

# Représentation des spectres de raies lors de la simulation numérique et l'analyse des transferts radiatifs en présence de gaz moléculaires

Un point de vue (partiel) sur la littérature post-1989 ...

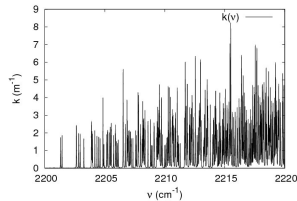
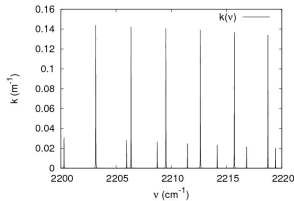
R. Fournier V. Eymet

`richard.fournier@laplace.univ-tlse.fr`

`vincent.eymet@laplace.univ-tlse.fr`

LAPLACE, Université Paul Sabatier, Toulouse

Réunion SFT Rayonnement Thermique - Lyon - Janvier 2011



- **Simuler** numériquement la propagation du rayonnement avec des spectres composés de centaines de millions de raies d'absorption.
- **Analyser physiquement** les transferts thermiques résultant à l'échelle du système (penser en termes de sensibilités aux éléments de **dimensionnement** ... avec  $10^8$  raies).

# Outline

- 1 Section efficace et quantité d'absorbant
- 2  $\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion
- 3  $\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion
- 4 Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples

- Le concept d'**absorbant**.
- Densité d'absorbant :  $\eta$
- **Section efficace** :  $k_\nu = \eta\sigma_\nu$
- Quantité d'absorbant :  $q = \int_0^s \eta' ds'$

$$T_\nu(q) = \exp(-\sigma_\nu q) = \exp\left(-\int_0^s k'_{nu} ds'\right)$$

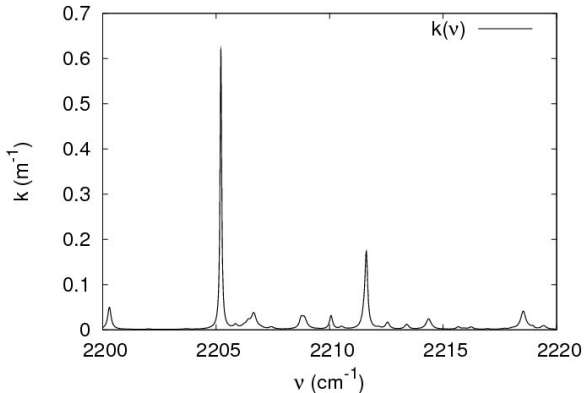
- Mélanges d'absorbants :  $k_\nu \approx \eta_1\sigma_{\nu,1} + \eta_2\sigma_{\nu,2} + \dots$

Section efficace et quantité d'absorbant

$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples



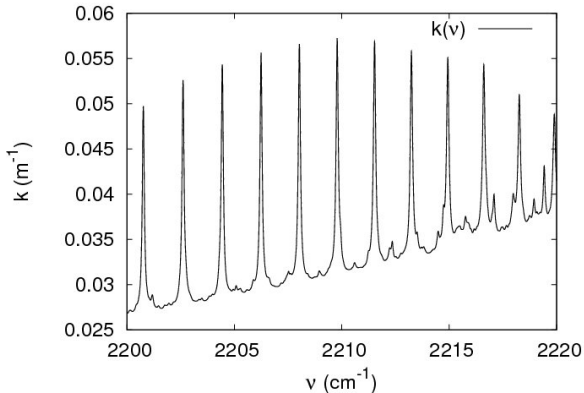
$\text{H}_2\text{O}$  ( $x=0.2$ ), pour  $P=1.0 \text{ atm}$ ,  $T=400\text{K}$ .

