

Propriétés thermiques d'un mélangeur chaotique statique

Mathieu CREYSSELS*, Simon PRIGENT, Yixian ZHOU, Jianjin XIN, Christian NICOT, Philippe CARRIÈRE

Laboratoire de Mécanique des Fluides et Acoustique, École Centrale de Lyon 36, av. Guy de Collongues - 69134 Écully

*(auteur correspondant : mathieu.creysseles@ec-lyon.fr)

Résumé - À bas nombre de Reynolds, l'advection chaotique est considérée comme un processus très efficace pour mélanger deux fluides visqueux. Cette étude expérimentale et numérique vise à caractériser un mélangeur chaotique statique du point de vue du transfert thermique dans le but de quantifier sa capacité à évacuer efficacement la chaleur entre un fluide intérieur chaud et un fluide extérieur froid.

Nomenclature

D	diamètre hydraulique, m	Nu	nombre de Nusselt global
L	longueur développée d'un élément, m	nu	nombre de Nusselt local
e	épaisseur du cuivre, m	h	coefficient d'échange thermique, $Wm^{-2}K^{-1}$
r_c	rayon de courbure, m	<i>Symboles grecs</i>	
T	température, K	λ	conductivité thermique, $Wm^{-1}K^{-1}$
q	débit du fluide intérieur, $L h^{-1}$	δ	rapport de courbure
v	vitesse du fluide intérieur, m^{-1}	<i>Indices et exposants</i>	
Q_{ext}	débit du fluide extérieur, $L min^{-1}$	Cu	paroi en cuivre
Pe	nombre de Péclet	int	relatif à l'écoulement intérieur
Re	nombre de Reynolds	ext	relatif à l'écoulement extérieur

1. Introduction

Un échangeur thermique classique est constitué d'un tube dans lequel circule soit un fluide chaud que l'on souhaite refroidir, soit un fluide froid à réchauffer, les parois du tube étant maintenues à température soit plus basse que le fluide, soit plus élevée selon le cas. Par la suite, nous considérons uniquement l'exemple du fluide chaud à refroidir. À bas nombre de Reynolds, l'absence de turbulence est défavorable au mélange du fluide circulant dans le tube et on observe qu'au centre du tube, le fluide, tout en se déplaçant, reste chaud sur une grande distance tandis que proche des parois le fluide est bien refroidi mais se déplace très peu. C'est la solution de Graetz [1] pour le tube droit qui montre que le transfert thermique est élevé proche de l'entrée du tube puis devient faible dès que l'on s'éloigne de l'entrée. L'idée ici est de briser la configuration de Graetz et de mélanger constamment le fluide afin d'amener la partie de fluide chaud située au coeur de l'écoulement (au centre du tube) vers la périphérie où le transfert d'énergie peut avoir lieu avec la paroi froide de l'échangeur. À grand nombre de Reynolds ($Re > 2000$), la turbulence permet ce mélange du fluide mais dans certaines applications particulières, comme en microfluidique par exemple, un nombre de Reynolds aussi élevé n'est pas accessible et un autre type de mélange doit prendre le relais. Notre équipe a ainsi développé un mélangeur chaotique statique appelé "MLLM" (Multi-Level Laminating Mixer) qui approche au plus près la transformation du boulanger permettant un mélange optimal, même à bas nombre de Reynolds [2]. Un montage expérimental a été développé afin de mesurer l'efficacité de cet

échangeur dit chaotique et de le comparer aux échangeurs plus classiques ou utilisant également l'advection chaotique par l'intermédiaire d'un écoulement de Dean alterné [3].

