

# Transfert de chaleur et de masse au voisinage de la ligne de contact d'une goutte d'eau posée sur un support solide

Mebrouk AIT SAADA<sup>1,\*</sup>, Salah CHIKH<sup>1</sup>, Lounès TADRIST<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés, USTHB  
B.P.32, El Alia, Bab Ezzouar 16111, Algérie

<sup>2</sup>Aix-Marseille Université (U1, U2), Polytech'Marseille, Laboratoire IUSTI, CNRS UMR 6995,  
Technopôle de Château Gombert, 5 rue Enrico Fermi, 13453 Marseille, France  
(auteur correspondant : [m\\_aitsaada@yahoo.fr](mailto:m_aitsaada@yahoo.fr))

**Résumé** – Un modèle de diffusion est développé pour étudier du point de vue thermique et massique l'évaporation d'une goutte d'eau de 10 mm<sup>3</sup> déposée sur une surface horizontale en aluminium. Un régime d'état quasi-stationnaire est adopté à cause du mouvement assez lent de l'interface liquide-gaz. Les résultats numériques ont montré que les échanges de chaleur et de masse sont importants près de la ligne de contact. L'énergie thermique d'évaporation au niveau de l'interface liquide-vapeur est issue de la paroi solide principalement via la phase liquide. La contribution thermique de l'air ambiant ne dépasse pas 6% par rapport à celle de la phase liquide qui est presque constante dans le temps, ce qui induit une faible variation du débit d'évaporation en fonction de l'angle de contact.

## Nomenclature

$C$	concentration, Kg/m <sup>3</sup>	$R$	rayon de contact, m
$D$	coefficient de diffusion, m <sup>2</sup> /s	$r, z$	coordonnées cylindriques, m
$J$	densité du flux d'évaporation, Kg/m <sup>2</sup> s	$T$	température, °C
$\dot{M}$	débit d'évaporation, Kg/s	Symboles Grecs	
$q$	densité du flux thermique, W/m <sup>2</sup>	$\alpha, \beta, \phi$	coordonnées toroïdales, rd
$Q$	quantité de chaleur totale, W	$\theta$	angle de contact, rd

## 1. Introduction

L'évaporation de gouttes sur des supports solides est un processus rencontré dans plusieurs applications industrielles. Une compréhension approfondie de la physique et des mécanismes de contrôle de l'évaporation nécessite une analyse des écoulements et des transferts de chaleur et de masse à travers les interfaces et la ligne de contact. Plusieurs auteurs ont étudié expérimentalement l'effet de la mouillabilité et des propriétés thermiques du support (Hu et Larson [1], David et al. [2], Dunn et al. [3], Ruiz and Black [4]), l'effet des écoulements pouvant exister à l'intérieur ou à l'extérieur de la goutte et l'effet de l'état du gaz environnant et de ses propriétés thermo-physiques (Hu and Larson [5, 6], Sefiane et al. [7]). En revanche, le développement de modèles théoriques et numériques est limité aux cas de l'évaporation de gouttes accrochées où le transfert de vapeur dans le gaz s'effectue par simple diffusion. La plus part des études ont mentionné des échanges massiques plus importants près de la ligne de contact comparés au restant de la surface de la goutte (Deegan et al. [8, 9]).

Dans ce travail, nous proposons une étude numérique des échanges thermique et massique de l'évaporation d'une goutte d'eau pure posée sur une surface solide et mouillante de température égale ou supérieure à celle de l'air ambiant. La goutte d'eau est supposée de forme d'une calotte sphérique non aplatie par les effets de gravité. La vapeur saturée à l'interface liquide-gaz est transférée par diffusion dans l'air ambiant de température de 25°C et d'humidité relative de 40%. Le processus d'évaporation est supposé en régime d'état quasi-

stationnaire à cause du mouvement assez lent de l'interface liquide-gaz. Un modèle de diffusion est développé en prenant en compte un transfert de chaleur par conduction dans les deux phases et un transfert de masse par diffusion dans l'air environnant. L'objectif est d'analyser les échanges à l'interface liquide-gaz et à la base de la goutte en plus de la zone proche de la ligne de contact.

