

# Estimation de l'évolution d'un front de fusion dans le cas d'une géométrie 2D axisymétrique

Morgan DAL\*, Muriel CARIN, Philippe LE MASSON

LIMATB, Université de Bretagne Sud.

Centre de Recherche, Rue de Saint Maudé - 56321 Lorient Cedex

\* (auteur correspondant : morgan.dal@univ-ubs.fr)

**Résumé :** Le travail présenté dans cet article traite de l'analyse thermique de l'avancée d'un front de fusion induite par une source de chaleur statique appliquée par le procédé de soudage TIG. Une méthode est développée afin d'estimer l'évolution de la limite de la zone fondue dans le cas d'une géométrie 2D axisymétrique. L'estimation est réalisée à partir de mesures de températures relevées dans la partie solide. La procédure d'identification est basée sur la méthode du gradient conjugué couplée à un algorithme de régularisation itérative. Le gradient de la fonctionnelle à minimiser est déterminé à partir de la résolution du problème adjoint. La particularité de ce travail est d'appliquer la méthode de maillage mobile ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) pour suivre l'évolution du domaine solide dans un repère axisymétrique à deux dimensions. En effet, l'intérêt est de s'affranchir des problèmes présents dans la partie liquide. Ainsi, les champs de température ne sont calculés que dans la partie solide et le domaine spatial est redéfini en fonction de la fusion du matériau.

## Nomenclature

$I$	Intensité imposée, $A$		
$J$	Ecart quadratique		
$J^*$	Ecart quadratique minimal		
$Q_{surf}$	Flux de chaleur surfacique, $W.m^{-2}$		
$T$	Champ de température, $K$		
$U$	Tension d'alimentation, $V$		
$c_p$	Chaleur massique à p. constante, $J.kg^{-1}.K^{-1}$		
$h_{cv}$	Coefficient de convection, $W.m^{-2}.K^{-1}$		
$p$	Champ de pression, $Pa$		
$r, z$	Coordonnées cylindriques, $m$		
$r_{th}$	Ecart-type de la Gaussienne thermique, $m$		
$r_{elec}$	Ecart-type de la Gaussienne électrique, $m$		
$\vec{v}$	Vitesse ( $u$ selon $r$ , $v$ selon $z$ ), $m.s^{-1}$		
$\vec{j}$	Densité de courant, $A.m^{-2}$		
$\vec{B}$	Induction magnétique, $T$		
		<i>Symboles grecs</i>	
		$\beta$	Coef. de dilatation volumique, $K^{-1}$
		$\varepsilon$	Emissivité
		$\varepsilon_0$	Permittivité mag. du vide, $C.V^{-1}.m^{-1}$
		$\eta$	Rendement thermique du procédé
		$\lambda$	Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
		$\mu$	Viscosité dynamique, $Pa.s$
		$\mu_0$	Perméabilité mag. du vide, $H.m^{-1}$
		$\theta$	Angle azimutal - repère cylindrique, $^\circ$
		$\rho$	Masse volumique, $kg.m^{-3}$
		$\sigma(r,t)$	Position de l'interface, $m$
		$\sigma$	Constante de Stefan-Boltzmann
		$\sigma_{br}$	Ecart-type du bruit, $K$
		$\sigma_{EM}$	Conductivité électrique, $S.m^{-1}$
		$\tau_s$	Taux de soufre, $ppm$

### Indices

$L, S$	Liquide, Solide
$N$	Numéro de mesure : $n=1\dots nb_{TC}$

## Introduction

Dans le cas de la simulation numérique du soudage, certains travaux tels ceux de D.D. Doan [1] s'affranchissent des phénomènes complexes magnéto-thermo-hydrauliques fortement couplés au sein du bain liquide en ne considérant que les problèmes thermiques ayant lieu dans la phase solide. Cette hypothèse extrêmement simplificatrice revient à retirer le volume liquide de la géométrie au cours de sa création et à imposer sur l'interface liquide-solide la température de fusion. Cette approche a, de plus, l'avantage de simplifier l'estimation de l'avancée du front de fusion (ou de solidification), puisqu'on ne traite qu'un problème thermique ou thermométallurgique.

