

Identification des flux de chaleur interfaciaux à partir d'un modèle conductif analytique du procédé de fonderie à cire perdue.

Nicolas VIENS^{1,2*}, Christian BISSIEUX¹, Mohammed LACHI¹, Patrick PRIOT², Christophe LECLET², Kevin CHAILLER², Antoine GAUCHER²

¹Université de Reims Champagne-Ardenne, GRESPI (Groupe de Recherche en Sciences Pour l'Ingénieur), Reims, France

²CTIF (Centre Technique des Industries de la Fonderie), Sèvres, France

* (auteur correspondant : viens@ctif.com)

Résumé - Le développement de modèles unidimensionnels correspondant à une simplification de procédés industriels permet de mettre en évidence les paramètres physiques essentiels dans leurs mises en jeu. Dans notre cas, nous identifions les propriétés thermophysiques d'un moule de fonderie ainsi que le flux à l'interface moule-métal présents dans le procédé de fonderie à cire perdue.

Nomenclature

T	température, K	ω	coefficient correcteur de la géométrie
t	temps, s	T_c	thermocouple
k	conductivité thermique, $Wm^{-1}K^{-1}$	p	variable de Laplace
h	coefficient d'échange externe, $Wm^{-2}K^{-1}$	\bar{T}	température dans l'espace de Laplace
φ	flux surfacique, Wm^{-2}	\vec{b}	vecteur paramètre
l	épaisseur du moule, m	X	matrice de sensibilité
E_m	énergie dissipée par le métal, J	\hat{Y}	mesures expérimentales
S	surface de contact moule-métal, m^2	\otimes	<i>produit de convolution</i>
V	volume de métal coulé, m^3		
M	module thermique (V/S), m		<i>Indices et exposants</i>
T_0	température de préchauffe du moule, K	n	numéro d'itération
x	coordonnée, m	ext	extérieur
ρ	masse volumique du métal, $kg\ m^{-3}$	t	transposée
ΔH	variation d'enthalpie, $J\ kg^{-1}$		

1. Introduction

Les logiciels de simulation de fonderie permettent d'appréhender des procédés aussi complexes que celui à cire perdue, comprenant une préchauffe du moule en céramique et des échanges convectifs et radiatifs avec l'extérieur. Afin de renseigner les bases de données utilisées en simulation numérique, il est essentiel d'estimer au préalable des paramètres physiques tels que la résistance thermique d'interface moule-métal, la conductivité thermique du moule et le coefficient d'échange externe.

Cet article présente tout d'abord l'identification de la conductivité thermique et du coefficient d'échange, puis l'identification du flux à l'interface moule-métal à partir de modèles 1D et de mesures réalisées lors d'une coulée d'aluminium (AlSi7Mg0,3 quasi-équivalent à l'A356) instrumentée.

Cette étude s'intègre dans un projet de recherche développé conjointement entre le GRESPI (Groupe de Recherche en Sciences Pour l'Ingénieur) de l'Université de Reims Champagne Ardenne et le CTIF (Centre Technique des Industries de la Fonderie).

2. Procédé de fonderie à cire perdue

Ce procédé industriel, utilisé pour la fonderie de précision, consiste à fabriquer un moule en céramique de l'ordre de 10 mm d'épaisseur autour d'un modèle en cire. Une fois la cire retirée par fusion et le moule fritté, celui-ci devient suffisamment résistant pour couler tous les types de métaux (acier à 1600°C, aluminium à 700°C...). La préchauffe du moule permet de couler des pièces métalliques de faibles épaisseurs (de l'ordre du millimètre et moins).