2. Dispositif expérimental

Le mélangeur chaotique statique a été fabriqué en assemblant par soudure des tubes, des coudes et des tés en cuivre (diamètre intérieur $D = 10$ mm, épaisseur $e = 1$ mm) du commerce (voir figures 1 et 2). Le fluide circulant à l'intérieur du mélangeur est de l'eau chaude qui provient d'un bain thermostaté. En sortie du MLLM, l'eau est conduite vers un réservoir afin d'y être pesée. Ainsi, la mesure du débit de l'eau circulant dans le MLLM est très précise, pour un kilogramme d'eau pesée, l'incertitude sur cette masse est inférieure au gramme donc une incertitude relative inférieure à un pour mille. Le mélangeur est placé dans un canal de section 30×30 cm dans lequel de l'eau froide coule à grande vitesse ($200 < Q_{\text{ext}} < 1100$ L/min) et en circuit fermé. Le volume total d'eau extérieure est largement suffisant (≈ 2 m³) pour que sa température augmente de façon négligeable au cours du temps malgré l'échange d'énergie avec les parois chaudes du MLLM.

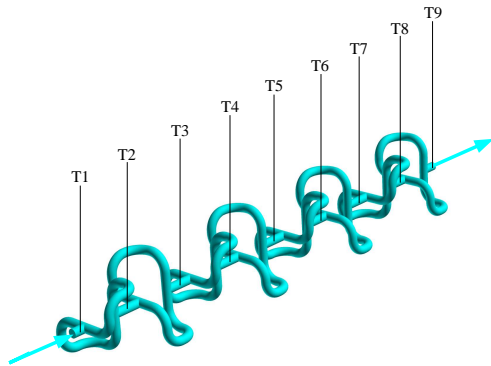


Figure 1 Schéma du mélangeur MLLM.



Figure 2 Photographie du mélangeur baignant dans le canal.

Considérons tout d'abord une petite portion quelconque de l'échangeur. Trois résistances thermiques interviennent dans l'expression du transfert thermique entre les fluides intérieur et extérieur à l'échelle locale :

$$\frac{1}{\text{nu}} = \frac{1}{\text{nu}_{\text{int}}} + \frac{2\lambda e}{\lambda_{\text{Cu}}D} + \frac{\lambda}{h_{\text{ext}}D} \quad (1)$$

La convection forcée entre l'écoulement intérieur d'eau chaude et la paroi intérieure du MLLM est représentée par le nombre de Nusselt local : nu_{int} . Cette étude a pour but de rendre ce transfert thermique plus efficace en comparaison du tube droit (solution théorique de Graetz). Le second terme de l'équation 1 représente la résistance thermique de la paroi qui est considérée comme négligeable compte tenu de la très bonne conductivité du cuivre par rapport à l'eau ($2\lambda e/\lambda_{\text{Cu}}D \approx 3 \times 10^{-4}$). h_{ext} est le coefficient d'échange thermique entre la paroi extérieure du MLLM et l'écoulement turbulent du canal. Il dépend donc essentiellement du débit extérieur et comme Q_{ext} est largement supérieur au débit du fluide intérieur, on s'attend à ce que le transfert thermique de la paroi en cuivre vers l'écoulement extérieur turbulent soit très efficace par rapport à celui de l'écoulement intérieur laminaire vers la paroi : $h_{\text{ext}}D/\lambda \gg \text{nu}_{\text{int}}$. En imposant un coefficient h_{ext} élevé, nous assurons une différence de température entre la paroi et l'eau du canal très faible et donc une température de paroi presque constante. Il ne faut pas oublier

que la solution théorique de Graetz s'applique uniquement aux tubes droits à température de paroi fixée. Il est néanmoins difficile de vérifier quantitativement si le terme $\lambda/h_{\text{ext}}D$ peut être totalement négligé dans l'équation 1. Pour cette raison, des mesures du Nusselt total (Nu) ont été réalisées pour différents débits extérieurs afin de vérifier que Nu_{int} et Nu se confondent avec une bonne précision (voir section résultats expérimentaux).

