

Optimisation de la puissance du cycle organique de Rankine pour le cas supercritique en considérant le cycle endoréversible

Van Long LE ^{1,*}, Michel FEIDT ¹, Abdelhamid KHEIRI ¹, Stéphanie JUMEL ²

¹ Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée

2 Avenue de la Forêt de Haye, 54504 Vandœuvre-lès-Nancy

² EDF-Recherche et Développement, Département Eco-Efficacités des Procédés Industriels

Site des Renardières, 77818 Moret-sur-Loing Cedex

*(auteur correspondant : van-long.le@univ-lorraine.fr)

Résumé - Accompagnant l'augmentation de la population mondiale, la demande d'électricité croît sans cesse même pendant les années récentes. La croissance de cette demande est de plus prévue jusqu'à 2035 dans « World Energy Outlook 2012 ». Plusieurs efforts sont et seront donc réalisés pour satisfaire cette demande. D'autre part, les procédés industriels émettent toujours une quantité importante de chaleur à basse et moyenne température (80 – 200°C) qui ne peut pas être économiquement transformée en électricité par cycle classique de Rankine à cause de la température d'ébullition élevée de l'eau, le fluide classique. Alternativement, le cycle organique de Rankine (Organic Rankine Cycle – ORC en anglais), utilise le même principe que celui classique mais avec un composé organique basse température d'ébullition comme fluide de travail ; il attire à présent beaucoup d'attention pour la génération d'électricité à partir des sources de chaleur à basse température. Dans l'état de l'art actuel, la plupart des discussions est sur le cycle sous-critique organique de Rankine sans ou avec une petite surchauffe de la vapeur à la sortie de l'évaporateur. Mais le cycle ORC supercritique représente aussi une alternative grâce à l'amélioration du rendement et la réduction de la destruction exergetique. Dans ce travail, une optimisation thermodynamique avec la puissance du cycle comme fonction objective est effectuée. Le deuxième principe de la thermodynamique et une efficacité totale des échangeurs thermiques sont en première approche utilisés comme contraintes pour l'optimisation.

Nomenclature

\dot{C}	Flux de la capacité thermique de fluide cyclé [W/K]	T	Température [C]
\dot{C}_h	Flux de la capacité thermique de source chaude [W/K]	\dot{W}	Puissance [W]
\dot{C}_c	Flux de la capacité thermique de puits froid [W/K]	<i>Symboles grecs</i>	
\dot{C}_{cr}	\dot{C}_c/\dot{C}	ε	Efficacité d'échangeur thermique
c_p	chaleur spécifique massique [J/(kg.K)]	η_t	rendement thermique
h	enthalpie massique [J/kg]	<i>Indices et exposants</i>	
L	Lagrangien	hsi/hso	entrée/sortie de source thermique
\dot{m}	Débit [kg/s]	csi/cso	entrée/sortie de puits froid
P	Pression [bar]	h/c	côté chaud/froid
\dot{Q}	Flux de chaleur [W]	cond	condensation
s	entropie [J/(kg.K)]	min	minimum
		max	maximum

1. Introduction

Aujourd'hui, à cause de l'augmentation constante de la population mondiale (environ 232000 habitants de plus chaque jour sur la planète [1]), la demande d'électricité pour les activités humaines croît continuellement. Selon le scénario « nouvelles politiques » [2], la

consommation d'électricité du monde entier est prévue d'augmenter de 17200 TWh en 2009 à 31700 TWh en 2035 avec un taux annuel de croissance de 2.4%. Actuellement, 66.6% [3] de l'électricité sont produit par la combustion des carburants fossiles (charbon 41%, gaz naturel 22% et pétrole ~ 4%). Au contraire de l'augmentation de la consommation d'électricité, la réserve de ressources d'énergie fossiles est limitée et diminue. La production d'électricité à technologies basées sur l'utilisation des ressources renouvelables attire donc beaucoup d'attention. En effet plusieurs ressources renouvelables telles que l'énergie solaire, géothermique, biomasse ou les rejets thermiques industriels se présentent sous forme de sources de chaleur à basse température qui ne peuvent pas être économiquement utilisées pour produire l'électricité par le cycle classique de Rankine à cause de la température relativement élevée d'ébullition de l'eau. Dans le domaine de la production d'énergie électrique à petite et moyenne puissance à partir d'une source de chaleur de qualité inférieure, le cycle organique de Rankine, avec le même principe mais utilisant un composé organique (ex. réfrigérant) comme fluide de travail, suscite beaucoup d'intérêt.

