

Modélisation d'un régénérateur à rouleaux

Jean-Marie BUCHLIN¹, Delphine LABOUREUR¹, Philippe PLANQUART¹
& Michel RENARD²

¹ Institut von Karman de Dynamique des Fluides, Rhode-Saint-Genèse, Belgique

² DREVER International, Angleur, Belgique

* (auteur correspondant : buchlin@vki.ac.be)

Résumé - L'étude propose un modèle analytique du comportement thermique d'un régénérateur à multi rouleaux pour réchauffer et refroidir deux tôles mobiles. Le formalisme mathématique de base repose sur les équations de la chaleur pour une bande et un rouleau. Etendu au système complet il aboutit à un système algébrique linéaire. Les prédictions illustratives mettent en évidence les effets de la conductance thermique de contact, du nombre de rouleaux et de la couverture angulaire sur les performances du régénérateur. On montre que la relation théorique des échangeurs à contre courant qui exprime l'efficacité thermique en fonction du nombre d'unités de transfert, peut aussi s'appliquer.

Nomenclature

C	chaleur massique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	<i>Symboles grecs</i>	
e	épaisseur, m	α, β	coefficients de matrice
h_{ctc}	conductance thermique, $Wm^{-2}K^{-1}$	δ, γ	coefficients de matrice
k	conductivité thermique, $Wm^{-1}K^{-1}$	η	efficacité thermique
L	Longueur de contact, m	θ	couverture angulaire, $^{\circ}$
\dot{m}	débit massique, $kg.s^{-1}$	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
N	nombre de rouleaux	ω	vitesse angulaire, $rad.s^{-1}$
NUT	nombre d'unités de transfert	<i>Indices et exposants</i>	
R	rayon, m	c	chaud
r	Coordonnée radiale, m	f	froid
S	surface d'échange, m^2	B	bande, tôle
T	température, $^{\circ}C$	R	rouleau
U	vitesse de bande, $m.s^{-1}$	0	entrée, extérieur
u	vitesse locale du rouleau, $m.s^{-1}$	1	intérieur
x	abscisse curviligne, m		

1. Introduction

Afin de respecter des cycles thermiques prescrits, certaines lignes de recuit de tôles minces, possèdent une section de trempe par rouleaux [1]. Ces derniers refroidis par eau permettent des taux de refroidissement de l'ordre de $100^{\circ}C/s$ pour des tôles de 1mm d'épaisseur [2]. Par ailleurs des études montrent que selon la qualité du contact et le matériau du rouleau, la conductance thermique peut atteindre des valeurs situées entre $1000 W/m^2.K$ et $6000 W/m^2.K$ [3], [4]. Dans l'idée de supprimer l'utilisation du fluide caloporteur (l'eau), cette étude envisage une technique de régénérateur à contre-courant qui combine à la fois le refroidissement et le réchauffement de tôles en mode continu aux moyens de rouleaux simples. Le principe est schématisé à la figure 1.

Une bande métallique chaude se refroidit en défilant sur un ensemble de rouleaux tournants. La chaleur récupérée par ces rouleaux est transférée à une bande froide se déplaçant en-dessous. Des petits cylindres presseurs sont ajustés pour fixer la couverture de contact angulaire et assurer une pression adéquate entre les bandes et les rouleaux.

L'objectif est ici de développer un modèle simple mais cohérent qui permette d'estimer les performances thermiques d'un tel dispositif. Pour fixer les idées sur les conditions opératoires on considérera que les bandes sont en acier et minces ($\approx 1\text{mm}$). Leur température d'entrée sont d'environ 500°C pour le coté chaud et 20°C pour le coté froid. Les rouleaux sont en acier réfractaire. Ils ont un diamètre de 1m et une épaisseur d'environ 1cm .

Le modèle proposé repose sur l'équation de la chaleur appliquée successivement aux bandes et aux rouleaux. Dans une première étape on établit un modèle de base qu'on étend par la suite au système à multi rouleaux. La dernière partie illustre les performances thermiques attendues avec un tel régénérateur.