La présente étude aborde l'analyse thermique de l'avancée d'un front de fusion dans le cadre de l'application d'un procédé de soudage sous forme de tir statique. Cette analyse est associée à un projet (projet BA3 [2]) dont l'objectif est de concevoir une instrumentation globale liée au soudage TIG (Tungsten Inert Gas). Notre objectif est de montrer qu'à l'aide de

mesures de température uniquement dans la phase solide, il est possible de remonter, par méthode inverse, à l'évolution temporelle du front de fusion (ou solidification).

Nous présentons tout d'abord le cadre expérimental de ce travail. Un modèle 2D axisymétrique thermohydraulique, dont sont extraites les positions théoriques de la frontière servant de référence pour la validation de la méthode, est ensuite présenté. Puis le problème simplifié à frontière mobile est exposé suivi des résultats de l'estimation.

## 1 Cadre expérimental

L'échantillon est un disque d'acier inoxydable (AISI 316L) de 16 cm de diamètre et de 1 cm d'épaisseur. Six tirs statiques de durées différentes sont réalisés sur ce disque (Figure 1). L'instrumentation associée est constituée de mesures de température par thermocouples de type K (fils de 50  $\mu\text{m}$  de diamètre) ainsi que d'observations par caméra rapide. Une description plus complète de ces essais (tirs de 3 s, 6 s, 9 s et 20 s) est présentée dans [3]. Ces premières expériences ont montré un défaut d'axisymétrie des zones fondues observées sur les macrographies, ce qui ne nous a pas permis d'utiliser directement les températures mesurées pour estimer la position théorique du front de fusion. Pour cette raison, la validation de l'identification est purement numérique dans le cas présent, et sera confrontée à des données expérimentales lors de futurs travaux.

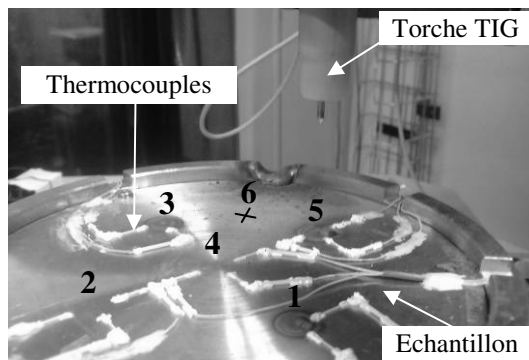


Figure 1 : Photo des essais expérimentaux.

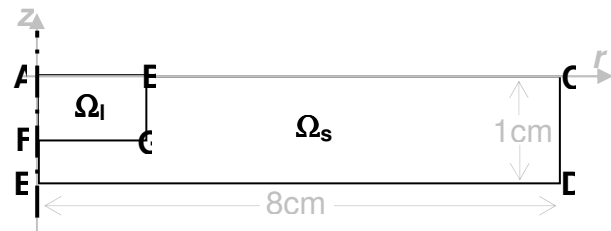


Figure 2 : Géométrie du modèle multiphysique 2D axisymétrique.

## 2 Définition du modèle multiphysique

De nombreux travaux existent sur la modélisation numérique des procédés de soudage avec des différents niveaux de complexité. Pour les modèles les plus complets, on peut citer les travaux de Tanaka et al. [4] et M. Brochard [5], pour du soudage TIG, qui modélisent les phénomènes physiques de la cathode, de l'arc et de l'anode. Wang et al. [6] et Fan et al. [7] ne considèrent que ceux de la pièce (anode) lors d'un soudage à l'arc avec apport de matière. Dans notre étude, seule l'anode d'un procédé TIG est représentée, ce qui impliquera certaines hypothèses sur l'apport d'énergie.

