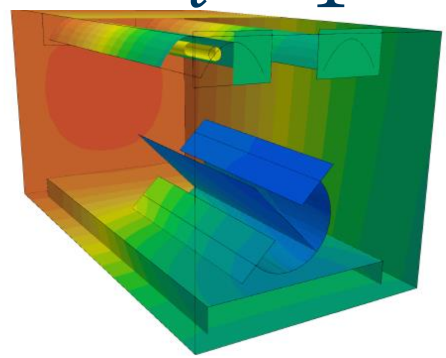
Application de la réduction:

- Méthode **AROMM :** $T(M,t) = \sum_{i=1}^{N} V_i(M)\, x_i(t)$

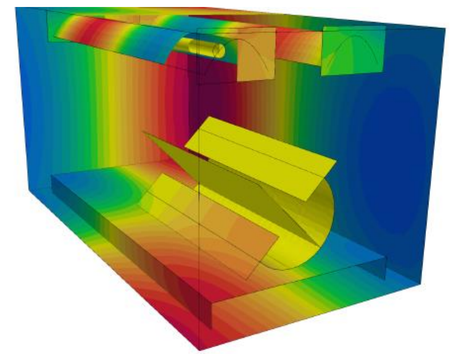


Simulation de référence

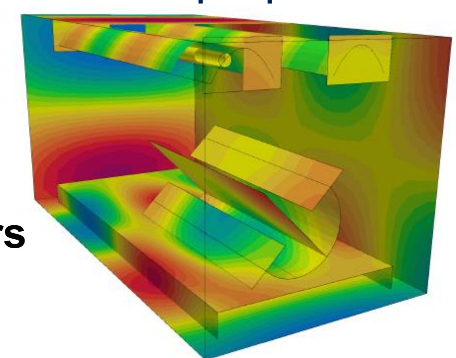
- **Toutes les surfaces = corps-noirs**
- **Durée de simulation courte**
- **Température de tube fixe**