Les cycles ORCs présentent toujours une performance (de l'ordre de 10 à 20% du rendement thermique et de moins 2MW de puissance électrique) beaucoup plus faible que la performance du cycle classique de vapeur d'eau. Plusieurs recherches se focalisent donc aujourd'hui sur l'amélioration de la performance du cycle ORC [4-6]. Au niveau rendement thermique d'un cycle thermodynamique, le cycle théorique de Carnot se présente comme le plus attractif. Dans ce cycle, les procédés de chauffage et de refroidissement isothermes se produisent d'une façon infiniment lente pour assurer que le fluide de travail est en équilibre avec ses deux réservoirs thermiques. Par conséquent, la puissance du cycle, qui est le rapport entre un travail fini et un temps infini d'exécution du cycle, tend vers zéro. Dans les moteurs réels, le transfert thermique s'effectue, à cause de la conductivité thermique finie de matière, avec différence de température entre le fluide de travail et les réservoirs thermiques. C'est pourquoi, le moteur n'est pas opéré entre les températures de la source chaude (T_H) et du puits froid (T_L) comme dans le cycle théorique de Carnot mais entre les températures du fluide de travail sur le côté chaud ($T_W < T_H$) et froid ($T_C > T_L$) du moteur thermique. Ces dernières températures dépendent du débit de fluide thermique et aussi la puissance du moteur [7]. La conception du cycle endoréversible est souvent utilisée pour étudier la limitation de la performance du cycle réel. Selon Rubin [8], toutes pertes d'un moteur endoréversible sont associées avec le transfert de chaleur au/du moteur endoréversible, ce dernier ne présentant pas de pertes internes. La formule théorique de la puissance maximale et le rendement thermique à cette puissance d'un moteur endoréversible est établi par Curzon et Ahlborn [9] comme dans deux équations (1) et (2).

$$\dot{W}_{max} = \frac{\beta\alpha}{\gamma} \left(\frac{T_H^{1/2} - T_L^{1/2}}{\alpha^{1/2} + \beta^{1/2}} \right)^2 \quad (1)$$

$$\eta_I = 1 - \sqrt{\frac{T_C}{T_L}} \quad (2)$$

α et β sont supposé dans l'équation (1) des constante qui dépendent de l'épaisseur et de la conductivité thermique de la paroi de l'échangeur de chaleur (respectivement chaud et froid) et des coefficients de transfert thermique de ces même échangeurs; γ est le facteur pour la durée totale d'exécution du cycle ($\gamma > 1$)

Plusieurs auteurs [7, 10, 11] ont depuis longtemps focalisé leur travail sur l'optimisation de la puissance du cycle de Rankine en considérant le cycle endoréversible. Le cycle est donc couplé avec une source chaude et un puits froid par le transfert de chaleur. Tous les deux possèdent un flux thermique fini. Pour atteindre une solution analytique de la puissance maximale, le cycle endoréversible (ou idéal) de Rankine doit être modifié vers un cycle de

Carnot en utilisant une température moyenne entropique T_w . L'aire sous le procédé A-4-5-1-B dans la Figure 1 (gauche) représente la quantité de chaleur ajoutée au cycle de Rankine est équivalente à l'aire sous la courbe A-4-1-B dans la Figure 1 (droite). La température moyenne entropique est calculée par l'équation (3)