Les températures sont mesurées par des thermocouples de type K chemisés de diamètre 1.5 mm, insérés dans le tube en cuivre et placés au milieu de celui-ci, au cœur de l'écoulement intérieur d'eau chaude (voir figure 1). Le premier thermocouple fournit la température d'entrée du MLLM et également du premier élément (T_1). Le deuxième est placé entre les premier et deuxième éléments, à mi-distance entre les deux té. Il renseigne donc sur la température de sortie du premier élément et d'entrée du second (T_2). Et ainsi de suite pour les autres thermocouples, T_n représentant la température d'entrée du $n^{\text{ième}}$ élément et de sortie de l'élément précédent. Des thermocouples du même type sont également placés dans le canal afin de mesurer la température de l'eau froide extérieure (T_{ext}). Pour toutes les expériences présentées ici, nous n'avons pas observé de variations notables de la température de l'eau extérieure le long du canal.

3. Résultats expérimentaux

Les mesures expérimentales fournissent les températures d'entrée (T_e) et de sortie (T_s) du fluide circulant dans le mélangeur, la température de l'eau du canal (T_{ext} supposée constante) ainsi que les débits des fluides intérieur et extérieur. La première grandeur thermique sans dimension dont on peut tracer les variations en fonction du débit d'eau intérieure est l'efficacité de l'échangeur : $\epsilon = (T_e - T_s)/(T_e - T_{\text{ext}})$. Cependant, l'efficacité dépend fortement de la longueur de l'échangeur, il est préférable de se ramener à un nombre de Nusselt dont la valeur traduit la puissance thermique échangée par unité de surface, rapportée au cas de la conduction pure. Le nombre de Nusselt global est ici défini par l'équation suivante :

$$\text{Nu} = \frac{\text{Pe}D}{4L} \ln \left[\frac{T_e - T_{\text{ext}}}{T_s - T_{\text{ext}}} \right] \quad (2)$$

La figure 3 présente les variations expérimentales de ce nombre de Nusselt en fonction du Péclet pour le premier élément du MLLM ($T_e = T_1$, $T_s = T_2$, $L = 34.6$ cm est la longueur développée d'un élément). Nous vérifions tout d'abord que le débit d'eau dans le canal est suffisant de telle sorte que l'échange thermique entre la paroi du mélangeur et l'eau froide est très efficace et donc que le terme dépendant de h_{ext} peut être négligé dans l'équation 1. Autrement dit, l'hypothèse que la paroi est à la température extérieure T_{ext} doit être vérifiée. Nous avons fait varier le débit extérieur d'eau de 250 à 1100 L/min et nous observons peu d'influence sur le nombre de Nusselt (voir figure 3), à l'exception de quelques petits écarts à hauts nombres de Péclet et pour $Q_{\text{ext}} = 250$ L/min. Ainsi, avec une bonne approximation, le nombre de Nusselt mesuré correspond bien au nombre de Nusselt Nu_{int} traduisant l'échange thermique entre le fluide intérieur et la paroi froide.

Analyse du MLLM par élément

L'analyse de l'efficacité du transfert thermique par élément fournit de précieuses informations sur le fonctionnement thermique du MLLM. En effet, on remarque sur la figure 4 que les Nusselts du second et troisième éléments sont très comparables à celui du premier élément. Ce comportement est à la fois très différent du comportement d'un tube droit (solution théorique de Graetz) et proche de celui recherché par notre étude. En effet, pour la solution de Graetz,

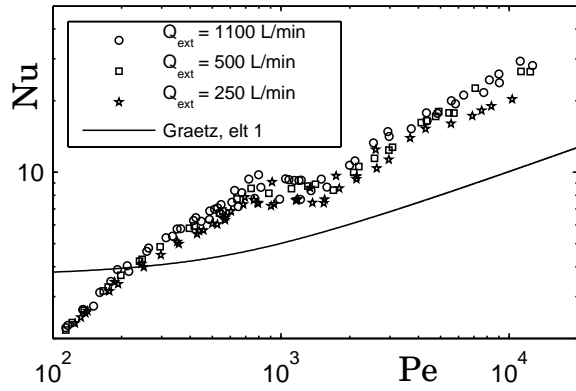


Figure 3 Nombre de Nusselt (défini par l'équation 3) en fonction du nombre de Péclet pour le premier élément. Le débit de l'écoulement d'eau dans le canal varie entre 250 et 1100 L/min. La solution théorique de Graetz est tracée en trait continu pour un tube droit de même longueur développée $L = 34.6$ cm.