Vu le nombre important d'étapes, la réalisation d'un moule est longue (plusieurs jours) et coûteuse. Les schémas ci-dessous résument ce procédé [1]:

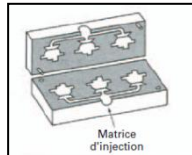


Figure 1:
Production des modèles
en cire (matrice
d'injection)

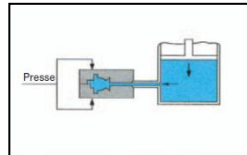


Figure 2:
Production des
modèles en cire
(système d'injection)

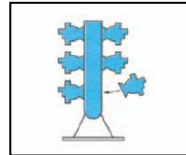


Figure 3:
Fabrication de la
grappe

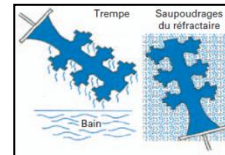


Figure 4:
Fabrication de la
carapace

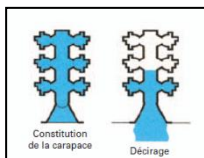


Figure 5: Décirage

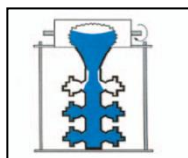


Figure 6: Fusion,
coulée de métal

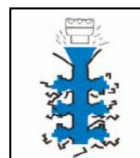


Figure 7:
Décochage

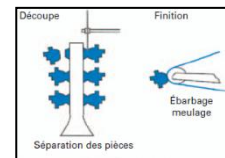


Figure 8: Finitions

Ce procédé est utilisé dans la réalisation de pièces à forte valeur ajoutée, dans les secteurs de l'aéronautique, du médical, de l'orfèvrerie...

3. La simulation en fonderie

La simulation numérique permet d'optimiser la géométrie des pièces, les systèmes de remplissage et de masselottage, de prévenir les défauts liés à la coulée (retassures, malvenues, porosités...) et de prévoir les caractéristiques mécaniques de la pièce finale. Afin de simuler fidèlement la prédiction des défauts, il est important d'avoir une connaissance précise des phénomènes physiques régissant la solidification (figures 9 et 10).

L'un des phénomènes critique est le retrait du métal qui est dû à la variation de sa masse volumique lors de sa solidification. Ce phénomène très complexe dépend à la fois de l'état des surfaces en contact au niveau de l'interface moule-métal, du procédé de coulée, de l'orientation de la pièce, De nombreux auteurs [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] ont cherché à attribuer un sens physique à la résistance thermique présente en fonderie. Ces études mettent en évidence la possibilité d'estimer ce retrait en réalisant un bilan thermique sur le moule. En effet, la vitesse de refroidissement du métal dépend directement de cette résistance thermique d'interface entre le métal et le moule, mais aussi de l'effusivité du moule et des échanges avec le milieu extérieur. Krishnan et Sharma [9] ont appliqué la méthode de Beck [10] pour identifier l'évolution de ce coefficient d'échange dans le cas d'un moule de fonderie thermiquement infini. Zhang [11] a déterminé ce coefficient lors de coulées d'aubes de turbines fabriquées avec le procédé de fonderie à cire perdue.

Comme l'inversion de modèle à partir du logiciel de simulation 3D est très coûteuse en temps de calcul, nous avons développé deux modèles analytiques 1D simplifiés grâce auxquels nous estimerons les propriétés thermophysiques du moule, puis le flux à l'interface métal-moule.

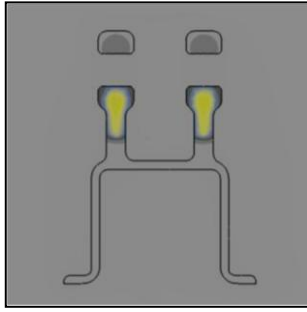


Figure 9: Zones se solidifiant en dernier (en gris clair) dans un moule classique de fonderie

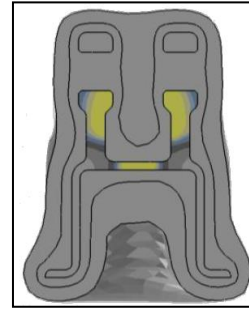


Figure 10: Zones se solidifiant en dernier (en gris clair) avec le procédé à cire perdue

4. Modélisation analytique unidimensionnelle du transfert dans le moule

Une solution analytique du transfert conductif en géométrie unidimensionnelle a été développée. La modélisation analytique repose sur la méthode de la transformée de Laplace avec retour dans l'espace-temps à l'aide de la série de Stehfest. Deux modèles distincts seront présentés dans cet article.

