

# Modélisation du comportement thermique et du rendu à haute résolution dans l'infrarouge des surfaces externes d'un fragment urbain et des ponts thermiques des bâtiments

Nicolas LALANNE<sup>1</sup>, Jean-Claude KRAPEZ<sup>1</sup>, Christophe LE NILIOT<sup>2</sup>, Xavier BRIOTTET<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Département d'Optique Théorique et Appliquée, ONERA, BA 701, 13661 Salon cedex air

<sup>2</sup>Institut Universitaire des Systèmes Thermiques Industriels, 13453 Marseille cedex 13

<sup>3</sup>Département d'Optique Théorique et Appliquée, ONERA, 31055 Toulouse cedex 4

**Résumé** – Dans le contexte de la surveillance aéroportée et de la télédétection infrarouge (IR) de scènes urbaines, il est nécessaire d'apporter une aide à l'interprétation des données expérimentales. Dans cette optique, l'Onera a développé des codes de transfert radiatifs qui modélisent le signal reçu par un capteur visant une scène, en prenant en compte les effets de l'atmosphère et les couplages radiatifs. Dans la bande spectrale infrarouge thermique, le code de transfert utilisé est TITAN [1], qui nécessite en entrée la distribution de la température des surfaces de la scène modélisée. Le but de cette étude est de renseigner cette distribution en développant un outil numérique qui modélise le comportement thermique des parois de bâtiments constituant un fragment urbain à partir de l'environnement radiatif, convectif et des conditions internes aux bâtiments.

## Nomenclature

$a$	diffusivité thermique, $m^2 s^{-1}$	$\nu$	variable d'un espace transformé
$e$	épaisseur, $m$	$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann
$k$	variable temporelle discrétisée	<i>Indices et exposants</i>	
$q^{cond}$	flux conductif, $W m^{-2}$	$abs$	part du flux absorbé
$L$	nombre de limites du domaine	$acq$	discrétisé selon un pas de temps $\tau_{acq}$
$J$	nombre de mailles sur les $L$ limites	$ech$	discrétisé selon un pas de temps $\tau_{ech}$
$M$	nombre d'échantillons de la TFD	$émis$	part du flux d'émission propre
$N$	nombre de jours sur lesquels une réponse est étudiée	$ex$	extérieur
$Q$	sollicitation thermique, $W m^{-2}$	$in$	intérieur
$T$	température, $K$	$i$	$i^{ème}$ couche du système 1D
<i>Symboles grecs</i>		$j$	$j^{ème}$ maille du domaine 2D
$\alpha$	absorptivité	$l$	$l^{ème}$ limite du domaine 2D
$\epsilon$	émissivité	$per$	périodique
$\lambda$	conductivité thermique, $W m^{-1} K^{-1}$	$GLO$	grandes longueurs d'onde

## 1. Introduction

Dans le cadre de la quantification des échanges thermiques entre les bâtiments et l'environnement à l'échelle de la ville, l'étude et l'analyse thermo-radiative passe par la connaissance des bilans locaux à l'échelle du quartier, d'un ensemble de bâtis, d'un édifice, jusqu'à celui d'une pièce de bâtiment.

Les échelles liées à la problématique conduisent à utiliser la technologie des capteurs optiques : une mesure spatiale sans contact peut être directement réalisée quelle que soit l'échelle considérée. Les progrès techniques permettent l'augmentation du nombre de pixels composant la matrice de détection et l'amélioration de l'optique associée permet aujourd'hui d'analyser finement une scène.

La luminance collectée par le capteur provient des différents éléments de la scène observée dans lesquels se trouve l'information recherchée : la température des surfaces du milieu urbain. Afin d'établir le lien entre la luminance mesurée, la température des éléments et finalement le transfert thermique à travers les parois, il est nécessaire de réaliser une modélisation détaillée des phénomènes physiques qui entrent en jeu. Ces phénomènes sont pour la plupart interdépendants : le bilan énergétique à la surface d'un élément varie selon les conditions climatiques en surface, l'histoire thermique du volume, etc.