Notre modèle a été développé à l'aide du logiciel COMSOL Multiphysics® afin de résoudre, de façon couplée, un problème de transfert thermique, de mécanique des fluides et d'électromagnétisme. L'objectif principal de notre étude est de fournir une évolution de l'interface liquide-solide de référence au problème inverse. Les paramètres d'entrée de ce modèle seront néanmoins choisis à partir des conditions expérimentales présentées dans le paragraphe 1.

### 2.1 Géométrie et maillage

La géométrie de notre modèle 2D axisymétrique est représentée sur la Figure 2. Elle est constituée de deux domaines :  $\Omega_l$  et  $\Omega_s$ . Le problème de mécanique des fluides n'est résolu que dans le domaine  $\Omega_l$  afin de limiter les temps de calcul. Le domaine  $\Omega_s$  représente la zone restant solide. Le maillage est composé d'éléments quadrangles comportant environ 100 000 degrés de liberté et une durée de résolution de 12h.

## 2.2 Problèmes à résoudre

Les équations et conditions aux limites sont les suivantes :

- conservation de l'énergie :

$$\rho(T)c_{p,eq}(T)\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T\right) = \nabla \cdot (\lambda(T)\nabla T) \quad \text{dans } \Omega_s \cup \Omega_l \quad (1)$$

$$-\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\eta UI}{2\pi r_{th}} \exp\left(-\frac{r^2}{2r_{th}^2}\right) \quad \text{sur [AB]} \quad (2)$$

$$-\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial n} = h_{cv}(T - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_\infty^4) \approx h_{tot}(T - T_\infty) \quad \text{sur [BC]}\cup\text{[CD]}\cup\text{[DE]} \quad (3)$$

$$-\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad \text{sur [EF]}\cup\text{[FA]} \quad (4)$$

- conservation de la masse et de la quantité de mouvement

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{dans } \Omega_l \quad (5)$$

$$\rho_L \frac{D\vec{v}}{Dt} = \nabla \cdot (-p\mathbf{I} + \mu(T)(\nabla\vec{v} + \nabla\vec{v}^T)) + \rho_L \vec{g}\beta(T - T_{fus}) + \vec{j} \wedge \vec{B} + \vec{S}_u \quad \text{dans } \Omega_l \quad (6)$$

$$\mu(\nabla\vec{v} + \nabla\vec{v}^T) \cdot \vec{n} = \nabla_s \gamma = \frac{\partial \gamma}{\partial T} \cdot \nabla_s T \quad \text{sur [AB]} \quad (7)$$

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{sur [AF]} \quad (8)$$

$$\vec{v} = 0 \quad \text{sur [BG]}\cup\text{[GF]} \quad (9)$$

- conservation du champ magnétique et équations de Maxwell

$$\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \left( \Delta B_\theta - \frac{B_\theta}{r^2} \right) + \frac{\sigma_{EM}}{\varepsilon_0} \frac{\partial B_\theta}{\partial t} + \frac{\partial^2 B_\theta}{\partial t^2} = 0 \quad \text{dans } \Omega_l \cup \Omega_s \quad (10)$$

$$\text{Avec :} \quad j_r = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_\theta}{\partial z} \quad (11) \quad \text{et} \quad j_z = \frac{1}{\mu_0 r} \frac{\partial(rB_\theta)}{\partial r} \quad (12)$$

$$j_z = j_0(r) \xrightarrow{\text{donc}} B_\theta + r \frac{\partial B_\theta}{\partial r} = \mu_0 r \frac{I}{2\pi r_{elec}} \exp\left(-\frac{r^2}{2r_{elec}^2}\right) \quad \text{sur [AB]} \quad (13)$$

$$j_z = 0 \xrightarrow{\text{donc}} B_\theta + r \frac{\partial B_\theta}{\partial r} = 0 \quad \text{sur [BC]}\cup\text{[DE]} \quad (14)$$

$$j_r = 0 \xrightarrow{\text{donc}} \frac{\partial B_\theta}{\partial z} = 0 \quad \text{sur [EF]}\cup\text{[FA]} \quad (15)$$

$$j_z = 0 \xrightarrow{\text{donc}} B_\theta + r \frac{\partial B_\theta}{\partial r} = 0 \quad \text{sur [CD]} \quad (16)$$