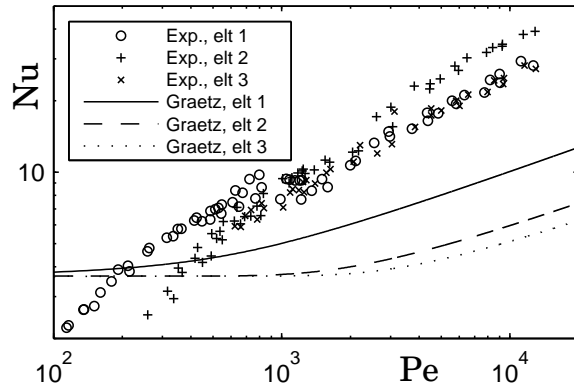


Figure 4 Nu vs Pe pour les trois premiers éléments du mélangeur, le débit extérieur est fixé à 1100 L/min. Les différentes courbes correspondent au Nusselt donné par Graetz pour le premier élément (trait continu), pour le second élément (trait discontinu) et pour le troisième élément (points).

le nombre de Nusselt local décroît rapidement avec la distance à l'entrée du tube, le profil de température passant rapidement d'un profil plat en entrée à un profil presque parabolique ne variant que lentement. Loin de l'entrée, le Nusselt est alors constant et vaut 3.66. Pour le MLLM, les deuxième et troisième éléments sont aussi efficaces d'un point de vue du transfert thermique que le premier élément, le deuxième semble même plus efficace que le premier à hauts nombres de Péclet (figure 4). Pour cet échangeur, nous n'observons pas de chute du Nusselt lorsque l'on s'éloigne de l'entrée ce qui est très intéressant puisque l'ensemble de l'échangeur est utilisé afin de refroidir le fluide intérieur. Le gain en efficacité est donc significatif.

4. Etude numérique

L'équation exprimant la conservation de l'énergie pour le fluide intérieur fait intervenir la température dite de "mélange", c'est à dire la température moyennée sur une section du tube et pondérée par la vitesse :

$$T_{\text{mel}}(x) = \frac{1}{q} \times \int_{r=0}^{D/2} T(r, x) v(r, x) 2\pi r dr \quad (3)$$

Cette température est difficile à obtenir expérimentalement, il faudrait mesurer les profils de température en entrée et sortie du mélangeur ou bien mesurer directement les flux d'énergie entrant et sortant par l'intermédiaire d'un dispositif expérimental complexe et coûteux. Bref, les nombres de Nusselt obtenus par l'expérience sont basés sur la température au centre des tubes (T_{cent}), a priori différente de la température de mélange.

En revanche, une simulation numérique du transfert thermique permet d'obtenir les champs de vitesse et de température au sein de l'écoulement et ainsi, nous pouvons comparer directement les nombres de Nusselt basés soit sur la température au centre ($Nu_{T_{\text{cent}}}$), soit sur la température de mélange ($Nu_{T_{\text{mel}}}$) ou encore sur la température moyenne sur une section ($Nu_{T_{\text{moy}}}$), avec : $T_{\text{moy}} = 8/D^2 \times \int_{r=0}^{D/2} T(r, x) r dr$.

Le code aux volumes finis “Saturne” [5] a été utilisé pour simuler numériquement le transfert thermique tridimensionnel au sein du MLLM. La résolution porte sur les équations de Navier-Stokes couplées à l’équation thermique, sous la restriction que les effets de flottabilité se réduisent à une hypothèse quasi-Boussinesq. Les différentes conditions extérieures et d’entrée correspondent aux cas expérimentaux étudiés pour le débit extérieur maximal. Classiquement, le calcul est restreint à l’écoulement interne sous la condition idéale que la paroi est à température constante et égale à la valeur mesurée expérimentalement. La température d’entrée est aussi supposée constante, égale à la valeur mesurée expérimentalement, le flux diffusif axial étant négligé à la sortie (condition de Neumann). Toutes les propriétés physiques ont été maintenues constantes, fixées à la valeur moyenne, hors tout effet de gravité. Enfin, le profil de vitesse d’entrée est également plat, fixé de façon à ce que le débit coïncide avec les expériences ; en sortie, c’est à nouveau une condition de Neumann qui est imposée sur les trois composantes de vitesse.