Section efficace et quantité d'absorbant

$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples



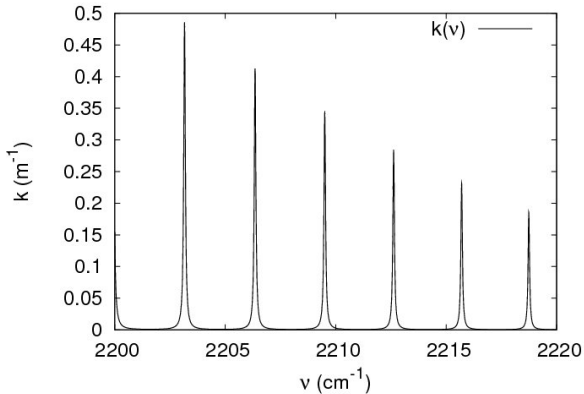
$\text{CO}_2$  ( $x=0.15$ ), pour  $P=1.0$  atm,  $T=400\text{K}$ .

Section efficace et quantité d'absorbant

$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples



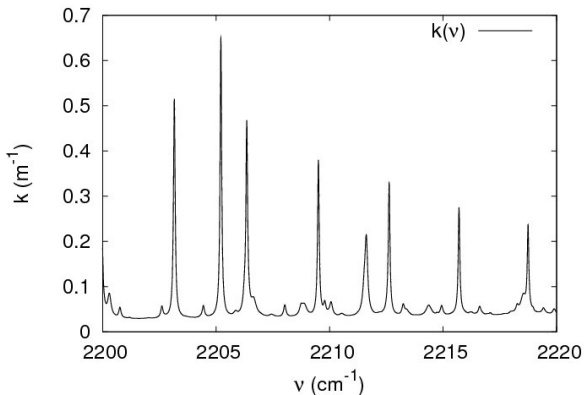
$\text{CO}$  ( $x=2.10^{-4}$ ), pour  $P=1.0$  atm,  $T=400\text{K}$ .

Section efficace et quantité d'absorbant

$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples



$H_2O$  ( $x=0.2$ ) +  $CO_2$  ( $x=0.15$ ) +  $CO$  ( $x=2.10^{-4}$ ),  
pour  $P=1.0 \text{ atm}$ ,  $T=400\text{K}$ .



# Outline

- 1 Section efficace et quantité d'absorbant
- 2  $\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion
- 3  $\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion
- 4 Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples

- Formulation différentielle :

$$\frac{\partial L_\nu}{\partial s} = -\eta\sigma_\nu L_\nu + \eta\sigma_\nu L_\nu^{\text{eq}}(\theta)$$

$$L_\nu(0) = L_\nu^{\text{eq}}(\theta_{\text{paroi}})$$

- Formulation intégrale :

$$L_\nu(s) = L_\nu^{\text{eq}}(\theta_{\text{paroi}}) T_\nu(q) + \int_0^s L_\nu^{\text{eq}}(\theta') \frac{\partial}{\partial s'} [T_\nu(q')] ds'$$

avec  $q' = \int_{s'}^s \eta'' ds''$ .

Raisonnement en moyenne sur une bande spectrale, **en formulation différentielle** :

- $\hat{L} = \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} L_\nu d\nu$
- ... ?

Les solutions consisteront à établir une équivalence avec **un ensemble de problèmes de transfert monochromatiques** (sommes pondérées de gaz gris, k-distributions discrètes).

Raisonner en moyenne sur une bande spectrale, **en formulation intégrale** :

- Moyenne des transmittivités pondérées par la fonction de Planck :

$$\mathcal{T}(q, \theta) = \frac{1}{\hat{L}^{eq}(\theta)} \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} L_\nu^{eq}(\theta) T_\nu(q)$$

- Version intégrée fréquentiellement de la solution intégrale de l'équation de transport :

$$\hat{L}(s) = \hat{L}^{eq}(\theta_{paroi}) \mathcal{T}(q, \theta) + \int_0^s \hat{L}^{eq}(\theta') \eta' \partial_1 \mathcal{T}(q', \theta') ds'$$