Ces équations sont obtenues compte tenu de certaines hypothèses. Les apports de chaleur et de densité de courant sont supposés surfaciques et de distributions gaussiennes. Leurs écarts-types  $r_{th}$  **(2)** et  $r_{elec}$  **(13)** sont issus de la littérature [12]. Le métal liquide est considéré comme un fluide Newtonien incompressible siège d'écoulements laminaires **(6)**. L'effet Joule ainsi que la force de cisaillement en surface de bain sont négligés.

Dans  $\Omega_l$ , la prise en compte des deux phases liquide et solide est effectuée par ( $S_u$ ) une condition de Darcy [7] permettant d'annuler le champ de vitesse dans la phase solide. La chaleur latente ( $L_{fus}$ ) est prise en compte par l'intermédiaire d'une chaleur massique équivalente à pression constante ( $c_{p,eq}$ ) [10], dans laquelle l'énergie de changement de phase est distribuée entre les températures du solidus et du liquidus. Les propriétés thermophysiques ( $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $c_p$ ) sont fonction de la température [8]. Les pertes thermiques **(3)** sont linéarisées grâce à l'utilisation d'un coefficient de pertes total  $h_{tot}$  ( $h_{tot} = h_{cv} + 4\varepsilon\sigma T_m^4$ ), avec  $T_m$  la température moyenne sur l'ensemble du domaine. La tension de surface ( $\gamma$ ) est exprimée en fonction de la température et du taux de soufre ( $\tau_s$ ) par la relation d'adsorption isotherme de Gibbs et Langmuir [11] appliquée à des aciers inoxydables. Ainsi, la dérivée de  $\gamma$  en fonction de la température, caractérisant l'effet Marangoni, est exprimée en fonction de la température.

L'équation (7) prend en compte la convection naturelle à l'aide de l'approximation de Boussinesq ainsi que les forces de Lorentz.

Le système d'équations (10) à (16) est formulé en induction magnétique pour des raisons de simplicité d'implémentation sous COMSOL Multiphysics® car il permet un accès direct aux dérivées spatiales de chaque variable. Les forces de Lorentz (avant-dernier terme de l'équation (6)) sont donc issues de la détermination de la densité de courant ( $j$ ), elle-même dérivée de l'induction magnétique ( $B$ ).

Les propriétés physiques utilisées dans la simulation sont reportées dans le tableau 1.

$\rho(T)/\rho_L$ (kg.m <sup>-3</sup> )	[8]/6350	I (A)	150	$\beta$ (K <sup>-1</sup> )	0,0001
$c_p(T)$ (J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	[8]	$\eta$	0,8	$r_{elec}$ (m)	0,0018
$\lambda(T)$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	[8]	$\mu_L$ (Pa.s)	0,004	$r_{th}$ (m)	0,0021
$T_{solidus}/T_{liquidus}$ (K)	1696/1740	$h_{cv}$ (W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> )	15	$\sigma_{EM}$ (S.m <sup>-1</sup> )	1 10 <sup>6</sup>
$L_{fus}$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	307	$\epsilon$	0,5		
U (V)	10	$\tau_S$ (ppm)	100		

Tableau 1 : Propriétés physiques.

## 2.3 Analyse des résultats

Les paramètres du modèle liés aux distributions gaussiennes électrique et énergétique ont été estimés à partir des conditions opératoires (courant, tension, hauteur d'arc) et des données de la littérature s'en rapprochant. Pour valider la simulation, nous avons comparé les formes de bain calculées avec des macrographies issues d'essais préliminaires, bien axisymétriques, à défaut de mesures de température fiables (Figure 3(a)). De plus, la Figure 3(b) illustre l'importance de l'effet Marangoni. Sur ces courbes, les vitesses selon l'axe  $r$  observées sur le segment [AB] sont positives à proximité de l'axe de symétrie et négative vers l'extérieur de la zone fondue, ce qui explique l'origine du rouleau de convection visible sur la Figure 3(a).