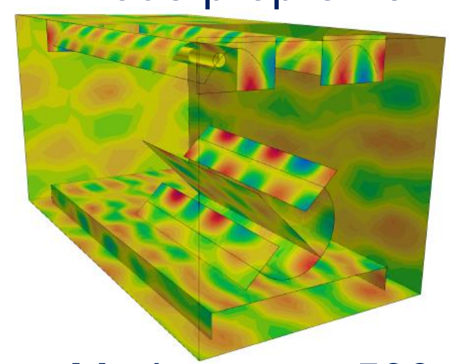
Mode propre 5



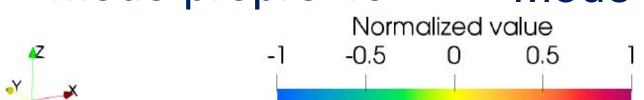
Mode propre 16



Mode propre 40

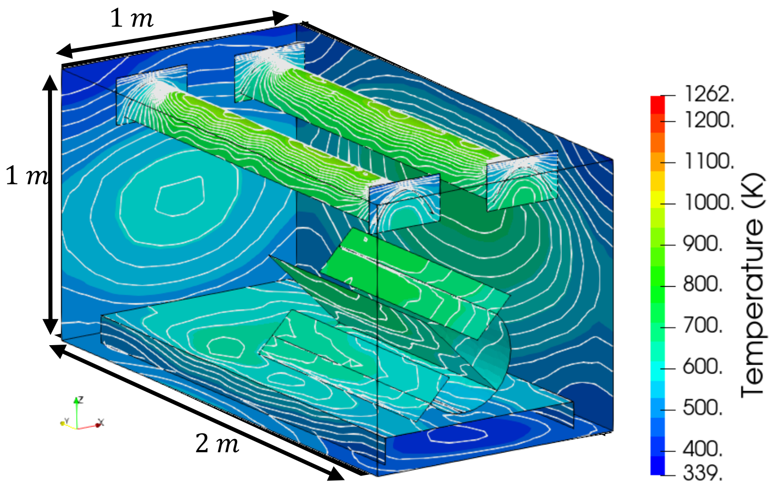


Mode propre 599



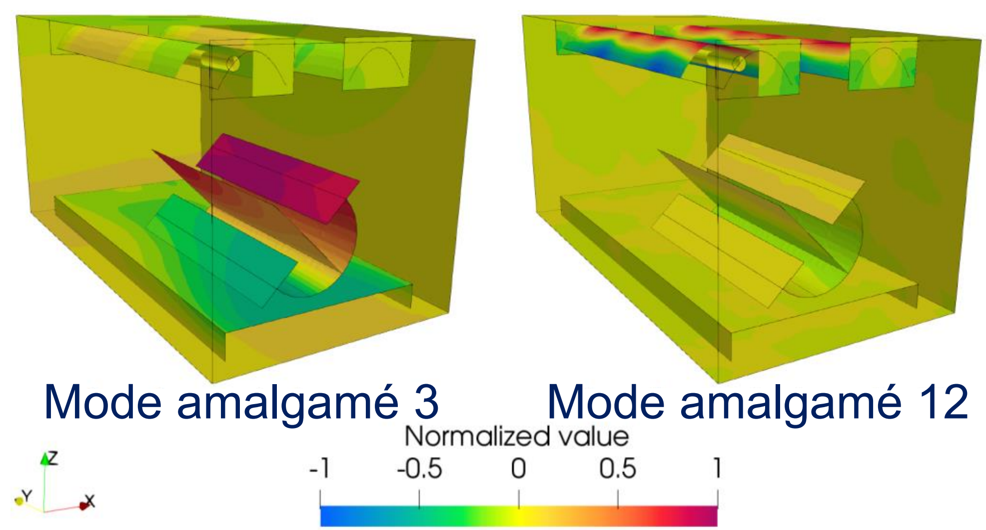
Application de la réduction: $\tilde{n} \ll N$

- Méthode **AROMM :** $\tilde{T}(M,t) = \sum_{i=1} \tilde{V}_i(M)\,\tilde{x}_i(t)$

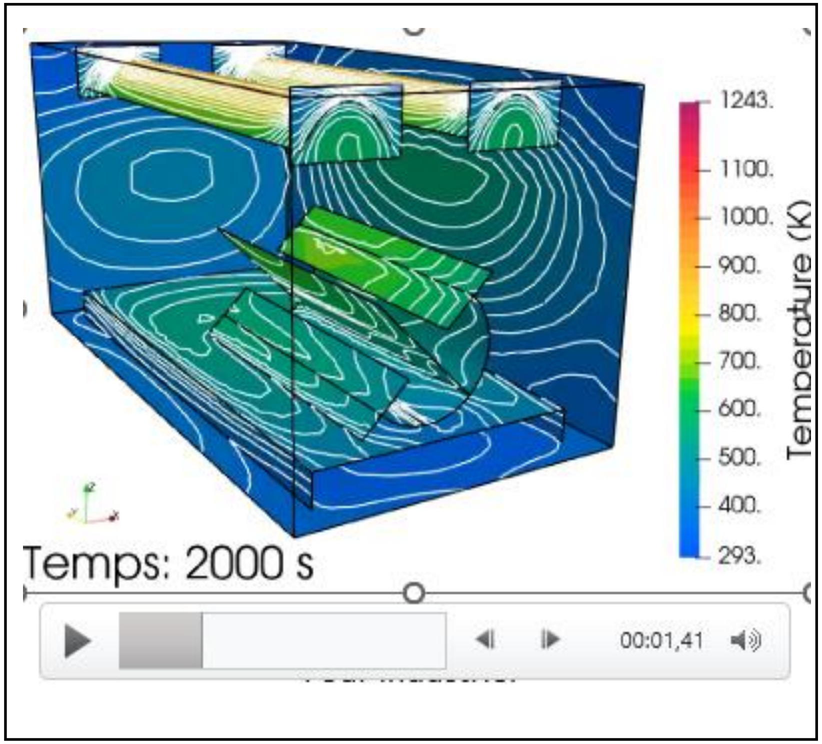


Simulation de référence

- **Toutes les surfaces = corps-noirs**
- **Durée de simulation courte**
- **Température de tube fixe**



Validation du modèle réduit



Four industriel

MR d'ordre 200 :