- Il suffit de **construire un modèle de  $\mathcal{T}(q, \theta)$**

Construire un modèle de  $\mathcal{T}(q, \theta)$  :

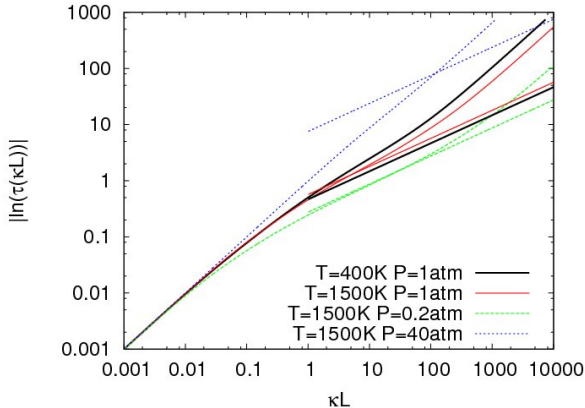
- A partir de la physique des transitions (retenir l'exemple du modèle de [Malkmus](#)),
- ou par des procédures de fit (plus ou moins fortement appuyées sur les résultats de la physique spectroscopique).

Section efficace et quantité d'absorbant

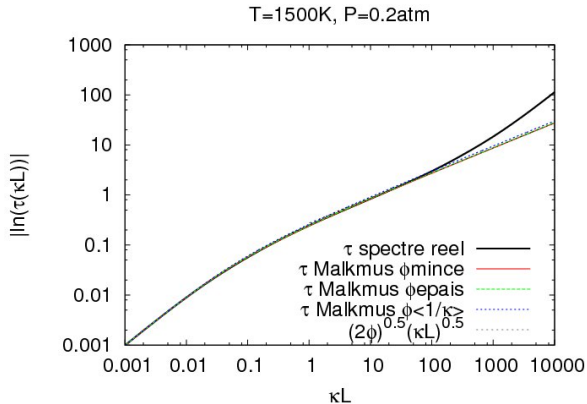
$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

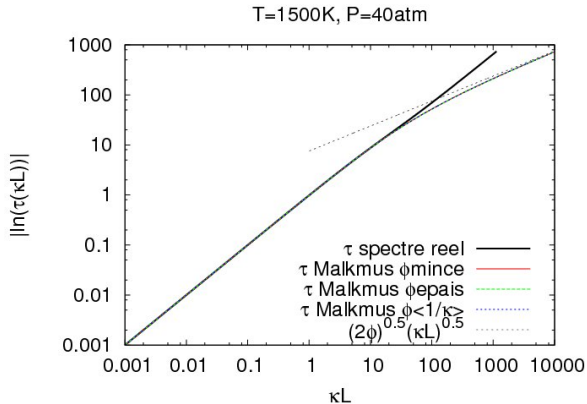
Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples



$H_2O$  ( $x=0.2$ ) :  $\mathcal{T}(q, \theta)$  en fonction de  $q$  ( $2200-2220\text{ cm}^{-1}$ ).

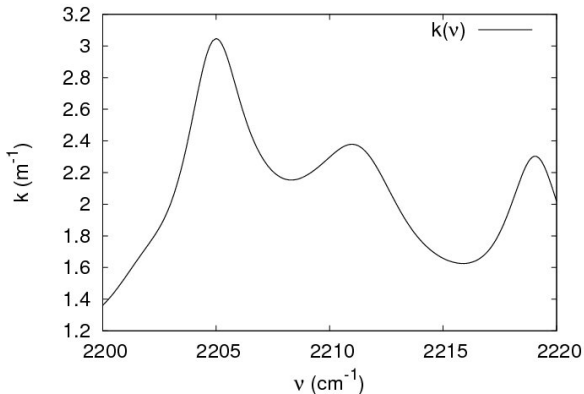


$H_2O$  ( $x=0.2$ ) : ajustement Malkmus (2200-2220  $cm^{-1}$ ).