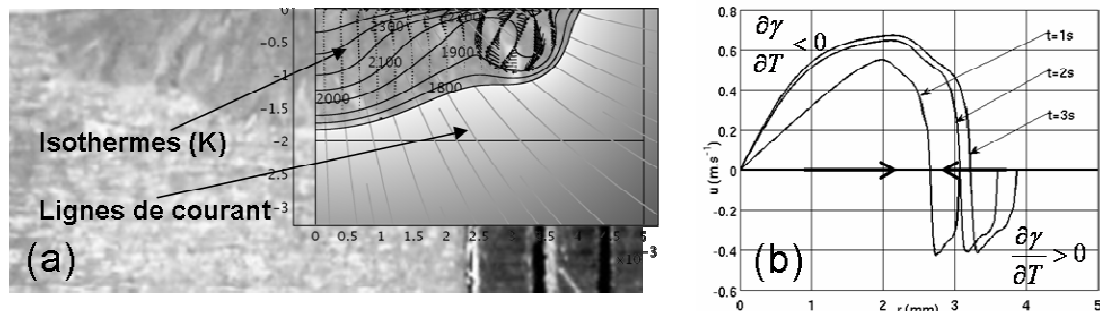


Figure 3 : Validation de la simulation

(a) limites de zones fondues théorique et expérimentale (b) vitesse selon l'axe  $r$  sur [AB].

Compte tenu de cette bonne représentation de la zone fondue expérimentale, cette simulation est considérée comme la référence pour la définition du problème inverse.

## 3 Problème inverse

Dans le but de travailler uniquement sur l'estimation de l'avancée du front de fusion, le modèle multiphysique est simplifié permettant ainsi d'obtenir des temps de résolution de ce nouveau modèle bien plus faibles (20 000 degrés de liberté, 10 à 20 min).

### 3.1 Simulation simplifiée

Cette modélisation doit répondre à certaines conditions :

- la position de l'interface est une donnée d'entrée,
- la température de l'interface peut être imposée,
- la partie liquide est retirée à chaque pas de temps,
- les temps de calcul doivent être relativement courts,
- la mise en œuvre doit être faite sous COMSOL Multiphysics®.

La méthode répondant au mieux à ces exigences est de coupler, un problème de conduction pure avec une méthode de déplacement du maillage (méthode ALE [13]). Le problème thermique est identique à celui présenté précédemment dans le domaine solide. Le

déplacement de la frontière (Figure 4), dont la température est fixée à celle du solidus ( $T_S$ ), est imposé uniquement selon l'axe  $z$  (profondeur) et provient des résultats issus de la simulation multiphysique.

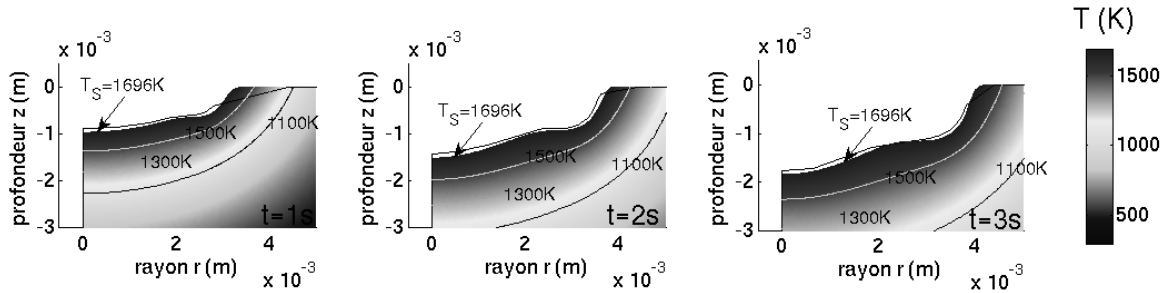


Figure 4 : Résolution de la simulation simplifiée.