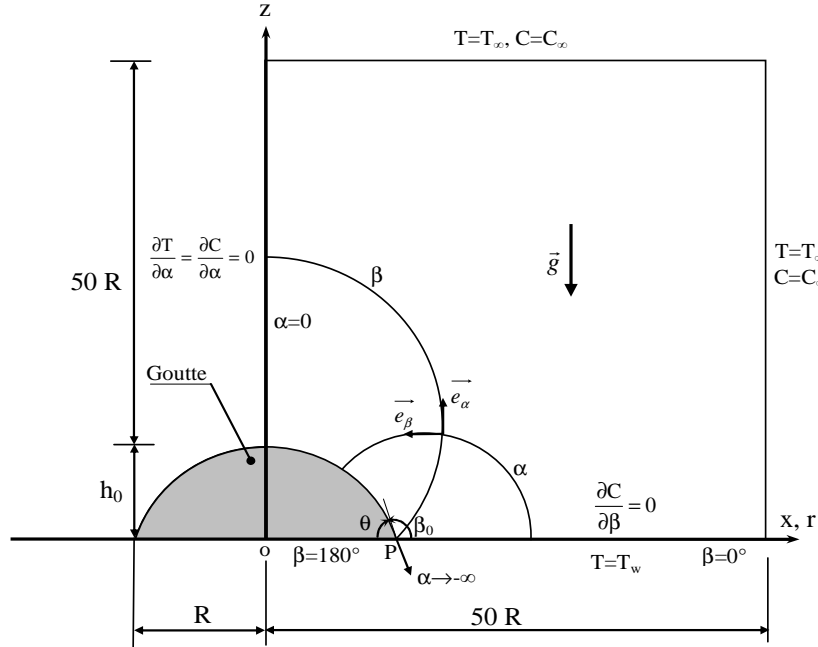


Figure 1: *Domaine d'étude.*

## 2. Formulation mathématique

Nous nous limitons dans cette étude au cas de l'évaporation d'une goutte accrochée où le rayon de contact  $R$  est constant et l'angle de contact  $\theta$  variable dans le temps. Cette situation concerne la plus grande partie du temps d'évaporation telle qu'observée expérimentalement par plusieurs auteurs. Les équations gouvernantes adimensionnelles sont écrites en coordonnées toroïdales  $(\alpha, \beta)$ . Le système de coordonnées toroïdales permet de suivre facilement l'interface mobile liquide-gaz ( $\beta=\beta_0$ ).

i) dans la phase gazeuse

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left( H H_\phi \frac{\partial T_g^*}{H \partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left( H H_\phi \frac{\partial T_g^*}{H \partial \beta} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left( H H_\phi \frac{\partial C^*}{H \partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left( H H_\phi \frac{\partial C^*}{H \partial \beta} \right) = 0 \quad (2)$$

ii) dans la phase liquide

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left( H H_\phi \frac{\partial T_\ell^*}{H \partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left( H H_\phi \frac{\partial T_\ell^*}{H \partial \beta} \right) = 0 \quad (3)$$

La mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes est basée sur la longueur de référence  $R$ , la différence de température  $\Delta T = T_w - T_\infty$  et la différence de concentration  $\Delta C = C_w - C_\infty$ . Les coefficients métriques adimensionnels du système de coordonnées toroïdales sont définis par:  $H = H_\alpha = H_\beta = 1/(\cosh \alpha - \cos \beta)$  et  $H_\phi = -H \sinh \alpha$ .

Les conditions aux limites associées aux équations gouvernantes sont indiquées sur la figure 1. La condition de non glissement de la température est appliquée à la surface de la goutte où l'air est saturé en vapeur d'eau. Le flux massique local d'évaporation, noté  $J^*$  en écriture adimensionnelle, intervient dans le bilan d'énergie de changement de phase liquide-vapeur suivant:

$$\left( \frac{\Delta C}{\rho_0} \right) \frac{Ja}{Le} J^* - R_c \left. \frac{\partial T_\ell^*}{H \partial \beta} \right|_{\beta_0} + \left. \frac{\partial T_g^*}{H \partial \beta} \right|_{\beta_0} = 0 \quad (4)$$

où  $Ja = h_{\ell g} / (c_{pg} \Delta T)$  est le nombre de Jacob,  $Le = \alpha_{Tg} / D$  est le nombre de Lewis et  $R_c = k_\ell / k_g$  est le rapport de conductivité thermique liquide/gaz.