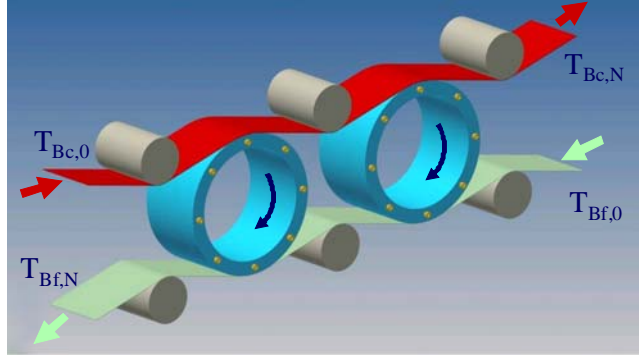


Figure 1: Principe d'un régénérateur thermique à deux rouleaux

2. Formalisme mathématique

2.1. Modèle de base

Le bilan thermique d'un rouleau se base sur l'équation de la conduction instationnaire en coordonnées cylindriques. On considère que la conductivité thermique k_R reste constante (faible plage de variation de température dans l'épaisseur du cylindre). Compte tenu des conditions opératoires, l'analyse dimensionnelle montre que seuls le taux de variation de l'énergie interne et la conduction radiale ont de l'importance. La distribution de la température T_R est donc régie par l'équation suivante:

$$\rho_R C_R \frac{\partial T_R}{\partial t} = k_R \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_R}{\partial r} \right) \quad (1)$$

ρ_R et C_R sont respectivement la masse volumique et la chaleur spécifique du rouleau.

La bande est soumise à un échange de chaleur avec le rouleau qui se modélise au travers d'une conductance de contact h_{ctc} . La bande subit aussi une perte de chaleur vers l'extérieur due à la convection et la radiation. Le coefficient de transfert par convection d'un cylindre tournant dans de l'air au repos peut-être déduit des études menées par K.M. Becker [5], A. Kendoush [6] ou J.T. Anderson et al [7]. Dans les conditions de travail envisagées le coefficient convectif ne dépasse pas $10 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. Les pertes par rayonnement peuvent être estimées via un modèle de radiosité où le rouleau est vu comme un objet relativement petit devant les surfaces environnantes. La faible émissivité des tôles métalliques conduit à un coefficient d'échange radiatif équivalent reste aussi inférieur à $10 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. On estime ainsi que la densité de flux de chaleur caractérisant les pertes vers l'extérieur reste faible devant

celle de l'échange bande-rouleau de sorte qu'en première approximation l'équation thermique de la bande devient :

$$\rho_B C_B e_B \frac{dT_B}{dt} = h_{ctc} \cdot (T_R - T_B) \quad (2)$$

ρ_B , et C_B sont respectivement la masse volumique et la chaleur spécifique de la bande.

Le système des deux équations couplées (1) et (2) nécessite une résolution numérique qui a été mise en œuvre dans le cadre de ce programme de recherche [8]. Comme l'objectif ici est d'aboutir à un modèle d'ingénierie simple de forme analytique, l'équation thermique (1) est intégrée sur l'épaisseur du rouleau e_R . En supposant que la face intérieure du rouleau est isolée, on aboutit à :

$$\rho_R C_R \frac{d\bar{T}_R}{dt} = \frac{2 R_I}{R_I^2 - R_0^2} \cdot k_R \left. \frac{\partial T_R}{\partial r} \right|_{R_I} \quad (3)$$

Où la température moyenne du rouleau, \bar{T}_R , est définie suivant une approche enthalpique:

$$\bar{T}_R = \frac{\int_{R_0}^{R_I} \rho_R C_R \cdot u \cdot T_R \cdot dr}{\int_{R_0}^{R_I} \rho_R C_R \cdot u \cdot dr} \quad (4)$$