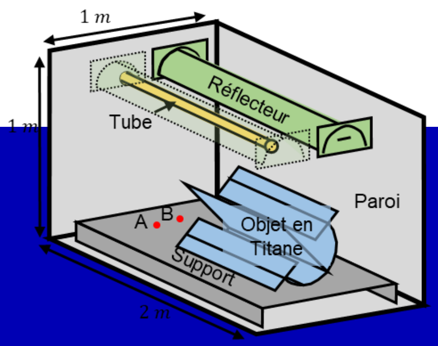
Gain de temps calcul $\times 100$

Précision : $\varepsilon_{max} \approx 3\% \ (< 26°C)$

$\langle \varepsilon \rangle \approx 0.1\% \ (< 1°C)$

B. Gaume, F. Joly and O. Quéméner, Modal reduction for a problem of heat transfer with radiation in an enclosure, Int. J. Heat Mass Transfer, 141 (2019) 779-788

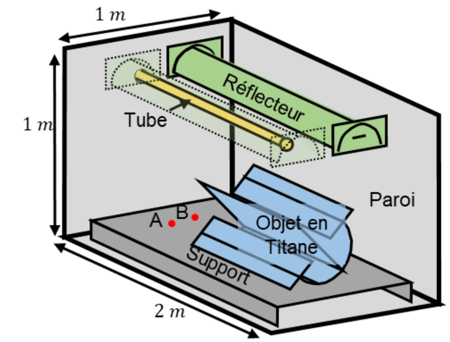
APPLICATION

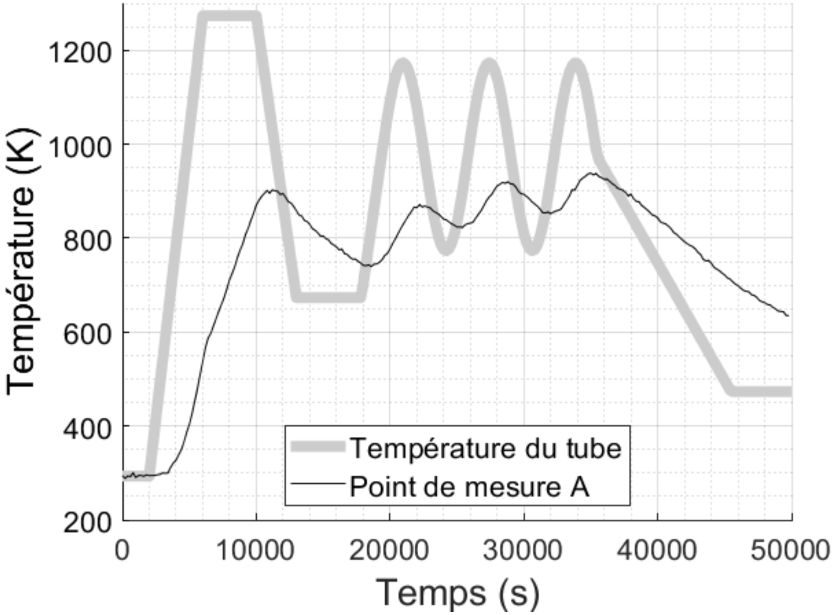


Processus d'identification

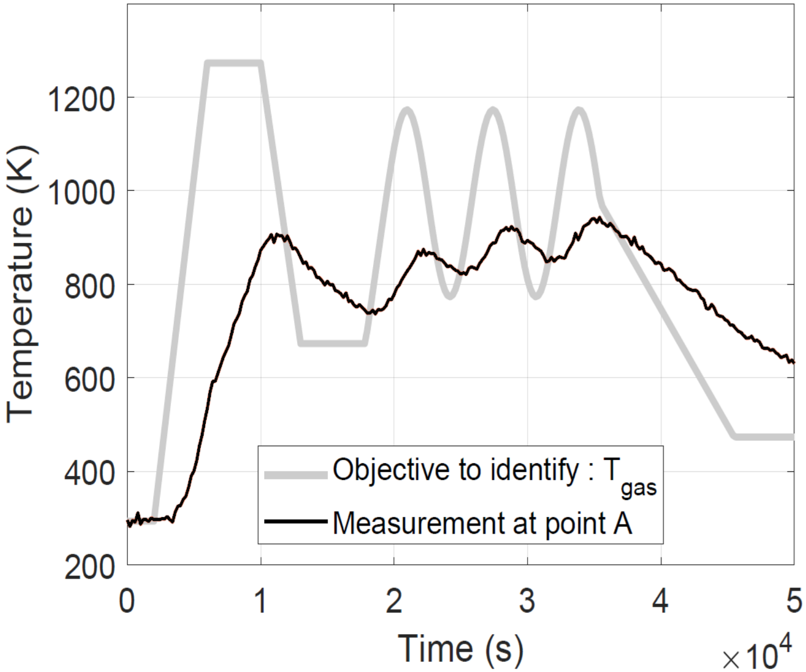
1. Mesures :