### 3.2 Estimation d'une évolution de front de fusion

L'estimation de l'avancée du front ( $\sigma(r,t)$ ) est effectuée par la méthode du gradient conjugué. Cette procédure itérative (17) permet, à partir d'une évolution initiale  $\sigma^0(r,t)$ , de converger vers une solution de référence (ici, l'évolution issue de la simulation multiphysique). Cette convergence est basée sur la réduction d'un critère quadratique qui se formule selon l'expression (18).

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k + \gamma^k d^k \quad (17) \quad J(\sigma^k) = \int_{t_0}^{t_{fin}} \sum_{n=1}^{nb_{TC}} [T_{sim}(r_n, z_n, t; \sigma^k) - T_{mes}(t)]^2 dt \quad (18)$$

La configuration du problème impose une résolution sous contraintes. Elle est effectuée par l'écriture du critère ainsi que des contraintes sous forme d'une fonctionnelle de Lagrange. Aussi les coefficients  $\gamma^k$  et  $d^k$ , respectivement le pas et la direction de descente, sont obtenus suite aux résolutions successives d'un problème en variation et d'un problème adjoint [14][15].

La méthode étant relativement classique, l'ensemble du développement n'est pas présenté ici. Seuls les résultats de l'inversion théorique sont analysés.

Afin de tester la méthode dans des conditions proches de l'étude expérimentale, un bruit de distribution « normale » d'écart-type  $\sigma_{br} = 1,5^\circ C$  (observations expérimentales), est ajouté aux mesures théoriques. L'influence de cette perturbation sur la réduction du critère est clairement visible sur la Figure 5(b). En effet, une régularisation itérative [16], donnant un critère d'arrêt  $J^*$ , est donc mise en place afin d'éviter la divergence de l'estimation.

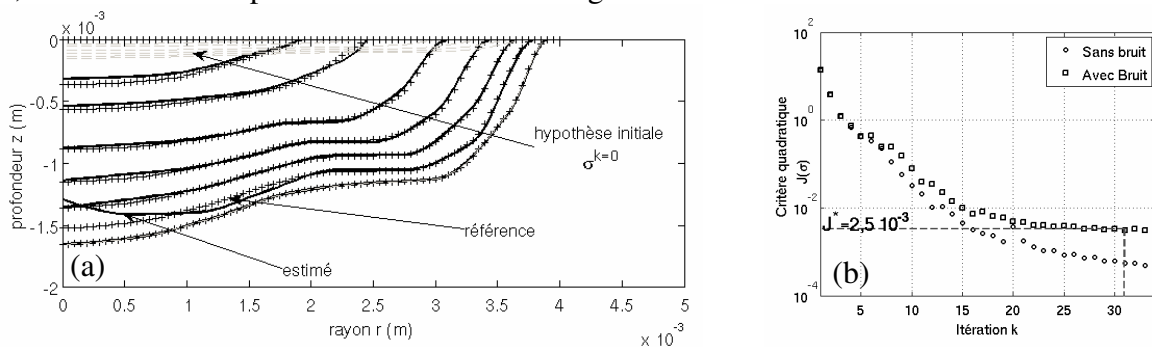


Figure 5 : Résultats de l'inversion (a) interfaces estimées (b) convergence avec et sans bruit.

Sur la Figure 5(a) les évolutions des formes de zone fondue dites : « a priori, de référence et estimée » sont représentées. La proximité des deux dernières valide le bon fonctionnement de la méthode. Cependant, aux premiers instants, l'erreur reste importante car la zone fondue est la plus éloignée des mesures et donc la sensibilité est la plus faible. Aux derniers instants, l'erreur est principalement due à la méthode inverse utilisée. En effet, la réduction du critère est directement liée à la variable adjointe qui, elle-même est nulle à l'instant final.

Par contre, la limite de zone fondue finale est connue, car observable sur des coupes macrographiques. Les positions en surface sont mesurées par caméra rapide donc dans le cas présent elles sont considérées comme connues.