Le premier modèle est représentatif de l'échange conductif au sein d'un moule thermiquement fini avec une condition de Dirichlet en entrée du système et une condition de Fourier sur la paroi externe. Ce modèle sert à l'identification de la conductivité thermique de la céramique et du coefficient d'échange convecto-radiatif à l'interface moule-environnement.

Le second modèle a pour but de modéliser le procédé lui-même. C'est un modèle conductif représentant le comportement d'un moule thermiquement fini avec une condition de Neumann à l'interface métal-moule et une condition de Fourier sur la paroi externe. Ce modèle sera utilisé pour identifier le flux à l'interface moule-métal.

4.1. Premier modèle: conduction avec une condition de Dirichlet en entrée

L'équation de la chaleur dans l'espace de Laplace [12] s'écrit:

$$\frac{\partial^2 \bar{T}(x,p)}{\partial x^2} = \frac{p}{a} \bar{T}(x,p) \quad (1)$$

Dans ce cas, l'évolution temporelle de la température au sein du moule sera mesurée en insérant un thermocouple (T_{c_1}) lors de sa fabrication:

$$\bar{T}(x=0,p) = \overline{T_{c_1}(t)} \quad (2)$$

Dans ce procédé, les échanges avec l'extérieur à la température T_{ext} sont pris en compte par un coefficient d'échange h_{ext} :

$$-k \left. \frac{\partial \bar{T}(x,p)}{\partial x} \right]_{x=l} = h_{ext} \left[\bar{T}(x=l,p) - \frac{\bar{T}_{ext}}{p} \right] \quad (3)$$

L'équation résultante après retour de Stehfest peut s'écrire comme étant la somme de deux fonctions F_1 et F_2 et de la température de préchauffe du moule T_0 . La première dépend uniquement de T_{c_1} , alors que la seconde dépend de la température extérieure:

$$T(x,t) = T_0 + T_{c_1}(t) \otimes F_1 + F_2 \quad (4)$$

4.2. Second modèle: conduction avec une condition de Neumann en entrée

Le flux pariétal généré lors de la solidification de l'alliage a pour transformée:

$$\bar{\varphi}(x = 0, p) = \overline{\varphi(t)} \quad (5)$$

Les échanges avec le milieu extérieur, à la température T_{ext} , sont décrits par:

$$-k \left. \frac{\partial \bar{T}(x, p)}{\partial x} \right]_{x=l} = h_{ext} \left[\bar{T}(x = l, p) - \frac{\bar{T}_{ext}}{p} \right] \quad (6)$$

L'équation résultante après retour de Stehfest s'écrit cette fois-ci comme la somme de deux fonctions G_1 et G_2 . La première dépend du flux pariétal et la seconde de la température extérieure:

$$T(x, t) = T_0 + \varphi(t) \otimes G_1 + T_{ext} * G_2 \quad (7)$$

5. Procédure d'inversion

L'identification utilisée avec le premier modèle est basée sur l'algorithme de Gauss-Newton [10] [13] [14]. Dans ce modèle, les matrices de sensibilités dépendent de plusieurs paramètres (modèle non-linéaire). Pour s'en affranchir, il est nécessaire de linéariser localement la fonction en calculant un développement en série de Taylor au premier ordre autour d'une valeur de référence (vecteur de paramètres utilisé pour le calcul de l'évolution de température théorique). La fonction coût à minimiser correspond à la méthode des moindres carrés ordinaires. Le but est de rechercher un minimum de cette fonction coût pour retrouver le jeu de paramètres optimal (β) en comparant les données, issues du modèle avec les paramètres d'entrée \vec{b}_n , aux mesures expérimentales (n étant le numéro d'itération et \vec{b}_0 le vecteur paramètre initial). Lorsque la théorie est en accord avec la manipulation, alors $\beta = \vec{b}_n$.

$$\vec{b}_{n+1} = \vec{b}_n + \left(X^t(\vec{b}_n) X(\vec{b}_n) \right)^{-1} X^t(\vec{b}_n) [\hat{Y} - \eta(\vec{b}_n)] \quad (8)$$

L'identification du flux pariétal utilisée dans le second modèle est basée sur l'échantillonnage de la fonction flux (soit ici une paramétrisation sur environ 50 points). L'étude de sensibilité à chacun des paramètres permet de connaître leur influence dans le temps: chaque paramètre correspondant à un créneau de flux, les réponses des thermocouples sont retardées et limitées dans le temps. Cette technique d'inversion est aussi connue sous le nom de méthode de Beck [10].