Où u est la vitesse locale $=\omega \cdot r$ avec ω la vitesse angulaire et r la coordonnée radiale. Dans la région de contact bande-rouleau, la densité de flux de chaleur sera maintenant modélisée par une conductance thermique, \bar{h}_{ctc} , basée sur la température moyenne du rouleau. Finalement l'équation thermique s'écrit:

$$\rho_R C_R \frac{d\bar{T}_R}{dt} = \frac{2 R_I}{R_I^2 - R_0^2} \cdot \bar{h}_{ctc} \cdot (T_B - \bar{T}_R) \quad (5)$$

Celle de la bande devient:

$$\rho_B C_B e_B \frac{dT_B}{dt} = \bar{h}_{ctc} \cdot (\bar{T}_R - T_B) \quad (6)$$

On notera que dans la présente application, l'épaisseur du rouleau e_R est petite devant le rayon extérieur du rouleau R_I de sorte que $\frac{2 R_I}{R_I^2 - R_0^2} \approx \frac{1}{e_R}$

NB : Pour une facilité d'écriture on omettra par la suite la barrette supérieure sur T_R et h_{ctc} .

2.2. Modèle à multi rouleaux

Les équations (5) et (6) sont maintenant appliquées au dispositif à multi rouleaux. Chaque rouleau dans le dispositif du régénérateur représentera une cellule d'échange comme l'illustre le schéma de la figure 2. On ne suppose aucune perte thermique entre deux cellules

successives. Du coté chaud, la bande rentre dans la cellule avec une température $T_{Bc,i-1}$ et en ressort avec une température $T_{Bc,i}$. Du coté froid, la bande rentre avec une température $T_{Bf,i}$ et en ressort avec $T_{Bf,i-1}$. La température du rouleau tournant passera alternativement de $T_{R,i-1}$ à $T_{R,i}$.

On définit la coordonnée curviligne $x=t/U= R\theta.\pi/180$ où U est la vitesse de défilement des bandes et θ l'arc de contact exprimé en degré ($^\circ$). Après soustraction de (5) à (6), on intègre l'équation résultante en postulant que la conductance de contact garde une valeur constante sur toute la longueur de contact L pour obtenir :

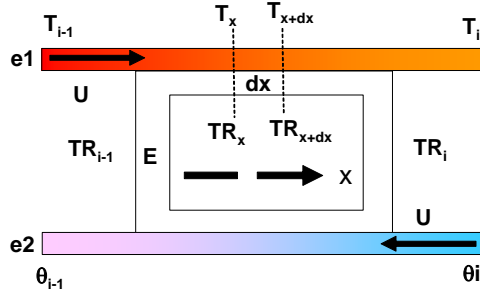


Figure 2 : Définition de la cellule générique.

Coté chaud :

$$T_{Bc,i} - T_{R,i} = F_c (T_{Bc,i-1} - T_{R,i-1}) \quad (7)$$

Coté froid

$$T_{Bf,i} - T_{R,i-1} = F_f (T_{Bf,i} - T_{R,i}) \quad (8)$$

Avec $F = \exp[-(H_B + H_R)L]$ où $H_B = \frac{\bar{h}_{ctc}}{e_B \rho_B C_B U}$ et $H_R = \frac{\bar{h}_{ctc}}{e_R \rho_R C_R U}$

Pour fermer le modèle il suffit de formuler la variation d'enthalpie entre l'entrée et la sortie de la cellule :