La modélisation radiative est assurée par un code existant (TITAN [1] pour l'IRT - de 3 à 14  $\mu\text{m}$ , MOHICANS pour le visible jusqu'à l'IRT (en cours de réalisation)). Ce code simule la luminance du rayonnement atteignant un capteur aéroporté. Pour la bande IR, il est nécessaire de connaître le champ de température des surfaces de la scène [2]. L'objectif est donc de renseigner ce champ de température en prenant en compte les différentes conditions aux limites (effets convectifs, éclairagements multiples, ...). Les programmes existants sur le marché et consacrés à la thermique du bâtiment (TRNSys, Energy+, ...) [3] traitent de l'aspect thermique à un niveau macroscopique : les températures d'intérêt sont calculées à l'échelle des pièces la plupart ne prennent pas en compte l'ombrage dû à l'environnement direct dans lequel est placé le bâti d'étude et aucun ne gère les inter-réflexions entre bâtiments adjacents. Les codes plus spécifiques à la génération de scène par lancer de rayons tels que les logiciels de SE-Workbench [4] réalisent une modélisation détaillée des interactions lumineuses, notamment avec l'atmosphère (intégration du code MODTRAN4 ou du code MATISSE de l'ONERA), mais proposent des méthodes de résolution de l'équation de conduction de la chaleur limitées aux cas monodimensionnels et avec d'importantes simplifications.

Les scènes étudiées peuvent atteindre des superficies atteignant l'ordre de la centaine de mètres. La modélisation radiative de cette scène passe par une discrétisation en facettes homogènes. La résolution recherchée est de l'ordre du décimètre carré. A cette échelle, il devient nécessaire de modéliser la diffusion de la chaleur à travers les parois de la scène en prenant en compte les effets multidimensionnels qui peuvent apparaître sur certains éléments complexes du bâti et au voisinage des ponts thermiques. Le champ de température, à un instant donné, dépend de l'histoire thermique des parois, du fait de leur inertie thermique. On observe classiquement dans ce sens une restitution, la nuit, de la chaleur emmagasinée le jour par les parois, notamment par les sols [5]. Le deuxième aspect temporel intervient dans le suivi des ombrages de la scène : la température des éléments de surface dépend de l'évolution passée de leur exposition au soleil.

On cherche donc à déterminer la température d'un grand nombre de facettes selon la structure interne de l'élément de paroi associé, la nature multidimensionnelle ou non du transfert dans cet élément, et l'historique des flux qu'il a échangés avec l'extérieur, mais aussi avec l'intérieur du bâtiment.

Ces objectifs nous ont incité à utiliser l'approche "fonction de transfert" pour résoudre le problème thermique global. Ces fonctions de transfert fournissent la réponse indiciaire en température d'une facette pour un flux absorbé sur une des limites de son domaine local. On montrera comment est défini ce domaine local selon la dimensionnalité du transfert thermique au voisinage de la facette et comment chaque fonction de transfert est calculée. La température de la facette résulte ensuite de plusieurs produits de convolution et on fournira un exemple illustratif pour un angle de bâtiment où des effets 2D se manifestent naturellement.

## 2. Modélisation

### 2.1. Hypothèses générales

Sur un élément de paroi quelconque, selon un axe (Ox) de l'extérieur vers l'intérieur, on exprime le flux conductif normal aux faces externe et interne par :

$$\begin{cases} q_{ex}^{cond} = q_{solaire}^{abs} - q_{GLO}^{émis} + q_{GLO}^{abs} - h_{ex}(T_0 - T_{ex}^{air}) \\ q_{in}^{cond} = -q_{in}^{abs} + q_{in}^{émis} + h_{in}(T_N - T_{in}^{air}) \end{cases} \quad (1)$$

où  $T_0$  et  $T_N$  représentent la température en face externe et interne.