$$T_w = \frac{\Delta Q}{\Delta S} = \frac{H_1 - H_4}{S_1 - S_4} \quad (3)$$

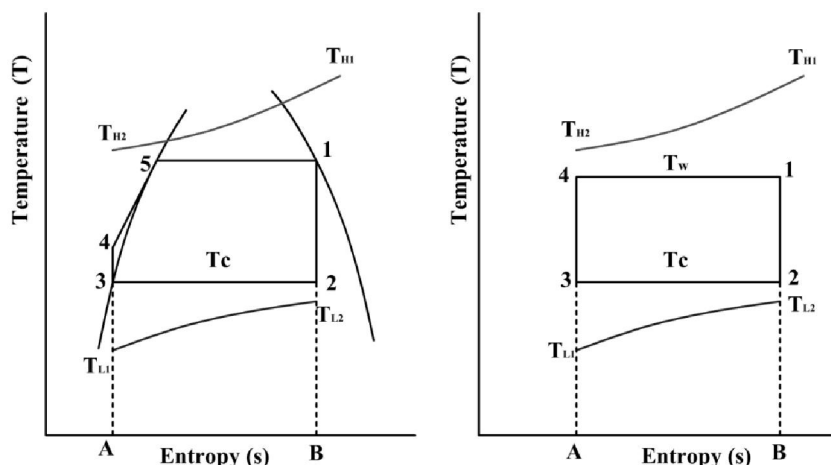


Figure 1 : Diagramme de T-s d'un cycle idéal de Rankine (gauche) et du cycle de Carnot (droite) opérant entre une source chaude et un puits froid avec des capacités thermiques finis [10]

Quand le fluide de travail du cycle sort du détendeur à l'état d'une vapeur surchauffée, la température moyenne entropique du fluide cyclé dans le procédé de la condensation peut être également représentée de même manière. Le cycle idéal de Rankine devient donc un cycle de Carnot opérant entre T_w et T_c comme dans la Figure 1 (droite).

Dans l'état de l'art des applications du cycle ORC, la vapeur saturée ou légèrement surchauffée est détendue dans le détendeur. Cependant, l'investigation du cycle supercritique de Rankine attire également de l'attention parce qu'il peut conduire à un rendement plus élevé [12]. De plus, le procédé de transfert de chaleur à haute température du cycle ne passe pas à l'étape de changement de phase comme dans le cas du cycle sous-critique de Rankine. Cela aboutit à une meilleure adéquation thermique de l'échange thermique avec moins d'irréversibilité [13] par rapport au cas sous-critique.

Le présent travail propose une solution analytique de la puissance maximale du cycle ORC supercritique en considérant le cycle endoréversible et la contrainte de dimensionnement fini.

2. Méthodologie

Le cycle ORC supercritique comme celui sous-critique se compose de 4 éléments (cf. Figure 2): Le fluide cyclé est tout d'abord compressé de la pression basse à la pression haute (supérieure à la pression critique dans le cas du cycle ORC supercritique) par la pompe, la température et l'enthalpie de ce fluide augmentent après en échangeant avec une source de chaleur dans le générateur de vapeur. L'énergie thermique du fluide cyclé est par la suite transformée en énergie mécanique grâce à son expansion dans le détendeur. Le fluide de travail est finalement condensé à la pression basse dans le condenseur avant d'être transféré à la pression haute par la pompe pour compléter le cycle.

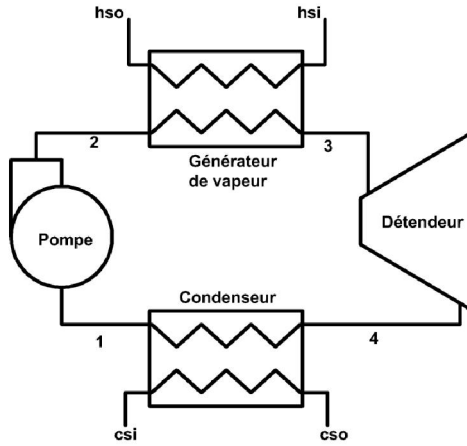


Figure 2 : Schéma des procédés et T-s diagramme d'un cycle ORC supercritique

Ce travail utilise l'air à 150 °C avec un débit de 0.1 kg/s et l'eau à 20 °C comme la source chaude et le puits froid, respectivement. Cinq réfrigérants sont utilisés comme fluides de travail. Une combinaison entre la méthode des multiplicateurs de Lagrange [14] et la méthode de Nombre d'Unité de Transfert (ϵ -NUT) [15] avec une valeur de l'efficacité totale (ϵ_T) de 1.05 est utilisée pour faire apparaître la solution analytique de l'optimisation de la puissance. Quelques hypothèses sont considérées pour le cycle entier et les procédés de cycle ORC supercritique comme suit :