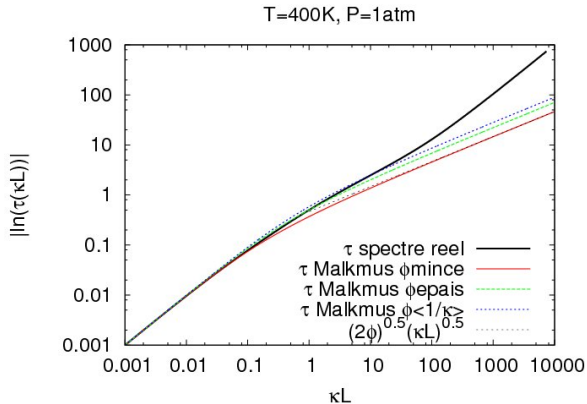


$H_2O$  ( $x=0.2$ ) : ajustement Malkmus (2200-2220  $cm^{-1}$ ).





$\text{H}_2\text{O}$  ( $x=0.2$ ), pour  $P=40$  atm,  $T=1500\text{K}$ .



$H_2O$  ( $x=0.2$ ) : ajustement Malkmus (2200-2220  $cm^{-1}$ ).

Point de vue statistique de type **k-distribution** :

$$\mathcal{T}(q, \theta) = \langle \exp(-\sigma_\nu q) \rangle_{L_\nu^{\text{eq}}(\theta)} = \int_0^{+\infty} \exp(-\sigma q) f(\sigma; \theta) d\sigma$$

$$f(., \theta) = \mathcal{L}^{-1} [\mathcal{T}(., \theta)]$$

- Un moyen de fitter  $\mathcal{T}(q, \theta)$ ,
- et un nouveau point de vue, **de type monochromatique**, pour une approche différentielle du transport.

$$\frac{\partial L_\sigma}{\partial s} = -\eta\sigma L_\sigma + \eta\sigma L_\sigma^{eq}(\theta)$$

$$L_\sigma(0) = L_\sigma^{eq}(\theta_{paroi})$$

avec

$$L_\sigma^{eq}(\theta) = \hat{L}^{eq}(\theta) f(\sigma; \theta) \text{ et } \hat{L}(s) = \int_0^{+\infty} L_\sigma(s) d\sigma$$

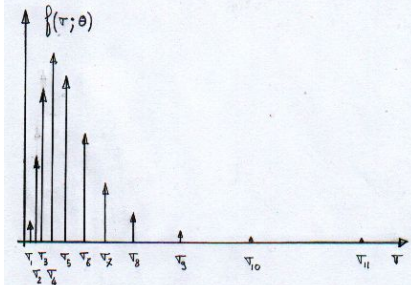
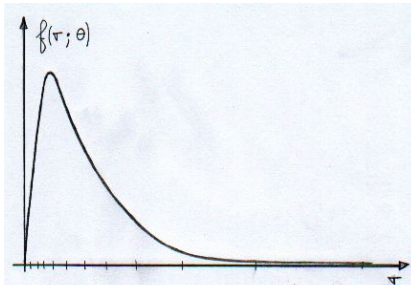
- Une infinité de problèmes pseudo-monochromatiques et une **intégration sur  $\sigma$** ,
- mais une dépendance en  $\sigma$  moins complexe que la dépendance fréquentielle, ce qui permet l'utilisation des **quadratures** usuelles (sommées pondérées de gaz gris, k-distributions discrètes).