6. Partie expérimentale

Pour que les modèles développés (1D cartésiens) puissent correspondre à la manipulation, nous avons réalisé la coulée d'une plaque plane en aluminium. Les figures 11-12 présentent la géométrie du moule et les emplacements des thermocouples, l'un dans le métal et trois répartis dans l'épaisseur du moule.

Le procédé de coulée se décompose en trois parties. Dans un premier temps, le moule est placé dans un four cloche permettant sa préchauffe à une température de 550°C. Une fois que la température du moule est homogène, il sorti du four pour être placé sur un support permettant la coulée de l'alliage. A cette étape le moule est toujours vide et comme le montre la figure 13 son refroidissement a déjà commencé. La dernière étape consiste à remplir le moule d'aluminium et à attendre la fin de la solidification.

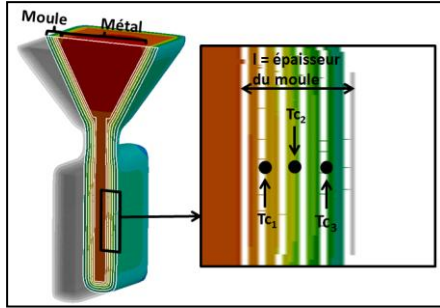


Figure 11: Schéma de la manipulation



Figure 12: Photo du moule

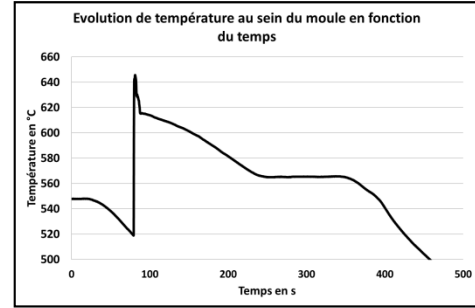


Figure 13: Evolution de température au sein du moule

7. Résultats

7.1. Inversion à partir du premier modèle (Dirichlet)

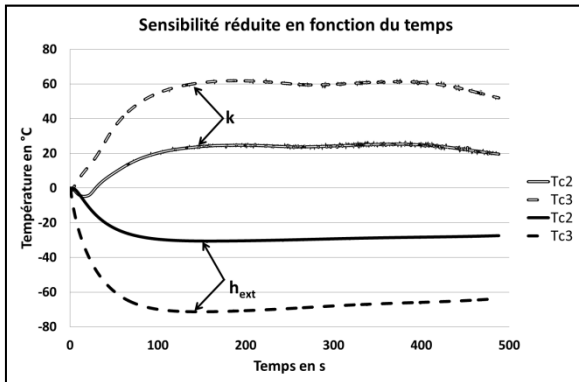


Figure 14: Courbes de sensibilité

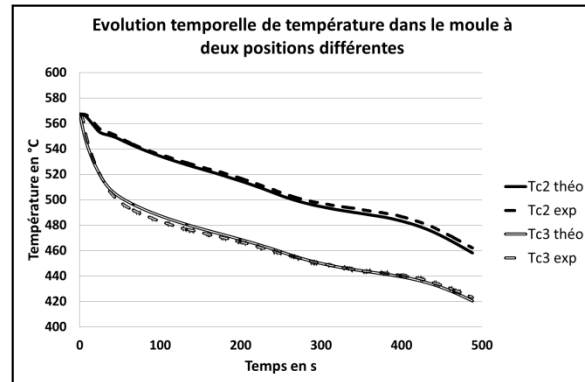


Figure 15: Comparaison des évolutions de température théoriques et expérimentales