1. Le fluide limitant de l'échange thermique à haute température est le fluide cyclé
2. Les énergies potentielles et cinétiques sont négligeables
3. Le procédé de chaque composant du cycle est stationnaire et adiabatique (sans perte thermique)

En considérant que le fluide limitant pour le transfert de chaleur à haute pression est le fluide cyclé, la quantité de chaleur ajoutée au cycle est calculée par l'équation (4)

$$\dot{Q}_h = \epsilon_h \dot{C}_{min}(T_{hsi} - T_2) = \epsilon_h \dot{C}(T_{hsi} - T_2) \quad (4)$$

Le bilan énergétique de générateur de vapeur

$$\dot{Q}_h = \dot{C}(T_3 - T_2) = \dot{C}_h(T_{hsi} - T_{hso}) \quad (5)$$

À partir des équations (4) et (5), T_3 peut être exprimé sous la forme d'une fonction de T_2 et ϵ_h : équation (6)

$$T_3 = T_2 + \epsilon_h(T_{hsi} - T_2) \quad (6)$$

Le flux thermique rejeté du cycle par le procédé de condensation vaut :

$$\dot{Q}_c = \epsilon_c \dot{C}_c(T_{csi} - T_{cond}) \quad (7)$$

Le bilan entropique en considérant le cycle endoréversible peut s'écrire

$$\frac{2\epsilon_h \dot{C}(T_{hsi} - T_2)}{T_3 + T_2} + \frac{\epsilon_c \dot{C}_c(T_{csi} - T_{cond})}{T_{cond}} = 0 \quad (8)$$

La contrainte de dimensionnement finie

$$\epsilon_h + \epsilon_c = \epsilon_T \quad (9)$$

La fonction objective dans ce travail est la puissance du cycle

$$-\dot{W} = \dot{Q}_h + \dot{Q}_c = \epsilon_h \dot{C}(T_{hsi} - T_2) + \epsilon_c \dot{C}_c(T_{csi} - T_{cond}) \quad (10)$$

En remplaçant $\varepsilon_c = \varepsilon_T - \varepsilon_h$ et à partir de l'équation (8) et l'équation (10), le Lagrangien se présente comme dans (11)

$$L = \varepsilon_h \dot{C}(T_{hsi} - T_2) + (\varepsilon_T - \varepsilon_h) \dot{C}_c(T_{csi} - T_{cond}) + \lambda \left[\frac{2\varepsilon_h \dot{C}(T_{hsi} - T_2)}{[T_2(2 - \varepsilon_h) + \varepsilon_h T_{hsi}]^2} + (\varepsilon_T - \varepsilon_h) \dot{C}_c \left(\frac{T_{csi}}{T_{cond}} - 1 \right) \right] \quad (11)$$

L'optimum de la fonction objective est trouvé en résolvant le système des équations non-linéaires suivantes

$$\frac{\partial L}{\partial T_2} = -\varepsilon_h \dot{C} + \lambda \varepsilon_h \dot{C} \left\{ \frac{-4T_{hsi}}{[T_2(2 - \varepsilon_h) + \varepsilon_h T_{hsi}]^2} \right\} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial T_{cond}} = -(\varepsilon_T - \varepsilon_h) \dot{C}_c + \lambda (\varepsilon_T - \varepsilon_h) \dot{C}_c \left(\frac{-T_{csi}}{T_{cond}^2} \right) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varepsilon_h} = \dot{C}(T_{hsi} - T_2) - \dot{C}_c(T_{csi} - T_{cond}) + \lambda \left[\frac{4T_2 \dot{C}(T_{hsi} - T_2)}{[T_2(2 - \varepsilon_h) + \varepsilon_h T_{hsi}]^2} - \dot{C}_c \left(\frac{T_{csi}}{T_{cond}} - 1 \right) \right] = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \frac{2\varepsilon_h \dot{C}(T_{hsi} - T_2)}{T_2(2 - \varepsilon_h) + \varepsilon_h T_{hsi}} + (\varepsilon_T - \varepsilon_h) \dot{C}_c \left(\frac{T_{csi}}{T_c} - 1 \right) = 0 \quad (15)$$