Coté chaud :

$$T_{Bc,i} + MC_c T_{R,i} = T_{Bc,i-1} + MC_c T_{R,i-1} \quad (9)$$

Coté froid :

$$T_{Bf,i} + MC_f T_{R,i} = T_{Bf,i-1} + MC_f T_{R,i-1} \quad (10)$$

Avec $MC = \frac{\dot{m}_R C_R}{\dot{m}_B C_B}$

Les quatre équations (7) à (10) constituent un système algébrique linéaire qui peut être facilement résolu en éliminant les températures nodales du rouleau. On arrive ainsi à un deuxième système algébrique $2N \times 2N$ où N est le nombre de rouleaux placés dans le régénérateur:

$$\alpha_c T_{Bc,i-1} + \beta_c T_{Bc,i} + \gamma_c T_{Bf,i-1} + \delta_c T_{Bf,i} = 0 \quad (11)$$

et

$$\alpha_f T_{Bc,i-1} + \beta_f T_{Bc,i} + \gamma_f T_{bf,i-1} + \delta_f T_{Bf,i} = 0 \quad (12)$$

Soit l'écriture compacte $[M] \cdot \vec{T} = \vec{V}$. Les expressions des coefficients α , β , γ et δ sont repris en annexe. Un algorithme a été développé sous plateformes MATLAB et Mathcad pour générer automatiquement la matrice des coefficients $[M]$ et le vecteur indépendant \vec{V} pour n'importe quelle valeur de N . Il est basé sur l'observation que $[M]$ est répétitivement composée des deux sous matrices suivantes :

$$[\Delta] = \begin{bmatrix} \alpha_c & \beta_c \\ \alpha_f & \beta_f \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\Omega] = \begin{bmatrix} \gamma_c & \delta_c \\ \gamma_f & \delta_f \end{bmatrix}$$

3. Prédictions illustratives

L'applicabilité du modèle est exemplifiée par quelques simulations qui soulignent l'effet du nombre de rouleaux, de l'arc angulaire et de la conductance thermique de contact sur les performances thermiques du régénérateur à multi rouleau. On réduira les simulations aux conditions opératoires citées dans l'introduction.

La figure 3 montre l'évolution de la température des bandes chaude et froide pour une unité de 7 rouleaux en supposant une conductance de contact thermique de $3000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ partout, la même couverture angulaire $\theta = 30^\circ$ pour le haut et le bas et une vitesse de défilement des bandes $U = 2 \text{ m/s}$. On obtient un refroidissement et un réchauffement de 129°C . Les températures des rouleaux aussi portée en graphique à la figure 3 correspondent bien aux valeurs intermédiaires entre les deux bandes.

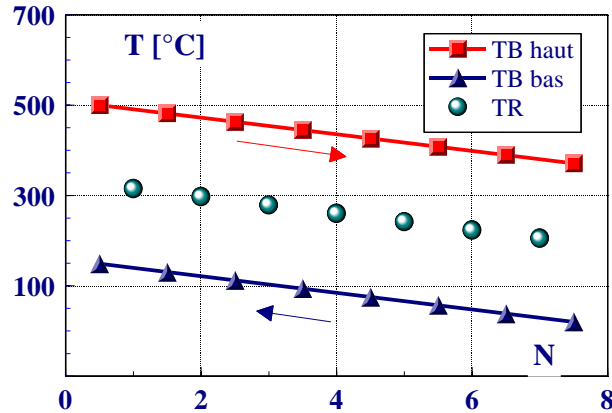


Figure 3: Evolution de la température des bandes et des rouleaux du régénérateur.

Les effets de la valeur de la conductance thermique de contact et du nombre de rouleaux sont illustrés à la figure 4. Les résultats sont exprimés en termes de variation de température entre l'entrée et la sortie de l'unité de régénération. Si on estime qu'une performance intéressante du système proposé se situe vers $\Delta T = 200^\circ \text{C}$ on constate qu'il faut que la conductance de contact thermique puisse atteindre des valeurs égales ou supérieures à $4000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ et que le nombre de rouleaux soit de 7 ou plus.

La figure 5 montre que les performances s'améliorent quand la couverture angulaire augmente et qu'il est recommandé de la régler au-dessus de 30° pour garder un nombre de rouleaux raisonnable.