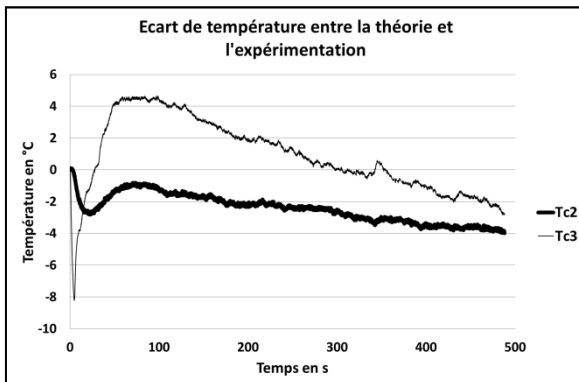


Figure 16: Courbes de résidus

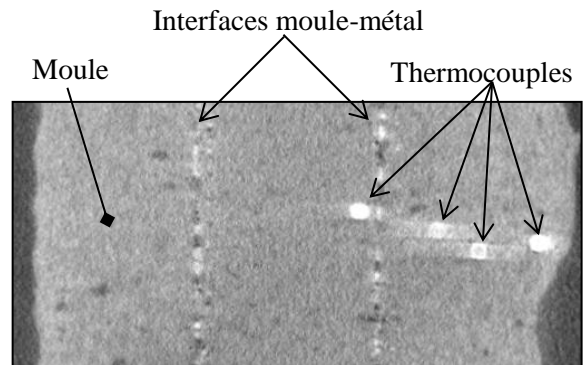


Figure 17: Image tomographique permettant le relevé des positions de thermocouple

L'inversion à partir du premier modèle a pour but d'identifier au préalable la conductivité thermique de la céramique et le coefficient d'échange externe, indépendamment de la condition limite à l'interface moule-métal. Le premier thermocouple Tc_1 dans le moule servira d'entrée au modèle, tandis que les deux thermogrammes Tc_2 et Tc_3 serviront à identifier les deux paramètres recherchés. L'étude de sensibilité réalisée a montré que ces deux paramètres sont très fortement corrélés, bien que dans une moindre mesure aux premiers instants de

l'étude. Les premiers instants de la coulée correspondent en effet à l'échauffement du moule indépendamment des échanges externes. Assez rapidement, le système tend vers un régime à flux constant [15] [16] [17] pendant lequel les paramètres k et h_{ext} ne sont plus décorrélables.

Sachant que ces paramètres sont linéairement dépendants, l'algorithme d'inversion converge vers une conductivité de $1,6 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ et un coefficient d'échange externe de $50 \text{ W.m}^{-2}\text{K}^{-1}$. Comme ces paramètres sont très sensibles aux positions précises des thermocouples, celles-ci ont été repérées par tomographie (précision $70\mu\text{m}$) (figure 17). Une autre difficulté provient de la maîtrise insuffisante de la condition limite externe lors de la sortie du moule hors du four comme en atteste les résidus d'ajustement (figure 16). Ces résidus montrent surtout qu'il subsiste des biais de modèle, attribuables notamment aux thermodépendances respectives de k et de h_{ext} .

7.2. Inversion à partir du second modèle (Neumann)

Nous utilisons maintenant les trois thermocouples dans le moule pour identifier cette fois le flux en entrée. La conductivité et le coefficient d'échange externe utilisés sont ceux estimés précédemment.