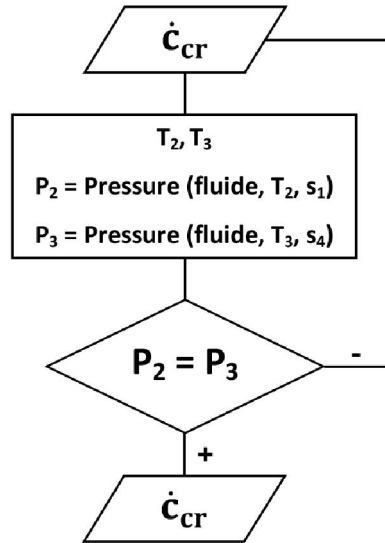


Figure 3 : Itération pour déterminer la valeur de \dot{C}_{cr}

Le rapport entre le flux de capacité thermique de puits froid (\dot{C}_c) et de fluide cyclé (\dot{C}), \dot{C}_{cr} , est déterminé par la contrainte $P_2 = P_3$ (cf. Figure 3) pour une valeur donnée de ε_T . Alors que, la valeur de \dot{C} dans ce travail peut être déterminé par l'équation (5) quand la valeur de T_{hso} est donnée. La valeur moyenne de chaleur spécifique de fluide cyclé est calculée par (16)

$$c_p = \frac{h_3 - h_2}{T_3 - T_2} \quad (16)$$

Le débit de fluide cyclé est déterminé quand son flux de capacité thermique et sa capacité thermique spécifique sont connus

$$\dot{m} = \dot{C} / c_p \quad (17)$$

3. Résultat et discussion

En résolvant le système des équations non-linéaires mentionnées dans la section 2 la solution analytique de l'optimisation est trouvée comme suit

$$T_2 = \frac{2\sqrt{T_{hsi}}(\sqrt{T_{hsi}} + \sqrt{\dot{C}_{cr}T_{csi}})(\sqrt{\dot{C}_{cr}} + 1) - \dot{C}_{cr}\varepsilon_T T_{hsi}}{2(\sqrt{\dot{C}_{cr}} + 1)^2 - \dot{C}_{cr}\varepsilon_T}$$

$$T_{cond} = \frac{2\sqrt{T_{csi}}(\sqrt{T_{hsi}} + \sqrt{T_{csi}\dot{C}_{cr}})(\sqrt{\dot{C}_{cr}} + 1) - \dot{C}_{cr}\varepsilon_T T_{csi}}{2(\sqrt{\dot{C}_{cr}} + 1)^2 - \dot{C}_{cr}\varepsilon_T}$$

$$\varepsilon_h = \frac{\sqrt{\dot{C}_{cr}}\varepsilon_T}{\sqrt{\dot{C}_{cr}} + 1}$$

L'efficacité du condenseur est calculée à partir de l'équation (9)

$$\varepsilon_c = \varepsilon_T - \varepsilon_h = \frac{\varepsilon_T}{\sqrt{\dot{C}_{cr}} + 1}$$

La température du fluide de travail à la sortie de générateur de vapeur est déterminée grâce à l'équation (6)

$$T_3 = \frac{2\sqrt{T_{hsi}}(\sqrt{T_{hsi}} + \sqrt{\dot{C}_{cr}T_{csi}})(\sqrt{\dot{C}_{cr}} + 1) + \dot{C}_{cr}\varepsilon_T\sqrt{T_{hsi}}(\sqrt{T_{hsi}} - 2\sqrt{T_{csi}})}{2(\sqrt{\dot{C}_{cr}} + 1)^2 - \dot{C}_{cr}\varepsilon_T}$$

Le rapport entre la puissance maximale et le flux de capacité thermique de fluide cyclé est déterminé comme suit

$$\frac{-\dot{W}_{max}}{\dot{C}} = \frac{2\dot{C}_{cr}\varepsilon_T(\sqrt{T_{hsi}} - \sqrt{T_{csi}})^2}{2(\sqrt{\dot{C}_{cr}} + 1)^2 - \dot{C}_{cr}\varepsilon_T}$$