Section efficace et quantité d'absorbant

$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples

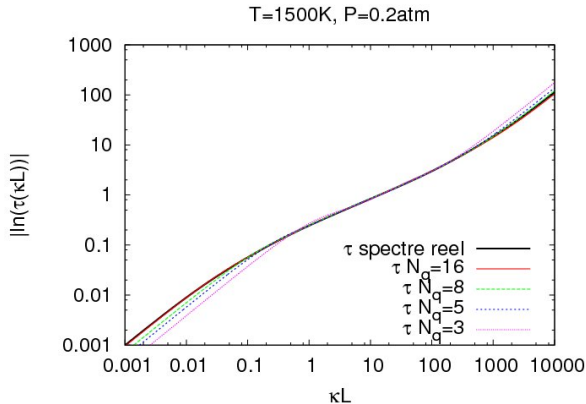


Section efficace et quantité d'absorbant

$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples



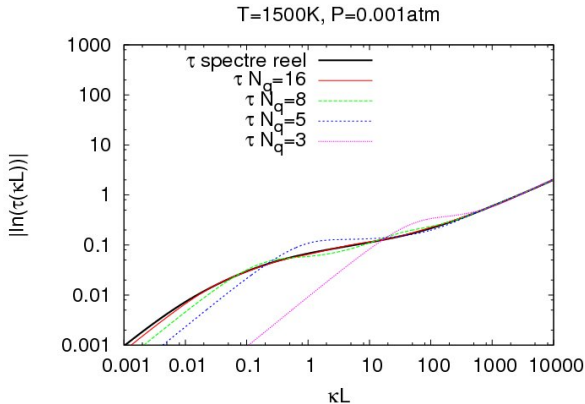
$H_2O$  ( $x=0.2$ ) : quadrature de Legendre (2200-2220  $cm^{-1}$ ).

Section efficace et quantité d'absorbant

$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples



$H_2O$  ( $x=0.2$ ) : quadrature de Legendre (2200-2220  $cm^{-1}$ ).

Section efficace et quantité d'absorbant

$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples

# Outline

- 1 Section efficace et quantité d'absorbant
- 2  $\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion
- 3  $\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion
- 4 Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples



Les hétérogénéités de concentration d'absorbant, sans hétérogénéité de section efficace, sont incluses dans la quantité d'absorbant.

Les sources d'**hétérogénéité de la section efficace** sont (toujours pour un seul absorbant bien défini) :

- des modifications des intensités de raie liées à la **température**,
- des modifications des largeurs de raie liées à la **pression**, la température et les concentrations d'espèces.

Si  $\sigma_\nu(\theta, P, \vec{x}) = \alpha(\theta, P, \vec{x})\sigma_\nu(\theta_{ref}, P_{ref}, \vec{x}_{ref})$  alors il suffit de modifier la quantité d'absorbant :

$$\tilde{q} = \int_0^s \eta' \alpha(\theta', P', \vec{x}') ds'$$

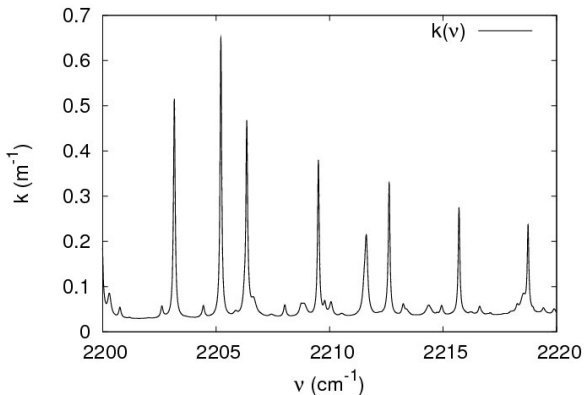
Il s'agit de la seule condition dans laquelle les techniques usuelles de traitement des hétérogénéités sont fiables (Curtis-Godson, k-distributions corrélées - 1989). Or cette condition ne correspond à aucun cas pratique recensé ...