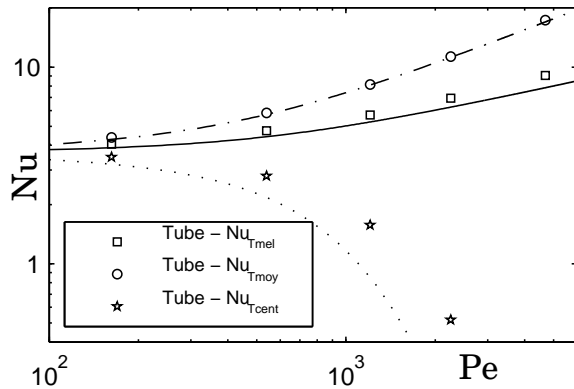


Figure 5 Résultats de la simulation numérique pour le tube. Les 3 courbes supplémentaires correspondent à la solution de Graetz : $Nu_{T_{mel}}$ en trait continu, $Nu_{T_{moy}}$ en trait discontinu et $Nu_{T_{cent}}$ en pointillés.

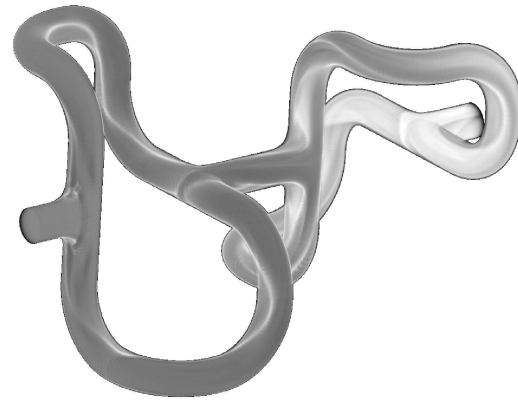


Figure 6 Visualisation du champ de température au sein du mélangeur pour les deux premiers éléments. Les zones sombres correspondent à une température élevée.

L’ensemble des résultats numériques portent sur des situations stationnaires. Hormis à grand nombre de Péclet ($Pe > 4000$), cette hypothèse de stationnarité n’est pas restrictive. En effet, la courbure des conduits, si elle engendre un écoulement secondaire sous forme de tourbillons de Dean, a un effet stabilisant quant à l’apparition d’instabilités [6]. Le maillage, comportant 21785200 tétraèdres, représente deux éléments du MLLM. Compte tenu de la longueur développée du mélangeur (35 diamètres par éléments) cela n’autorise guère que 40 mailles dans un diamètre. C’est une discrétisation satisfaisante en ce qui concerne le champ de vitesse (laminaire) mais certainement plus discutable pour les plus hautes valeurs du nombre de Péclet étudiées dans le cas présent. En ce sens, une étude de sensibilité au maillage aurait été informative ; malheureusement, utiliser un maillage plus grossier n’aurait guère eu de sens et nos tentatives pour tester des maillages raffinés se sont heurtées aux limites du code considéré sur le ordinateur disponible (SGI Altix UV 1000, calcul parallèle sur 60 cœurs). Nous avons donc effectué quelques simulations, pour des caractéristiques de maillage identiques, dans la configuration de Graetz (tuyau droit) qui ont pu être comparées de façon satisfaisante aux résultats théoriques (voir figure 5). Néanmoins il est clair que la phénoménologie est plus complexe dans le cas du MLLM ; ainsi, c’est principalement la bonne cohérence entre les résultats numériques

et les mesures expérimentales qui permet d'accorder un certain degré de confiance aux simulations (voir section 5 et figures 7 et 8).