Fluide	T_{hso} [C]	\dot{Q}_h [W]	\dot{C} [W/K]	\dot{C}_{cr}	$-\dot{W}_{max}/\dot{C}$ [K]	$-\dot{W}_{max}$ [W]
R134a	100	5075	44.4	139.00	19.16	850.9
R125	100	5075	53.74	46.78	15.83	850.9
R143a	100	5075	48.62	78.35	17.5	850.9
R32	100	5075	45.63	115.4	18.65	850.9
R227ea	100	5075	47.38	91.12	17.96	850.9

Tableau 1. La puissance maximale du cycle ORC supercritique

Fluide	T_3 [C]	T_{cond} [C]	T_{cso} [C]	P_h [bar]	$p_r =$ P_h/P_{crit}	$\varepsilon_T = 1.05$	
						ε_h [%]	ε_c [%]
R134a	146.3	28.4	20.7	73.28	1.805	96.79	8.21
R125	141.4	32.6	21.7	202.30	5.593	91.61	13.39
R143a	143.8	30.5	21.1	121.50	3.230	94.34	10.66
R32	145.5	29.0	20.8	89.88	1.554	96.06	8.94
R227ea	144.5	29.9	21.0	157.50	5.385	95.04	9.96

Tableau 2. La condition de travail pour les fluides différents

Pour une valeur donnée de la quantité de chaleur échangée ($\dot{Q}_h = \dot{c}_h(T_{hsi} - T_{hso})$) dans le générateur de vapeur, une valeur de la puissance maximum est déterminé pour tous les fluides de travail (Tableau 1).

La formule théorique de rendement thermique à la puissance maximale du cycle est obtenue comme suit

$$\eta_I = 1 - \frac{\sqrt{T_{csi}}}{\sqrt{T_{hsi}}}$$

La formule présente de rendement thermique est identique avec la formule trouvée dans le travail de Curzon et Ahlborn [9] et De Vos [16]. Pour une valeur donnée de T_{hsi} et T_{csi} le rendement thermique à la puissance maximale du cycle est constant. Une valeur de 16.77 % de rendement thermique est obtenue dans ce travail avec la température à l'entrée de source thermique et de puits froid de 150 °C et de 20 °C, respectivement.

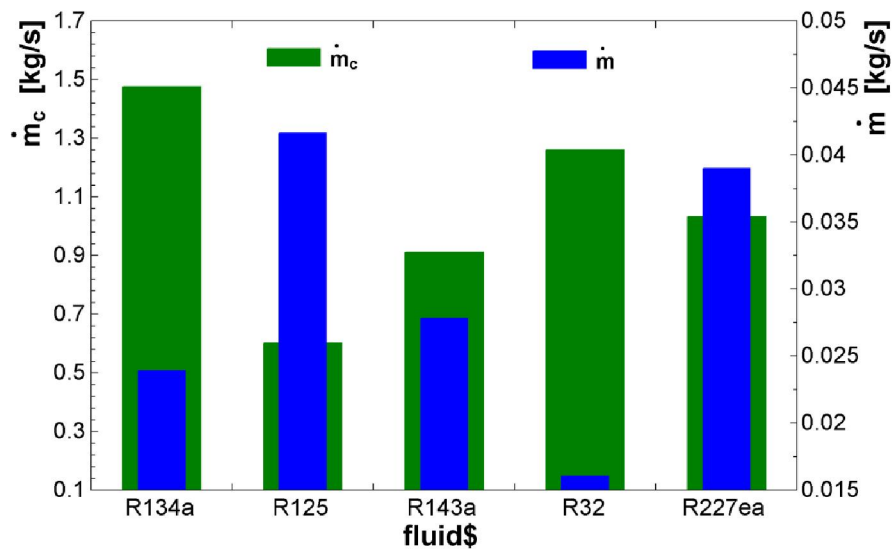


Figure 4 : Débit de fluide de travail et de puits froid

Pour chaque fluide, la condition de travail pour obtenir la puissance maximale est différente et donnée dans le Tableau 2. La valeur de la puissance maximale est identique pour tous les fluides de travail mais son débit et le débit de puits froid sont différents. D'après la Figure 4, le débit de R32 est minimum. Tandis que le débit de R125 est maximum. La quantité du fluide de travail peut influencer sur le coût d'investissement du cycle en tenant compte sur leurs prix. Alors que le débit de puits froid influence sur la consommation d'énergie de l'utilitaire (la pompe). Le débit de puits froid est minimum dans le cas avec R125 comme le fluide de travail et maximum dans le cas avec R134a.