## Conclusion

Ce travail vise à établir une méthodologie d'inversion pour l'estimation de l'avancée d'un front de fusion résultant d'un soudage TIG. Appliquée dans un cadre théorique, cette étude a pour vocation de préparer une analyse expérimentale. Dans un premier temps, les positions d'interface liquide-solide de référence sont extraites d'une simulation multiphysique. Puis, une simulation simplifiée, couplant la résolution d'un problème de conduction et d'un problème de maillage mobile (méthode ALE), est définie pour la définition du problème direct. Finalement, après écriture des problèmes en variation et adjoint, le problème inverse est résolu. Un bruit virtuel de distribution normale est ajouté aux mesures de température de référence (simulation multiphysique). L'effet de cette perturbation sur l'estimation est clairement visible sur l'analyse de la convergence. En revanche, les résultats de l'estimation sont tout à fait satisfaisants. Seule la position de l'interface pour le temps le plus proche de l'instant final présente une erreur significative pour des rayons proches de l'axe de symétrie.

Cette méthode est donc applicable à un cas expérimental et le sera dans une future étude.

## Références

- [1] D.D. Doan, *Modèle de source de chaleur pour la simulation du soudage avec et sans apport de matière*, Thèse de doctorat, Ecole centrale de Nantes, 2006.
- [2] Projet BA3, projet regroupant AREVA, CEA, LIMATB, LMGC.
- [3] M. Dal et al., Analyse préliminaire et mise en œuvre d'une instrumentation thermique destinée à l'estimation de la position d'un front de fusion, *Actes de Congrès SFT* (Le Touquet, 25-28 mars 2010), 729-734.
- [4] M. Tanaka et al., A Unified Numerical Modeling of Stationary Tungsten Inert Gas Welding Process, *Metall. & Materials Trans., A*, Vol.33A (2002), 2043-2052.
- [5] M. Brochard, *Modèle couplé cathode-plasma-pièce en vue de la simulation du procédé de soudage à l'arc TIG*, Thèse de doctorat, Université de Provence, 2009.
- [6] Y. Wang, H.L. Tsai, Impingement of filler droplets and weld pool dynamics during gas metal arc welding process, *Int. J. Heat Mass Trans.* **44** (2001), 2067-2080.
- [7] H.G. Fan, H.L. Tsai, S.J. Na, Heat transfer and fluid flow in a partially or fully penetrated weld pool in gas tungsten arc welding, *Int. J. Heat Mass Trans.* **44** (2001), 417-428.
- [8] B. Wilthan · et al., Thermophysical Properties of a Chromium–Nickel–Molybdenum steel in the Solid and Liquid Phases, *Int J Thermophys* **29** (2008), 434-444.
- [9] P.C. Carman, Fluid Flow Through Granular Beds, *Trans. I. Chem. E.* **75** (1997), 32-48.
- [10] E. Le Guen, *Etude du procédé de soudage hybride laser/MAG : Caractérisation de la géométrie et de l'hydrodynamique du bain de fusion et développement d'un modèle 3D thermique*, Thèse de doctorat, Université de Bretagne Sud, 2009.
- [11] Y. Wang et al., Modeling of the Effects of Surface-Active Elements on Flow Patterns and Weld Penetration, *Metallurgical and Materials Transactions B*, **32B** (2001), 145-161.
- [12] N. Tsai, *Heat Distribution and Weld Bed Geometry in Arc Welding*, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1983.
- [13] C.W. Hirt et al., An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds, *J. Comput. Phys.* **135** (1997), 203-216.
- [14] C.H. Huang et al., A transient three-dimensional inverse geometry problem in estimating the space and time-dependent irregular boundary shapes, *Int. J. Mass Heat Trans.* **51** (2008), 5238-5246.
- [15] A. El Badia et al., A one-phase inverse Stefan problem, *Inverse Problems* **15** (1999), 1507–1522.
- [16] O.M. Alifanov, Solution of an inverse problem of heat conduction by iteration methods, *J. Engrg. Phys.* **26** (4) (1974), 471-476.