5. Comparaison des résultats expérimentaux et numériques, interprétations

Pour le premier élément ($T_e = T_1$ et $T_s = T_2$), les nombres de Nusselt mesurés expérimentalement et ceux provenant de la simulation numérique sont tracés sur la figure 7. Les valeurs de Nusselt sont très semblables et se distinguent clairement de la solution théorique de Graetz pour un tube droit de même longueur développée $L = 34.6$ cm. Contrairement au tube droit, les nombres de Nusselt calculés à partir de la température de mélange, ou de la température moyenne ou encore de la température au centre de l'écoulement sont proches les uns des autres, à nombre de Péclet fixé. Toutefois, la hiérarchie des Nusselt reste préservée : $Nu_{T_{moy}}$ est supérieur à $Nu_{T_{mel}}$, lui-même supérieur à $Nu_{T_{cent}}$, comme pour le tube droit de Graetz mais avec des écarts relatifs beaucoup plus faibles. Nous pouvons également noter que le Nusselt expérimental est plus proche du Nusselt numérique calculé à partir de la température au centre des tubes lorsque le nombre de Péclet est grand, disons supérieur à 2000. A Péclet plus faible (< 1000), les mesures expérimentales coïncident avec $Nu_{T_{mel}}$ ou $Nu_{T_{moy}}$, eux-mêmes très proches. En revanche, à très bas Péclet (< 200), les Nusselts numériques convergent vers la valeur de 3.66 qui correspond à la solution théorique de Graetz suffisamment loin de l'entrée du tube alors que le Nusselt expérimental est étrangement plus faible que Graetz, il atteint même la valeur 2.2 à $Pe = 55$! Une explication possible est que pour ces débits très faibles ($q < 2.5$ L/h) rien ne garantit que les deux branches d'un élément du MLLM soient utilisées, le fluide pourrait ne circuler que dans un seul tube et donc la surface de contact avec les parois froides serait divisée par deux.

En ce qui concerne le deuxième élément (figure 8), les variations entre les différents Nusselts définis par des températures de mélange, moyenne et au centre sont encore plus faibles, inférieures à 5 % pour la plupart des nombres de Péclet calculés. Ce résultat numérique justifie totalement la mesure expérimentale de la température au centre du tube. Il faut tout de même noter que la température mesurée lors de l'expérience n'est pas la température au centre de l'écoulement car le thermocouple a une épaisseur de 1.5 mm et intègre donc la température sur un petit domaine du fluide. Quoiqu'il en soit, les résultats numériques et expérimentaux sont très semblables, hormis à très bas Péclet comme pour le premier élément, et ils se distinguent très clairement du Nusselt de Graetz.

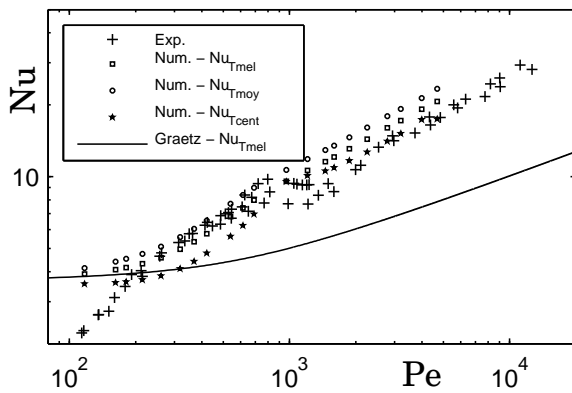


Figure 7 Nu vs Pe pour le premier élément.