Les flux radiatifs nécessaires au calcul des conditions aux limites thermiques sont calculés en amont sur de larges bandes spectrales avec le logiciel SOLENE du CERMA [6]. Il nécessite la fourniture d'un champ de température de surface pour pouvoir évaluer les échanges radiatifs dans l'IR. On procède donc par itérations : le premier champ est estimé et les champs suivants sont obtenus par résolution du problème thermique global. La convergence est accélérée par l'introduction d'une pseudo linéarisation des termes d'échanges non linéaires en faisant apparaître le coefficient radiato-convectif constant  $h_{in}^g$ , caractérisant l'ensemble des pertes aux limites internes du domaine :

$$h_{in}^g = h_{in} + 4\varepsilon\sigma(T_{in}^{ref})^3 \quad (2)$$

Le flux conductif en face interne peut donc s'écrire :

$$q_{in}^{cond} = -\alpha\sigma(T_{in}^{env})^4 + h_{in}^g T_N - 3\varepsilon\sigma(T_{in}^{ref})^4 - h_{in} T_{in}^{air} \quad (3)$$

avec  $T_{in}^{env}$  la température de l'environnement en regard de la face interne,  $T_{in}^{ref}$  une température de référence constante proche de  $T_N$ .

Formellement, la température d'une surface à un instant donné dépend des flux échangés sur l'ensemble des jours passés. Les flux radiatifs peuvent être le résultat de simulations (prise en compte des éphémérides, hypothèse de ciel clair pour le calcul des éclaircissements solaires, etc...), ils peuvent également provenir de mesures réalisées sur au moins 24h. On a pris l'option de rechercher la réponse en température à une répétition infinie dans le passé des conditions radiatives (simulées ou mesurées) sur les 24 dernières heures (régime périodique établi). Remarquons que, dans le cas où les flux radiatifs proviennent de mesures, si celles-ci ont démarré il y a, non pas 24 h, mais  $N \times 24h$ , il pourra être avantageux, surtout en présence d'une forte variabilité des conditions météorologiques au cours de jours passés, de considérer pour la base de temps du phénomène "pseudo-périodique"  $N \times 24h$  au lieu de 24h. Dans l'absolu, la température calculée pour simuler la réponse thermique à des conditions naturelles sera d'autant plus précise que  $N$  est grand, surtout pour les éléments de bâtis inertes et les sols.

Le calcul du champ de température s'effectuant sur un grand nombre de facettes, on cherche à l'accélérer en regroupant les facettes de fonctions de transfert identiques. On peut définir des classes de facettes liées par la nature de la structure de paroi. Ces fonctions de transfert étant par définition indépendantes des conditions aux limites, elles peuvent être pré-calculées et stockées en mémoire, pour ainsi former une bibliothèque numérique. Pour accélérer d'avantage leur calcul, on choisit de les classer en deux catégories suivant que diffusion s'effectue selon la normale à la paroi (diffusion 1D) ou dans un plan normal à la paroi (diffusion 2D). Les facettes situées en milieu de façade relèvent de la première catégorie ; les facettes à proximité des angles, des jonctions de plancher, etc... relèvent de la seconde.

Une troisième catégorie pour les cas où la diffusion est 3D (coin de bâtiment, jonction de plancher à l'angle du bâtiment) sera construite ultérieurement.

## 2.2. Configuration 1D

### 2.2.1. Modèle

En configuration monodimensionnelle, le problème thermique au droit de chaque facette se réduit à celui d'un mur passif multicouche, borné par deux limites interne et externe, lieux d'échanges avec l'environnement. La modélisation du transfert conductif dans le multicouche est établie à l'aide du formalisme des quadripôles thermiques [7]. Ce formalisme permet d'exprimer dans un espace transformé la température de surface suivant deux produits simples entre une fonction de transfert et le flux échangé en surface, interne et externe. Cette écriture permet le pré-calcul et le stockage en mémoire de deux fonctions par classe de multicouche.