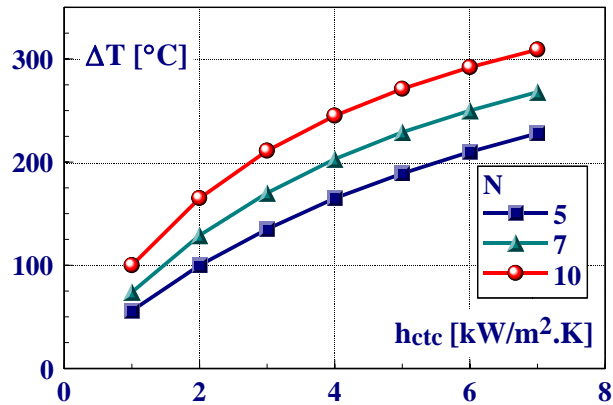


Figure 4: Effet de h_{ctc} et du nombre de rouleaux sur les performances du régénérateur.

$U=2m/s$ et $\theta=45^\circ$.

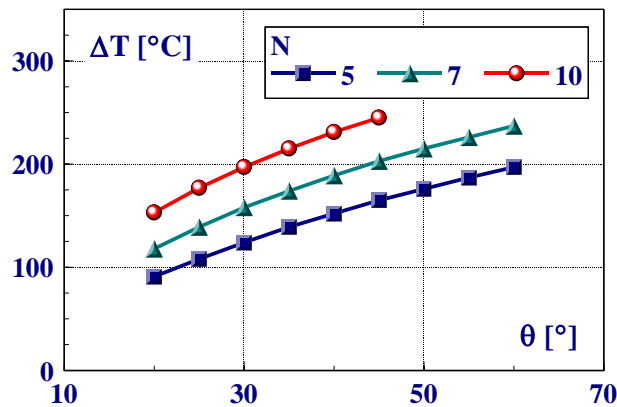


Figure 5: Effet de θ et du nombre de rouleaux sur les performances du régénérateur.

$U=2m/s$ et $h_{ctc}=4000 W/m^2.K$.

Comme dans tout échangeur de chaleur, le dispositif à multi rouleaux peut être caractérisé de manière adimensionnelle par la relation entre l'efficacité thermique η et le nombre d'unités de transfert NUT définis comme suit :

$$\eta = \frac{\Delta T}{T_{Bc,0} - T_{Bf,0}} \quad \text{et} \quad NUT = \frac{T_{Bc,0} - T_{Bf,0}}{MLDT}$$

Où $MLDT$ est la moyenne logarithmique de la différence de température entre l'entrée et la sortie de l'échangeur. En gardant les mêmes conditions opératoires et faisant varier l'ensemble des paramètres, h_{ctc} , N et θ , on obtient la figure 6. On remarque que l'efficacité η atteint une valeur asymptotique de 0.5 comme le prédit la relation théorique (13) des échangeurs à contre courant quand le rapport des débits calorifiques est unitaire (courbe continue à la figure 6).

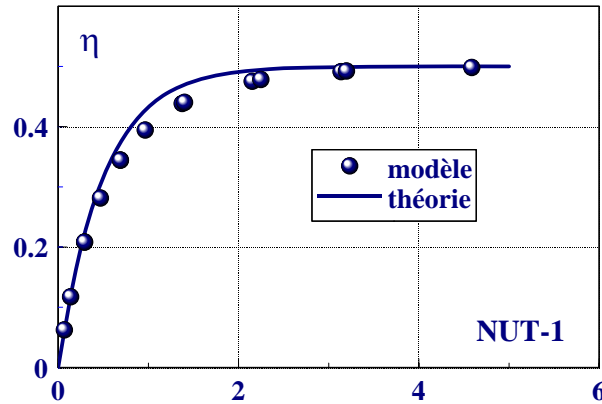


Figure 6: Efficacité thermique en fonction du NUT.

$$\eta = \frac{1 - \exp(2(NUT - 1))}{2} \quad (13)$$

4. Conclusions

Une modélisation analytique du comportement thermique d'un régénérateur composé de deux bandes se déplaçant à contre courant sur des rouleaux est présentée.