4. Conclusions et remarques

Dans le travail présent, une solution analytique de l'optimisation de la puissance du cycle ORC supercritique en considérant le cycle endoréversible avec la contrainte de dimensionnement fini est trouvée. La formule théorique du rendement thermique à la puissance maximale est identique avec la formule trouvée dans les recherches antérieures Curzon et Ahlborn [9] et De Vos [16]. Pour une valeur de 150 °C et de 20 °C de la température de source thermique et de puits froid, respectivement, le rendement thermique à la puissance optimale est de 16.77 % pour tous les fluides de travail. Quand la valeur de

quantité de chaleur échangée dans le générateur de vapeur est déterminée, la valeur maximale de la puissance du cycle est obtenue. Cinq réfrigérants différents sont testés comme les fluides de travail du cycle ORC supercritique dans ce travail. Les valeurs minimum et maximum du débit de réfrigérant pour produire la puissance maximale sont observées dans le cas avec R32 et R125, respectivement.

Références

- [1] PopulationMondiale. *World Population Clock*. 2013 [cited 2013 January 2]; Available from: <http://www.populationmondiale.com/>.
- [2] IEA, *World Energy Outlook 2011*. 2011: International Energy Agency.
- [3] CIA. *The World Factbook*. 2012 December 10 [cited 2012 December 19]; Available from: <https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/geos/xx.html#>.
- [4] Shengjun, Z., W. Huaixin, and G. Tao, *Performance comparison and parametric optimization of subcritical Organic Rankine Cycle (ORC) and transcritical power cycle system for low-temperature geothermal power generation*. *Applied Energy*, 2011. 88(8): p. 2740-2754.
- [5] Roy, J.P. and A. Misra, *Parametric optimization and performance analysis of a regenerative organic Rankine cycle using R-123 for waste heat recovery*. *Energy*, 2012. 39(1): p. 227-235.
- [6] Wei, D., et al., *Performance analysis and optimization of Organic Rankine Cycle (ORC) for waste heat recovery*. *Energy Conversion and Management*, 2007. 48(4): p. 1113-1119.
- [7] Wu, C., *Power optimization of a finite-time Rankine heat engine*. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 1989. 10(2): p. 134-138.
- [8] Rubin, M.H., *Optimal configuration of a class of irreversible heat engines. I*. *Physical Review A*, 1979. 19(3): p. 1272-1276.
- [9] Curzon, F.L. and B. Ahlborn, *Efficiency of a Carnot Engine at Maximum Power Output*. *American Journal of Physics*, 1975. 43(1): p. 22-24.
- [10] Lee, W.Y. and S.S. Kim, *Finite time optimization of a Rankine heat engine*. *Energy Conversion and Management*, 1992. 33(1): p. 59-67.
- [11] Khaliq, A., *Finite-time heat-transfer analysis and generalized power-optimization of an endoreversible Rankine heat-engine*. *Applied Energy*, 2004. 79(1): p. 27-40.
- [12] Schuster, A., S. Karellas, and R. Aumann, *Efficiency optimization potential in supercritical organic Rankine cycles*. *Energy*, 2010. 35(2): p. 1033-1039.
- [13] Chen, H., D.Y. Goswami, and E.K. Stefanakos, *A review of thermodynamic cycles and working fluids for the conversion of low-grade heat*. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2010. 14(9): p. 3059-3067.
- [14] Feidt, M., *Thermodynamique et optimisation énergétique des systèmes et procédés*. 1996: Tech.& Doc./Lavoisier.
- [15] Cengel, Y.A., *Heat Transfer: A Practical Approach*. 2nd ed. 2002: Mcgraw-Hill. 896.
- [16] Vos, A.D., *Efficiency of some heat engines at maximum power conditions*. *American Journal of Physics*, 1985. 53(6): p. 570-573.

Remerciements

Ce travail est financé par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) dans le cadre du projet CERES-2 (Chemins Énergétiques pour la Récupération d'Énergie dans les Systèmes industriels)