Pour un système thermique multicouche monodimensionnel, la relation matricielle quadripolaire liant les conditions en face avant aux conditions en face arrière s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \theta_0 \\ \tilde{q}_{ex}^{cond} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_N \\ \tilde{q}_{in}^{cond} \end{pmatrix} \quad (4)$$

avec  $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \prod_i \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix}$  le produit des matrices des quadripôles de chaque couche.

Pour chaque couche, l'expression des coefficients quadripolaires est :

$$A_i = D_i = \cosh(e_i \sqrt{\nu/a_i}) \quad ; \quad B_i = (\lambda_i \sqrt{\nu/a_i})^{-1} \sinh(e_i \sqrt{\nu/a_i}) \quad ; \quad C_i = \lambda_i \sqrt{\nu/a_i} \sinh(e_i \sqrt{\nu/a_i}) \quad (5)$$

avec  $\nu$  la variable de l'espace transformé, variable de Laplace ou de Fourier, selon que l'on souhaite respectivement étudier les phénomènes transitoires ou périodiques établis.

Par élimination de  $\theta_N$ , la température en face avant peut s'exprimer par :

$$\theta_0 = X(\omega) \tilde{Q}_{ex} + Z(\omega) \tilde{Q}_{in} \quad (6)$$

avec :  $X(\omega) = \tilde{\Lambda}^{-1} (\tilde{A} + h_m \tilde{B})$  la fonction de transfert externe

$Z(\omega) = \tilde{\Lambda}^{-1} \exp\left(-\sum_{i=1}^n e_i \sqrt{\nu/a_i}\right)$  la fonction de transfert interne

où  $\tilde{\Lambda} = \tilde{C} + h_{ex} \tilde{A} + h_m \tilde{D} + h_{ex} h_m \tilde{B}$

Les  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ , ... résultent de la mise en facteur préalable de  $\exp(e_i \sqrt{\nu/a_i})$  dans chacun des quadripôles, opération évitant les erreurs d'arrondi pouvant être rencontrées avec l'approche quadripolaire classique [8].

$\tilde{Q}_{ex} = h_{ex} \theta_{ex}^{air} + \tilde{q}_{rad}^{net}$  la sollicitation thermique en face externe

$\tilde{Q}_{in} = h_m \theta_{in}^{air} + 3 \varepsilon \sigma TF \left[ (T_{in}^{ref})^4 \right] + \alpha \sigma TF \left[ (T_{in}^{env})^4 \right]$  la sollicitation thermique en face interne.

Pour l'étude du régime périodique, les transformées de Fourier et leurs inversions sont réalisées à l'aide de l'algorithme numérique FFTW. Pour l'étude du régime instationnaire, l'inversion de Laplace est effectuée par la méthode de De Hoog [9].

Les facettes dont l'indépendance en température n'est plus assurée, c'est-à-dire situées dans une région où le transfert thermique est 2D ou 3D, sont étudiées selon une autre méthode,

l'adaptation du formalisme des quadripôles thermiques aux systèmes multidimensionnels complexes étant trop délicate.

## 2.3. Configuration 2D

### 2.3.1. Modèle

Lorsque l'on estime que la diffusion s'effectue de manière plus complexe que suivant la direction perpendiculaire à la surface de la paroi, on utilise une approche différente pour établir la température des facettes (cas typique des ponts thermiques). On définit tout d'abord les zones où la diffusion est bidimensionnelle; le cas des zones où elle est tridimensionnelle sera prochainement étudié. La température de chaque facette est donnée à l'aide de la fonction de transfert du milieu étudié, par son produit de convolution avec les sollicitations externes en flux. Les fonctions de transfert de chaque domaine 2D sont préalablement établies par Cast3M, un code de résolution par éléments finis développé par le CEA.