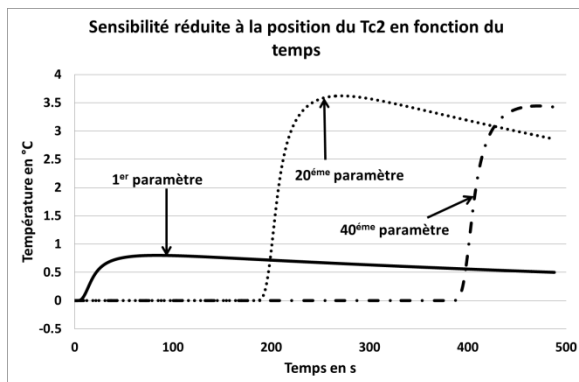


Figure 18: Sensibilités des paramètres 1, 20 et 40

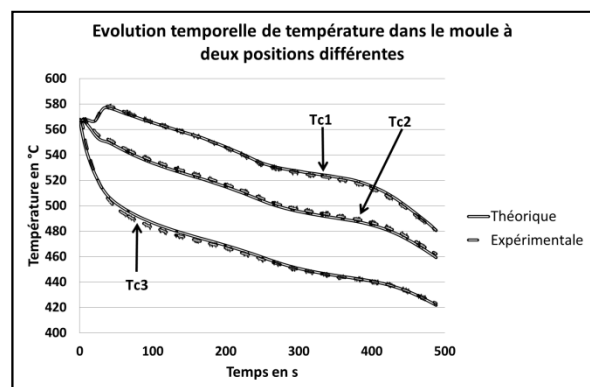


Figure 19: Evolutions de température théoriques et expérimentales

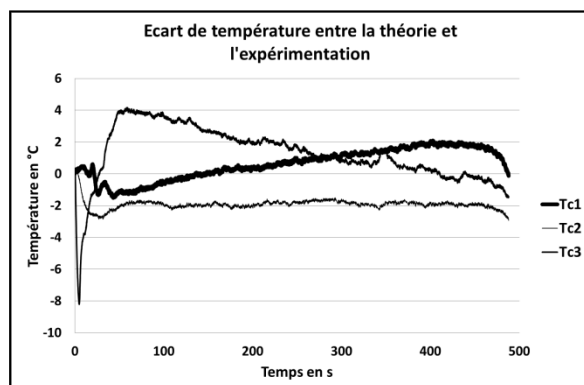


Figure 20: Courbes de résidus

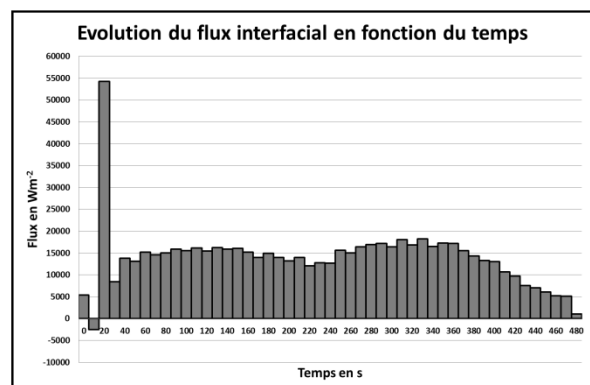


Figure 21: Flux identifié

La paramétrisation de la fonction de flux augmentant le nombre de degrés de liberté du système, d'où les résidus obtenus ici sont plus faibles (figure 20)

A ce stade, nous avons la possibilité d'effectuer un bilan énergétique sur l'ensemble de la solidification. Toute l'énergie dissipée par l'alliage (base de données QuikCast) est transmise au moule: en effet, la quantité d'énergie dissipée par le métal lors de sa solidification équivaut à l'intégrale du flux pariétal identifié [18] [19]:

$$E_m = \rho M \Delta H = \rho \Delta H \frac{V}{S} \omega = \int_0^{t_{sol}} \varphi dt \quad (9)$$

Afin de prendre en compte les effets tridimensionnels (dissipation d'énergie par les arêtes et les coins de la pièce), nous appliquons un coefficient correcteur empirique ω [20] à l'énergie dissipée par le métal. Le tableau suivant compare l'énergie issue de la base de donnée métal (QuikCast) et celle issue du flux pariétal identifié:

Densité d'énergie dissipée par le métal lors de sa solidification (BD QuikCast)	Densité d'énergie correspondant à l'intégrale du flux pariétal (notre modèle)
5.10^6 J.m^{-2}	$5,6.10^6 \text{ J.m}^{-2}$

8. Conclusion

La modélisation analytique du transfert conductif dans un moule fini en géométrie unidimensionnelle a été développée par transformée de Laplace avec retour par série de Stehfest. L'algorithme de Gauss-Newton est utilisé pour l'estimation des paramètres k et h_{ext} , puis pour l'identification du flux pariétal. Le transfert localement unidimensionnel est réalisé expérimentalement grâce à la coulée instrumentée de plaques en alliage AlSi7Mg0,3.

Toutefois, un certain nombre de caractéristiques du procédé à cire perdue restent difficiles à prendre en compte dans le modèle: la thermodépendance des paramètres thermophysiques, les inhomogénéités dans la nature et les dimensions du moule, la géométrie et l'orientation des pièces, la présence des thermocouples, les systèmes de remplissage et de masselottage.