Section efficace et quantité d'absorbant

$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples



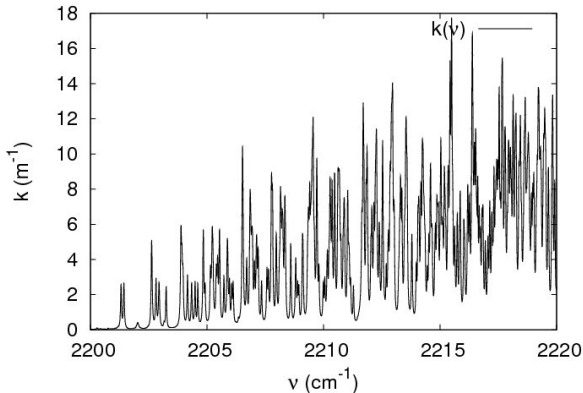
$H_2O$  ( $x=0.2$ ) +  $CO_2$  ( $x=0.15$ ) +  $CO$  ( $x=2.10^{-4}$ ),  
pour  $P=1.0 \text{ atm}$ ,  $T=400\text{K}$ .

Section efficace et quantité d'absorbant

$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples



$H_2O$  ( $x=0.2$ ) +  $CO_2$  ( $x=0.15$ ) +  $CO$  ( $x=2.10^{-4}$ ),  
pour  $P=1.0$  atm,  $T=1500$ K.

La question de la représentation des hétérogénéités de section efficace reste largement ouverte. Deux très belles idées sont à retenir dans la littérature post-1989 :

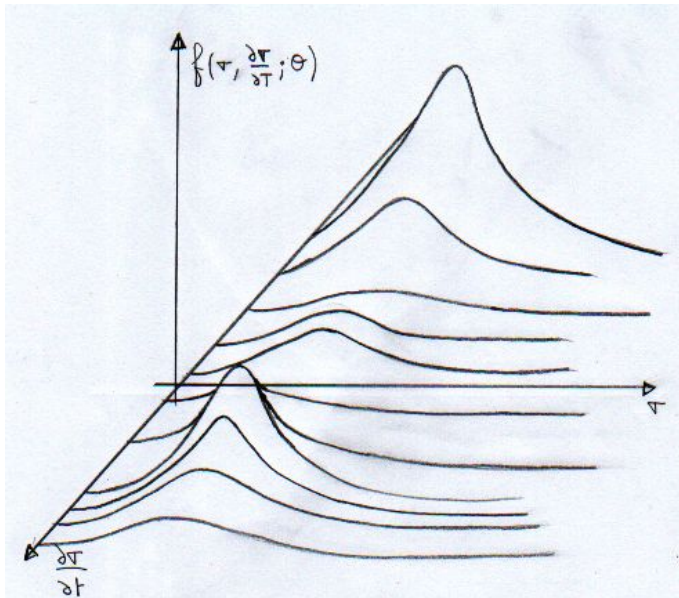
- les mélanges de **gaz fictifs** (difficultés pratiques liées aux mélanges);
- les **distributions multidimensionnelles** (à explorer pratiquement).

Section efficace et quantité d'absorbant

$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples



# Outline

- 1 Section efficace et quantité d'absorbant
- 2  $\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion
- 3  $\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion
- 4 Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples

Les **mélanges d'absorbant** ne posent pas de difficultés majeures dans un contexte de formulation intégrale (hypothèse d'indépendance statistique), mais induisent de réels problèmes de temps de calcul en formulation différentielle.

Les questions liées aux **réflexions** et aux **diffusions multiples** ne sont liées qu'aux dépendances fréquentielles des réflectivités, des albedos et des fonctions de phase (impossibilité formelle de ramener le problème spectral à la connaissance de  $\mathcal{T}(q, \theta)$ ). La solution consiste alors à **adapter les largeurs de bandes**.



Section efficace et quantité d'absorbant

$\sigma_\nu$  uniforme, parois noires, sans diffusion

$\sigma_\nu$  hétérogène, parois noires, sans diffusion

Mélanges d'absorbants + réflexions et diffusions multiples

REMARQUE : aujourd'hui, des solutions existent en termes de simulation numérique précise, mais penser en termes de sensibilités aux éléments de dimensionnement avec  $10^8$  raies reste très difficile (formulation intégrale + modèles simplifiés de  $\mathcal{T}(q, \theta)$  en fonction de la distance d'échange)