On considère ici un système thermique échangeant avec l'environnement, en configuration 2D. Le domaine est discrétisé en cellules homogènes (maillage). Les surfaces de la géométrie de la scène de base étant triangulées par SOLENE, les mailles en surface du domaine ne coïncident pas nécessairement avec les facettes : le passage des unes aux autres se fait par interpolation à partir de la position des barycentres.

Comme précédemment, au cours de chaque itération, on considère que le problème thermique est linéaire ; il peut donc être résolu par l'approche des fonctions de transfert ou fonctions d'influence. Comme le décrit symboliquement l'équation suivante, la température au point  $x_j$  est obtenue en sommant les produits de convolution où interviennent le flux échangé jusqu'à présent aux autres points  $x_i$  de la surface du domaine et la fonction d'influence entre ces points  $x_i$  et  $x_j$ .

$$T(x_j, t) = \sum_i \int_{-\infty}^t X(x_i, x_j, t - \tau) q(x_i, \tau) d\tau \quad (7)$$

Considérons, pour fixer les idées, l'angle de bâtiment représenté sur la Figure 1. Si la surface du domaine "2D" correspondant aux deux façades est discrétisée sur  $J_1$  et  $J_2$  points et celle donnant sur l'intérieur sur  $J_3$  points, la réponse en température de l'extérieur nécessitera la connaissance de  $(J_1 + J_2)(J_1 + J_2 + J_3)$  fonctions de transfert, ce qui peut représenter un nombre important d'opérations à réaliser. Afin de réduire ce nombre, on supposera le flux homogène sur  $L$  portions de la limite du domaine, à savoir, pour l'exemple considéré, les deux portions de façades proches de l'angle et la surface intérieure :  $L = 3$ . Cette approximation permet de réduire le nombre de fonctions de transfert à  $L(J_1 + J_2)$ , voire ici  $3J_1$  pour des raisons de symétrie, soit 240 mailles de surface.

Les valeurs du flux  $q(x_i, t)$  fournies par SOLENE à partir de données météo mesurées ou simulées le sont avec un pas temporel  $\tau_{acq}$ . Le flux est alors considéré constant entre deux instants successifs : la fonction flux est alors assimilée à une succession de créneaux. On cherche la température avec le même pas de temps. Il suffit donc, pour évaluer les fonctions de transfert dans eq. (7), de déterminer la réponse en tout point  $x_j$ , aux instants  $k\tau_{acq}$ , à un créneau de durée  $\tau_{acq}$  appliqué uniformément et séparément sur chacune des  $L$  surfaces, à savoir  $X(x_{l=1,L}, x_j, k\tau_{acq})$ .

Cette réponse est obtenue à l'aide du logiciel par éléments finis Cast3M. On utilise un pas de temps  $\tau_{ech}$  constant, suffisamment inférieur à  $\tau_{acq}$  pour obtenir un niveau de précision requis aux instants  $k\tau_{acq}$ . Ce pas de discrétisation temporelle  $\tau_{ech}$  est établi en comparant les réponses numérique et analytique pour un mur très épais avec pertes. En faisant varier le nombre de Fourier de 0,6 et 9 de la simulation  $a\tau_{ech}/\Delta z^2$  par modification du pas de temps du calcul de 1 min et 15 min, on détermine qu'un pas de temps de  $\tau_{ech}=2 \text{ min}$  suffit pour un pas d'acquisition de  $\tau_{acq}=30 \text{ min}$  (erreur limitée à 1%).