Références

- [1] J. Doriath et S. Prigent, Fonderie de précision à modèle perdu, *Techniques de l'ingénieur*, p. 580.
- [2] T. Loulou, E. Artyukin et J. Bardon, Estimation of thermal contact resistance during the first stages of metal solidification process: I-experiment principle and modelisation, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 42, pp. 2119-2127, 1999.
- [3] T. Loulou, E. Artyukhin et J. Bardon, Estimation of thermal contract resistance during the first stages of metal solidification process: II-experimental setup and results, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 42, pp. 2129-2142, 1999.
- [4] D. O'Mahoney et D. Browne, Use of experiment and an inverse method to study interface heat transfer during solidification in the investment casting process, *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 22, pp. 111-122, 2000.
- [5] C. Hallam et W. Griffiths, A model of the interfacial heat transfer coefficient for the aluminium gravity die-casting process, vol. 35B, pp. 721-733, 2004.
- [6] W. Griffiths et R. Kayikci, The effect of varying chill surface roughness on interfacial heat transfer during casting solidification, pp. 4036-4043, 2007.
- [7] A. Hamasaiid, M. Dargusch, C. Davidson, S. Tovar, T. Loulou, F. Rezaï-aria et G. Dour, Effect of mold coating materials and thickness on heat transfer in permanent mold casting of aluminium alloys, *Metallurgical and Materials Transactions*, vol. 38A, pp. 1303-1316, 2007.
- [8] A. Hamasaiid, G. Wang, C. Davidson, G. Dour et M. Dargusch, Communication: Interfacial heat transfer during die casting of an Al-Si-Cu alloy, *Metallurgical and Materials Transactions*, vol. 40A, pp. 3056-3058, 2009.
- [9] M. Krishnan et D. Sharma, Determination of the interfacial heat transfer coefficient h in unidirectional heat flow by Beck's non linear estimation procedure, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, vol. 23, n° 12, pp. 203-214, 1996.

- [10] J. Beck et K. Arnold, Parameter estimation in engineering and science, John Wiley & Sons, 1977.
- [11] W. Zhang, G. Xie et D. Zhang, Application of an optimization method and experiment in inverse determination of interfacial heat transfer coefficients in the blade casting process, *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 34, pp. 1068-1076, 2010.
- [12] Ozisik, Heat conduction second edition, North Carolina State University, 1976.
- [13] D. Petit et D. Maillet, Techniques inverses et estimation de paramètres. Partie 1, *Techniques de l'ingénieur*, vol. AF4515, 2008.
- [14] D. Petit et D. Maillet, Techniques inverses et estimation de paramètres. Partie 2, vol. AF4516, 2008.
- [15] G. K. Upadhya, S. Das, U. Chandra et A. J. Paul, Modelling the investment casting process: a novel approach for view factor calculations and defect prediction, *Appl. Math. Modelling*, vol. Vol. 19, 1995.
- [16] M. Rafique et J. Iqbal, Modeling and simulation of heat transfer phenomena during investment casting, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52, p. 2132–2139, 2009.
- [17] C. Konrad, M. Brunner, K. Kyrgyzbaev, R. Völkl et U. Glatzel, Determination of heat transfer coefficient and ceramic mold material parameters for alloy IN738LC investment castings, *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 211, pp. 181-186, 2011.
- [18] G. Malherbe, C. Bissieux, P. Priot, P. Brenot, J.-F. Henry, S. Fohanno, S. Dufour et J.-J. Marceau, Elaboration de modèles réduits de solidification de pièces en alliage aluminium-silicium dans le procédé de fonderie à modèle perdu, *Fonderie magazine*, 2012.
- [19] G. Malherbe, C. Bissieux, P. Priot, J.-F. Henry et S. Fohanno, Etude des transferts thermiques dans le procédé de fonderie à modèle perdu en vue de l'amélioration des performances des culasses automobiles, chez *Ates du congrès annuel de la société française de thermique*, Bordeaux-Talence, 2012.
- [20] ETIF, Masselottage en moulage sable, ETIF, 1994.