Moyennant quelques hypothèses simplificatrices et une définition pertinente de la température moyenne du rouleau, l'écriture du modèle se concrétise par un système algébrique linéaire qui peut se résoudre facilement sur des plateformes telles que MatLab ou Mathcad.

Le modèle permet d'apprécier l'effet de paramètres comme la conductance de contact thermique, le nombre de rouleaux et l'arc angulaire sur l'efficacité thermique du procédé. Les prédictions illustratives montrent que l'application industrielle du système peut devenir prometteuse si la conductance de contact, telle que définie dans le modèle, peut atteindre des valeurs supérieures à $4000 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ et que la couverture angulaire est plus grande que 30° . Dans ces conditions le nombre de rouleaux pourrait ne pas dépasser la dizaine.

Enfin, le modèle montre que les performances du régénérateur sont correctement décrites par la relation théorique des échangeurs à contre courant qui exprime l'efficacité thermique en fonction du nombre d'unités de transfert.

Références

- [1] G. Hamel et F. Molixe: Le recuit continu des tôles minces à Sollac Montataire. La Revue de Métallurgie-CIT, décembre 1988.
- [2] H. Maemura, T. Jimba, Y. Fukuoka, S. Takushima, M. Jitsukawa and T. Shimomura : Application of roll quench system to NKK-CAL process. Nippon Kokan Technical report, Overseas No. 38, 1983.
- [3] M. Okura, H. Makino, Y. Tanaka, J. Iwaya and H. Maeda. "Improvement in first cooling technique (roll quench and water quench) and the properties of the products". Developments in the annealing of sheet steels Edited by R. Pradhan and I. Gupta. The Minerals, Metals & Materials Society, 1992.

[4] S. Fukuda and Y. Ohkubo. Heat Transfer characteristics of roller quench system in continuous annealing line. In Heat and mass transferring materials processing edited by Tanasawa, I and Lior, N. Hemisphere publishing corporation, pp 501-513.

[5] K.M. Becker: Measurements of convective heat transfer from a horizontal cylinder rotating in a pool of water, Technical Report AE-107, Aktiebolaget Atomenergi, Stockholm, Sweden 1963.

[6] A. A. Kendoush: An approximate solution of the convective heat transfer from an isothermal rotating cylinder, Int. J. Heat and Fluid Flow 17:439-441, 1996.

[7] J.T. Anderson and O. A. Saunders: Convection from an isolated heated horizontal cylinder rotating about its axis. Proc. R. Soc. Lond. A 1953 217.

[8] G. Diquas, Ph. Planquart et J.-M. Buchlin : Étude d'un nouveau four de recuit de bandes d'acier - le four régénératif à rouleaux. Rapport scientifique et technique - Convention RW N°6240, janvier 2011.

Annexe

Expression des coefficients matriciels :

$$\alpha_c = c_c - \frac{a_c d_c}{b_c} \quad ; \quad \beta_c = \frac{d_c}{b_c} \quad ; \quad \gamma_c = -\frac{1}{b_f} \quad ; \quad \delta_c = \frac{a_f}{b_f}$$

$$\alpha_f = -\frac{a_c}{b_c} \quad ; \quad \beta_f = \frac{1}{b_c} \quad ; \quad \gamma_f = -\frac{d_f}{b_f} \quad ; \quad \delta_f = -\left(c_f - \frac{a_f d_f}{b_f} \right)$$

Avec les relations suivantes applicable aussi bien au coté chaud qu'au coté froid

$$a = \frac{1+F \cdot MC}{1+MC} \quad ; \quad b = MC \frac{1-F}{1+MC} \quad ; \quad c = \frac{1-F}{1+MC} \quad \text{et} \quad d = \frac{F+MC}{1+MC}$$