La réponse à un créneau de durée  $\tau_{acq}$  est obtenue à l'aide de Cast3M en déterminant en premier lieu la réponse en température à un échelon de flux unitaire puis en soustrayant à cette réponse elle-même, décalée de  $\tau_{acq}$ . Enfin, puisque l'on souhaite accéder à la réponse en régime périodique établi, par cycle circadien, on somme plusieurs fois la réponse sur  $N \times 24 \text{ h}$  à un créneau de durée  $\tau_{acq}$  en la décalant de 24h, puis de 48h, etc... La transformée de Fourier de cette réponse "périodisée",  $\tilde{X}_{jl}$ , est finalement multipliée par la transformée du flux net moyen sur chacune des L surfaces ; les différents résultats sont sommés et on applique finalement une transformée inverse pour accéder à la température recherchée :

$$T_j^{acq} = TF^{-1} \left( \sum_{l=1}^L \tilde{X}_{jl} \times \tilde{q}_l \right) \quad (9)$$

De la même manière que pour les configurations 1D, les réponses  $\tilde{X}_{jl}$  peuvent être pré-calculées pour enrichir la bibliothèque.

### 3. Résultats

Les résultats sont exposés pour un angle de bâtiment dont le mur est composé de trois couches de matériaux (parpaing, isolant, plâtre). Dans l'angle se trouve une poutre en béton armé (cf. Tab. 1 et Fig. 2).

	$e$	$\lambda$	$a$
	cm	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
Parpaing	20	0,95	$7,44.10^{-7}$
Isolant	5	0,05	$2,43.10^{-6}$
Plâtre	2	0,25	$3,01.10^{-7}$
Béton armé	20	1,65	$7,61.10^{-7}$

Tableau 1 : Propriétés des matériaux utilisés

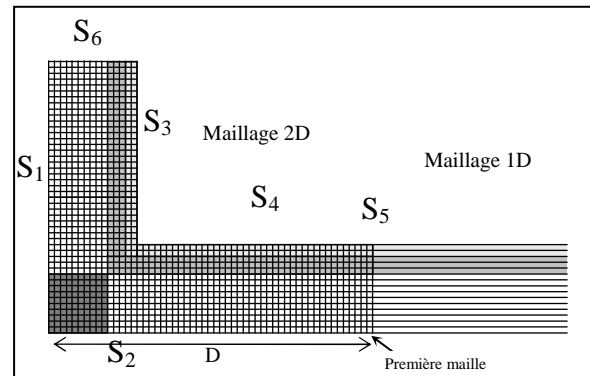


Figure 1 : Domaines d'étude d'un mur

Le domaine 2D s'étend sur une distance  $D$ . La valeur minimale de  $D$  telle que la réponse de la première maille soit suffisamment proche de la réponse obtenue pour le domaine 1D adjacent est déterminée en comparant les réponses 1D et 2D à un échelon pendant 3 jours (3 jours suffisent pour atteindre un régime quasi-stationnaire en 1D ; on ne compare que les réponses aux temps longs car alors les effets de l'angle sont maximisés sur la température à la distance  $D$ ). L'écart relatif entre les réponses 1D et 2D devient inférieur à 1% si  $D > 45$ . On prend par la suite  $D = 50 \text{ cm}$ .

La réponse périodique des domaines 1D et 2D à un créneau de flux de durée  $\tau_{acq} = 30 \text{ min}$  est tracée en Figure 2. Trois méthodes de résolution sont appliquées : transformée de Fourier inverse discrète, transformée de Laplace inverse suivie d'une périodisation sur trois jours et modélisation numérique 2D (résultat présenté pour la maille en bordure du domaine 1D). Ces réponses sont respectivement nommées "TFD", "De Hoog per" et "Num 2D per".