- **Données générées par simulation EF**
- **2 points de mesure A et B**
- **Bruit blanc** $\sigma_b = 2K \text{ et } 5K$





Bruit blanc $\sigma_b = 2K$



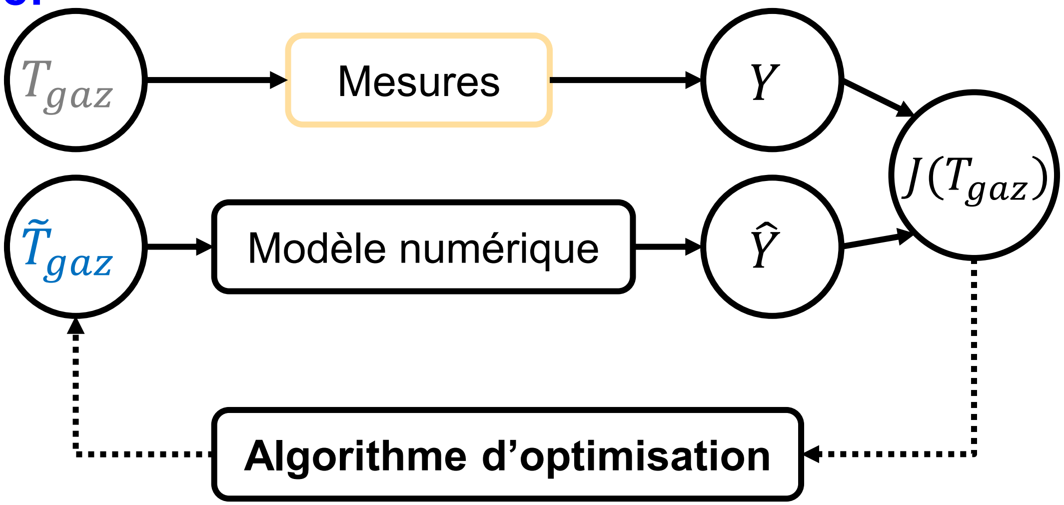
Bruit blanc $\sigma_b = 5K$

Evolution de la température du tube à identifier et du point de mesure A

Processus d'identification

2 Identification avec ordre très faible:

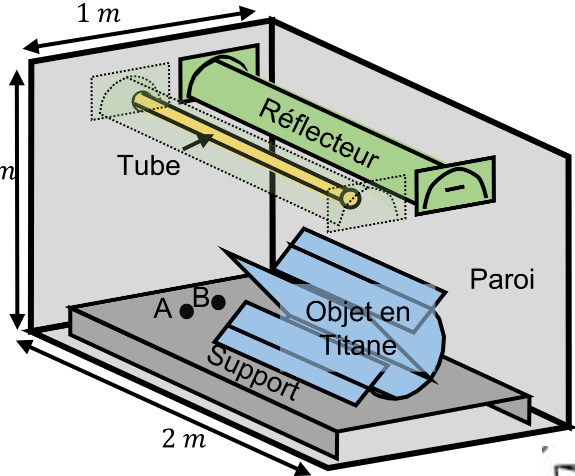
- **Modèle réduit** $\tilde{N}_{id} = 20/50$ **modes**
- **Algorithme de région de confiance**
- **Utilisation d'une fenêtre glissante**



3 Reconstruction avec ordre faible :

- **Modèle réduit** $\tilde{N}_{rec} = 20 \text{ à } 300$ **modes**
- **Reconstruction en temps réel possible**