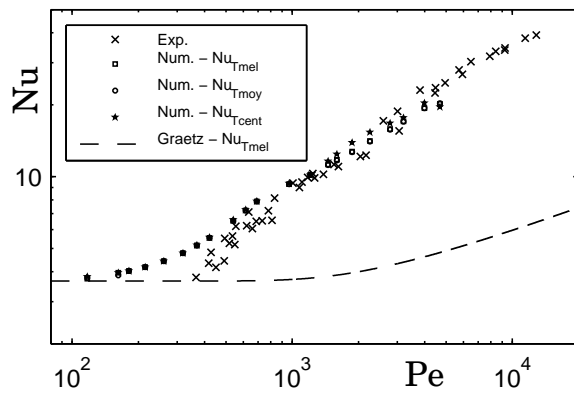


Figure 8 Nu vs Pe pour le second élément.

Effet de la séparation et de la recombinaison de l'écoulement

Nous observons aussi bien expérimentalement que numériquement un transfert thermique pour le second élément identique à celui du premier élément, même légèrement plus élevé (voir section 3, figure 4). Nous avons pu également mesurer les Nusselts pour les troisième, quatrième et cinquième éléments du MLLM expérimental et nous avons aussi observé des valeurs très proches de celles du premier élément. Ainsi, grâce aux phénomènes de séparation puis recombinaison de l'écoulement au niveau des "T", l'advection chaotique permet d'amener du fluide chaud présent au coeur de l'écoulement vers les parois froides pour être refroidi et pour transférer son énergie. Le fonctionnement thermique de chaque élément n'est pas perturbé par l'élément précédent de sorte que tous les éléments sont efficaces pour faire chuter la température moyenne du fluide. La situation est radicalement différente de celle de Graetz pour laquelle l'efficacité chute fortement avec la distance à l'entrée et donc chaque morceau de tube a un comportement thermique dépendant du morceau précédent jusqu'à l'entrée du tube.

Les tourbillons de Dean

Dès lors que le nombre de Reynolds de l'écoulement interne au mélangeur devient significatif, un second mécanisme, lui-même générateur d'advection chaotique, doit être pris en compte. En effet, chaque branche d'un élément formant le MLLM est constituée de quatre coudes alternés, auxquels il convient d'ajouter les deux "T" entrant et sortant. Or l'apparition naturelle d'un écoulement secondaire sous la forme de tourbillons de Dean [4, 6] dans le plan perpendiculaire à l'écoulement principal, associée à des permutations successives de ce plan dans différentes directions spatiales conduit à des trajectoires chaotiques, au moins dans une certaine partie du domaine fluide [7]. Cette phénoménologie a d'ailleurs été explorée, y compris dans le cadre du transfert thermique, par différentes équipes, en particulier celle de Hassan Peerhossaini à Nantes [8, 3]. Ces études ont clairement montré l'augmentation des performances, en terme de transfert thermique, apportée par l'advection chaotique. Il convient de préciser que l'importance relative de l'écoulement secondaire par rapport à l'écoulement principal est toutefois dépendante du nombre de Reynolds de cet écoulement principal (plus précisément, elle dépend du nombre de Dean, produit du nombre de Reynolds par $\sqrt{\delta}$, à un éventuel facteur multiplicatif près dépendant de la définition précise adoptée). Ce type d'écoulement n'est donc efficace que dans une gamme donnée de nombre de Reynolds qui dépend étroitement de la valeur du rapport de courbure, défini par le rapport entre le rayon hydraulique et le rayon de courbure des coudes : $\delta = D/2r_c$.

Le cas présent se distingue quelque peu de la majorité des études antérieures. Tout d'abord, puisque l'effet primaire recherché n'est pas celui des tourbillons de Dean alternés, le rapport de courbure est voisin de 1, bien supérieur aux valeurs inférieures ou de l'ordre de 0.1 usuellement rencontrées. Une des conséquences attendues est que l'écoulement secondaire reste en phase de développement tout au long d'un coude et qu'il est fortement dépendant du profil d'entrée dans le dit coude ; l'impact sur la topologie des zones chaotiques n'est pas connu et il est ainsi possible que ceci favorise la persistance de zones non chaotiques au sein de l'écoulement dont on sait qu'elles sont très défavorables au mélange. Notons que, plus généralement, l'écoulement à grande valeur de δ reste mal connu y compris dans le cas non chaotique (écoulement hélicoïdal, par exemple). D'autre part, pour la présente expérience effectuée dans l'eau, la gamme de nombre de Péclet se situe entre la centaine et cinq mille, valeurs là également inférieures d'un ordre de grandeur aux valeurs plus classiquement étudiées dans la littérature. Ceci rend difficiles les confrontations directes aux résultats obtenus dans d'autres travaux, typiquement en terme

d'efficacité, les nombres de Reynolds ou les nombres de Prandtl étant très différents dans les deux situations.