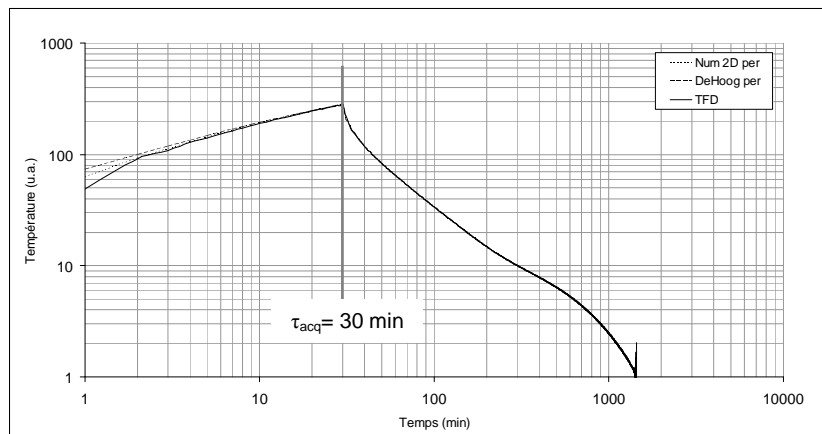


Figure 2 : Réponses périodiques à un créneau de durée  $\tau_{acq}$  répété toutes les 24h, avec  $N=3$  et  $M=1440$

Pour  $t < \tau_{acq}$ , la réponse 2D s'écarte de celle obtenue par transformée de Laplace inverse car la durée du pas de temps de calcul  $\tau_{ech}$  (1 min) a été calculée pour minimiser l'écart à partir de  $\tau_{acq} = 30 \text{ min}$  seulement. Seules les valeurs à  $k\tau_{acq}$  sont d'intérêt et on observe sur celles-ci un écart inférieur à 1%, mis à part peu avant 24h où l'on observe des oscillations inhérentes à la TFD inverse. Pour  $t \geq \tau_{acq}$ , la courbe de réponse numérique du domaine 2D est confondue avec les deux autres.. On utilise donc une périodisation sur trois jours d'un créneau de 30 min pour la partie 2D, et un calcul par FFT pour la partie 1D, cette dernière étant plus souple d'utilisation que son équivalente par inversion de De Hoog périodisée. Les oscillations engendrées par la FFT peuvent être atténuées en considérant une impulsion élémentaire sous forme de « triangle » à la place du créneau, ceci faisant l'objet d'une étude ultérieure.

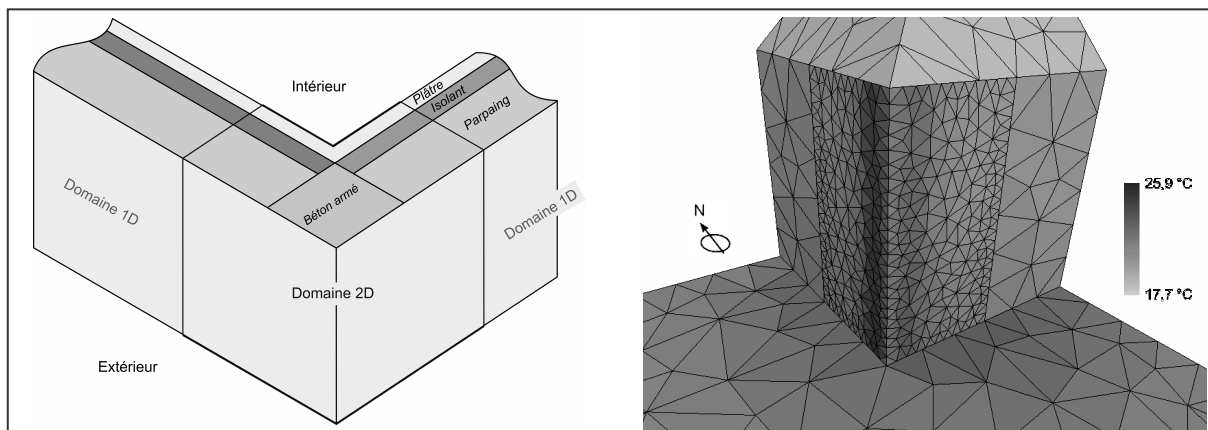


Figure 3 : Illustration du champ de température calculé sur un fragment urbain, à 18h30