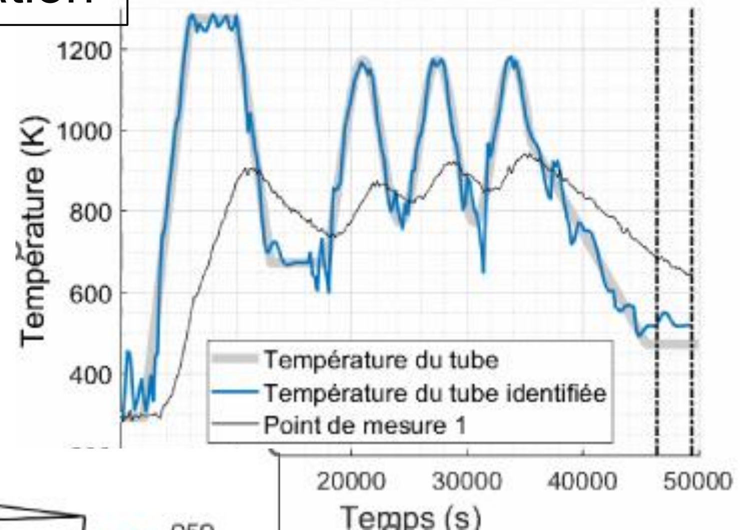
Processus d'identification

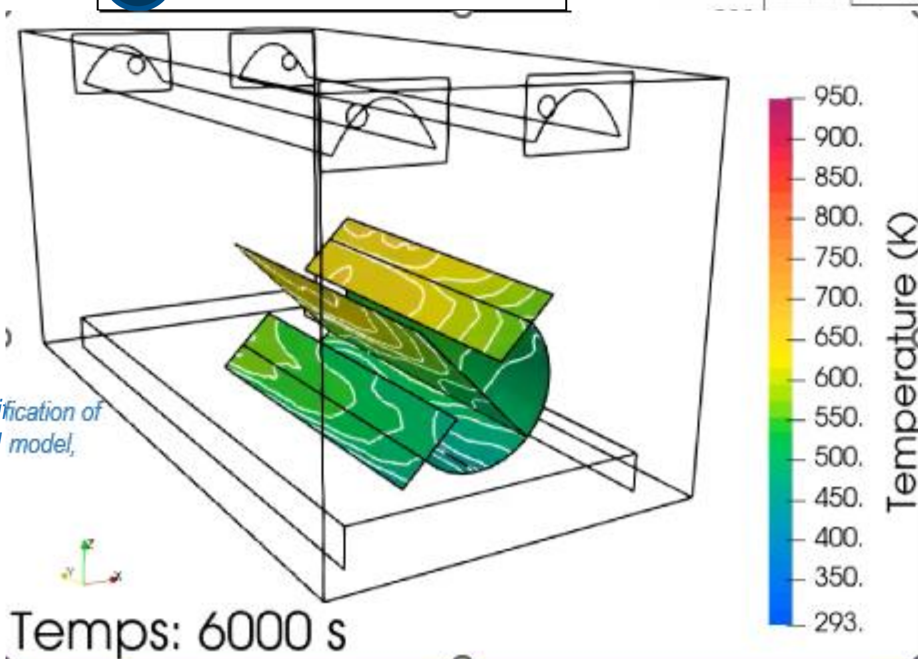


1 Mesures

2 Identification

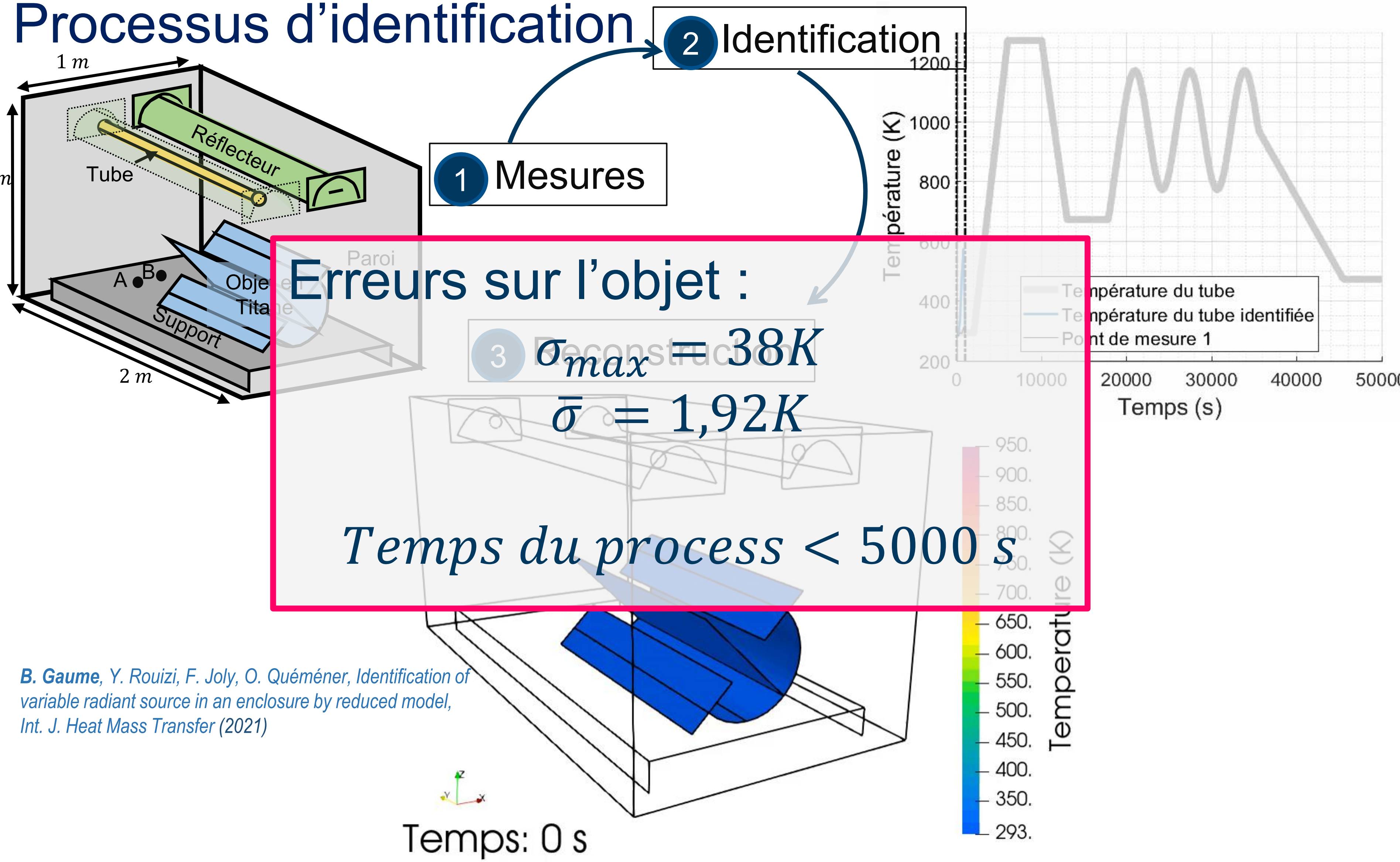
3 Reconstruction





__B. Gaume__, Y. Rouizi, F. Joly, O. Quéméner, Identification of variable radiant source in an enclosure by reduced model, Int. J. Heat Mass Transfer (2021)

Processus d'identification



Erreurs sur l'objet :

$$\sigma_{max} = 38K$$

$$\bar{\sigma} = 1{,}92K$$

$$Temps\ du\ process < 5000\ s$$

__B. Gaume__, Y. Rouizi, F. Joly, O. Quéméner, Identification of variable radiant source in an enclosure by reduced model, Int. J. Heat Mass Transfer (2021)

Conclusions

- **Intérêt des modèles réduits dans un processus d'identification**
  - ✓ **Utilisable pour tous types de problèmes**
  - ✓ **Facilement adaptable**
  - ✓ **Permet le calcul en temps réel**
  - ✓ **Accès à l'ensemble du champ de température**

- **Limites :**
  - ✓ **Géométrie fixe**
  - ✓ **Non linéarités (passage dans l'espace des températures récurrent)**

- **Perspectives :**
  - ✓ **Contrôle en temps réel**
  - ✓ **Identification multi-sources**
  - ✓ **Améliorer la procédure d'amalgame en intégrant la phase de réduction dans la procédure inverse.**
  - ✓ **Intégrer d'autres méthodes de réduction pour la phase d'identification**

Apport des modèles réduits pour la mesure thermique indirecte en temps réel dans un four rayonnant

Merci de votre attention