6. Conclusion

Nous avons présenté dans cet article un nouveau type d'échangeur thermique construit à partir d'un mélangeur chaotique statique. Les résultats expérimentaux et numériques montrent que cet échangeur est bien plus efficace que le tube droit de Graetz lorsque la turbulence est absente, c'est à dire à bas nombre de Reynolds. Nous avons donné deux explications à cette augmentation du transfert thermique. Premièrement, l'échangeur est constitué d'une succession d'éléments individuels entre lesquels le fluide est d'abord séparé en deux parties puis recombinaison au niveau de deux "T". Cette recombinaison est optimale pour mélanger le fluide sans turbulence et permettre ainsi de ramener du fluide chaud vers la paroi froide du mélangeur. Nous avons observé que le transfert thermique ne diminue pas lorsque l'on s'éloigne de l'entrée de l'échangeur puisque tous les éléments semblent être aussi efficaces thermiquement. C'est une différence majeure avec le tube droit de Graetz pour lequel le nombre de Nusselt diminue très rapidement avec la distance à l'entrée du tube.

Un deuxième effet a également été observé. Il semble que même pour un échangeur avec un seul élément le transfert thermique soit plus efficace que pour le tube droit de Graetz. On attribue cette augmentation du Nusselt à l'apparition de tourbillons de Dean dans les coudes qui engendrent un second phénomène d'advection chaotique favorable au mélange du fluide circulant à l'intérieur de l'échangeur.

Pour finir, nous avons volontairement "oublié" le transfert thermique entre la paroi extérieure et l'eau froide du canal en imposant un débit extérieur très élevé et donc un écoulement turbulent. Dans la conception de nouveaux échangeurs thermiques basés sur ce principe d'advection chaotique, l'optimisation du coefficient thermique extérieur h_{ext} ne devra pas être occultée car il intervient de la même manière que nu_{int} dans l'efficacité totale de l'échange thermique entre le fluide intérieur et le fluide extérieur (équation 1).

Références

- [1] L. Graetz, Über die Wärmeleitungsfähigkeit von Flüssigkeiten, *Annalen der Physik und Chemie*, 1, 18 (1883) 79-94.
- [2] P. Carrière, On a three-dimensional implementation of the baker's transformation, *Phys. Fluids*, 19 (2007) 118110.
- [3] C. Chagny, C. Castelain and H. Peerhossaini, Chaotic heat transfer for heat exchanger design and comparison with a regular regime for a large range of Reynolds numbers, *Appl. Therm. Eng.*, 20, (2000) 1615-1648.
- [4] W. R. Dean, Note on the motion of fluids in a curved pipe, *Philos. Mag.*, 20 (1927) 208-223.
- [5] F. Archambeau, N. Mechtoua and M. Sakiz, Code_Saturne : a Finite Volume Code for the Computation of Turbulent Incompressible Flows - Industrial Applications, *Int. J. Finite Volumes*, 1 (2004).
- [6] S. A. Berger, L. Talbot and L.-S. Yao, Flow in curved pipes, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 15 (1983) 461-512.
- [7] S.W. Jones, O.M. Thomas, H. Aref, Chaotic advection by laminar flow in a twisted pipe, *J. Fluid Mech.*, 209 (1989) 335-357.
- [8] A. Mokrani, C. Castelain and H. Peerhossaini, The effects of chaotic advection on heat transfer, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40, 13, (1997) 3089-3104.