Les deux méthodes retenues sont utilisées sur un fragment urbain correspondant à un angle de bâtiment, son toit et le sol (cf. Figure 3). Cette image tirée de l'interface Solene permet la visualisation des maillages correspondant aux configurations de calcul 1D et 2D. Tout d'abord on observe bien la continuité de la température au niveau du raccord entre les deux zones. La température dans l'angle est plus élevée qu'ailleurs sur la façade à gauche en raison de l'effusivité plus élevée de la poutre de béton présente à cet endroit. Par contre, sur l'autre façade, on remarque une légère diminution de la température tout près de l'angle; on l'interprète par la proximité d'une surface à 90°, siège de pertes thermiques par convection.

#### 4. Conclusion

Deux méthodes de détermination des fonctions de transfert des parois de bâtiment ont été développées, selon leur configuration géométrique. La première méthode est l'application du formalisme des quadripôles thermiques monodimensionnels dans un multicouche. On en extrait les fonctions de transfert externe et interne, pré-calculables pour un milieu donné. En configuration 2D, les fonctions de transfert du milieu sont pré-établies à partir d'un code de résolution par éléments finis. Le choix des paramètres libres est justifié par comparaison des résultats obtenus à la jonction entre deux domaines 1D et 2D.

Une campagne expérimentale est réalisée sur la base aérienne 701 de Salon de Provence afin de valider les résultats de simulation obtenus avec ce programme.

#### Références

- [1] Fontanilles G., Briottet X., Fabre S. and Trémas T., Applied Optics, vol. 47, n° 31, *Thermal infrared radiance simulation with aggregation modeling (TITAN) : an infrared radiative transfer model for heterogeneous 3-D surface – application over urban areas*, 5799-5810 (2008).
- [2] Lagouarde J.-P., Hénon A., B. Kurz, P. Moreau, M. Irvine, J. Voogt, P. Mestayer, Remote Sensing of Environment, vol 11, *Modelling daytime thermal infrared directional anisotropy over Toulouse city centre*, 87-105 (2010).
- [3] D.B Crawley, J.W. Hand, M. Kummert, B.T. Griffith, Building and Environment 43, *Contrasting the capabilities of building energy performance simulation programs*, 661–673 (2008).
- [4] IR-Workbench, OKTAL-SE (SE-ATMOSPHERE V2.12.0, SE-PHYSICAL-MODELER V2.2, SETHERMAL- HISTORY V4.6.0, SE-TH-MTC V4.6.0, SE-TH-PTC V4.6.0, SE-SCENARIO V4.2), 2009, Toulouse, France, see also <http://www.oktal-se.fr>
- [5] J. H. LEE, P. G. Mestayer, A. Henon, The seventh International Conference on Urban Climate, *3D simulation of thermal signatures in the urban canopy layer by using the thermo-radiative model SOLENE* (Yokohama, Japon, 29 June 2009),
- [6] Vinet J. *Contribution à la modélisation thermo-aéraulique du microclimat urbain. Caractérisation de l'impact de l'eau et de la végétation sur les conditions de confort en espaces extérieurs*, Doctoral thesis, Ecole Centrale de Nantes and Nantes University, Nantes, France ; 2000. 245 pp.
- [7] D. Maillat, S. André, J.-C. Batsale, A. Degiovanni, C. Moyne, *Thermal Quadrupoles: Solving the Heat Equation through Integral Transforms*, John Wiley and Sons, New-York, (2000).
- [8] J. Pailhes, C. Pradere, J.-L. Battaglia, J. Toutain, A. Kusiak, A.W. Aregba, J.-C. Batsale, International Journal of Thermal Sciences 53, *Thermal quadrupole method with internal heat sources*, 49-55 (2012).
- [9] F.R. de Hoog, J.H. Knight, A.N. Stokes, SIAM. J. Sci. Stat. Comp. 3, *An improved method for numerical inversion of Laplace transforms*, 357-366 (1982).