La densité du flux de chaleur  $q$  est évaluée localement à la surface de la goutte dans la phase gaz ( $q_g$ ) et à la base de la goutte dans la phase liquide ( $q_\ell$ ) afin d'estimer les contributions locales en énergie thermique des deux phases dans le processus d'évaporation. Les quantités de chaleur globales sont déterminées par intégrale de  $q$  sur les deux surfaces indiquées:

$$\text{i) sur la surface de la goutte} \quad Q_g^* = \frac{Q_g}{2 \pi R k_g \Delta T} = \int_0^\infty \left. \frac{\partial T_g^*}{H \partial \beta} \right|_{\beta_0} H_\phi H d\alpha \quad (5a)$$

$$\text{ii) à la base de la goutte} \quad Q_\ell^* = \frac{Q_\ell}{2 \pi R k_g \Delta T} = R_c \int_0^\infty \left. \frac{\partial T_\ell^*}{H \partial \beta} \right|_\pi H_\phi H d\alpha \quad (5b)$$

Le transfert de masse à la surface de la goutte est quantifié localement par le flux massique d'évaporation  $J$  en relation avec le gradient de concentration et globalement par le débit massique d'évaporation:

$$J^* = \frac{J}{D \frac{\Delta C}{R}} = \left. \frac{\partial C^*}{H \partial \beta} \right|_{\beta_0} \quad (6a)$$

$$\dot{M}^* = \frac{\dot{M}}{2 \pi R D \Delta C} = \int_0^\infty \left. \frac{\partial C^*}{H \partial \beta} \right|_{\beta_0} H_\phi H d\alpha \quad (6b)$$

### 3. Procédure numérique

Les équations gouvernantes (1) à (3) et les conditions aux limites associées sont discrétisées par la méthode des volumes finis (Patankar [10]). Un maillage de  $146 \times 132$  nœuds ( $\alpha \times \beta$ ) est utilisé avec un raffinement dans la phase liquide et près de la surface de la goutte et de l'axe vertical de symétrie. Le pas d'espace est pris très petit entre deux nœuds consécutifs sur l'interface liquide-gaz. Il est de l'ordre de 0.001 dans le voisinage de la ligne de contact pour estimer avec une bonne précision les échanges thermique et massique. Les systèmes d'équations discrétisées sont résolus par l'algorithme TDMA et la méthode itérative de Gauss-Seidel. Les solutions itératives atteignent la convergence une fois l'erreur relative maximale sur la variable dépendante ( $T^*$ ,  $C^*$ ) est inférieure à 0,1%. Le résidu maximal admis pour chaque équation de conservation est inférieur à  $10^{-5}$ . Les résultats obtenus par le code de calcul développé sont en bon accord avec ceux de Hu et Larson [1].

### 3. Résultats et discussion

Dans cette section, nous présentons des résultats numériques portant sur l'évaporation d'une goutte d'eau de volume initial de  $10 \text{ mm}^3$ , déposée sur une surface solide à une température de  $25^\circ\text{C}$  ou  $70^\circ\text{C}$ . Cette surface est couverte d'une couche en aluminium qui impose, à la goutte posée, un angle de contact initial de  $78^\circ$ . Le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air ambiant  $D$  est de  $5 \text{ mm}^2/\text{s}$  en se référant à [1].

La figure 2a représente des distributions de la température sur la surface de la goutte. Une forte variation de la température est constatée près de la ligne de contact ( $r=R$ ) représentant une singularité. Cela est montré clairement sur la figure 2b qui est un zoom de la figure précédente dans la zone  $0.95 \leq r/R < 1$ . L'évaporation engendre une baisse de température à l'interface liquide-gaz quel que soit la température du support. Ce refroidissement est plus important au sommet de la goutte et diminue en allant vers la ligne de contact. Il diminue aussi dans le temps avec la diminution de l'angle de contact à cause toujours du déplacement de l'interface vers la surface solide. Par contre, il est caractérisé par une plus grande chute de température du fait de l'augmentation de l'évaporation lorsque la surface solide est chauffante ( $T_w=70^\circ\text{C}$ ). Ceci est dû au supplément de chaleur qui arrive sur l'interface via la phase gazeuse. La surface de la goutte n'est pas le seul endroit refroidi par l'évaporation, il y a aussi la zone tout autour dans le gaz et dans le liquide (Ait saada et al. [11]).

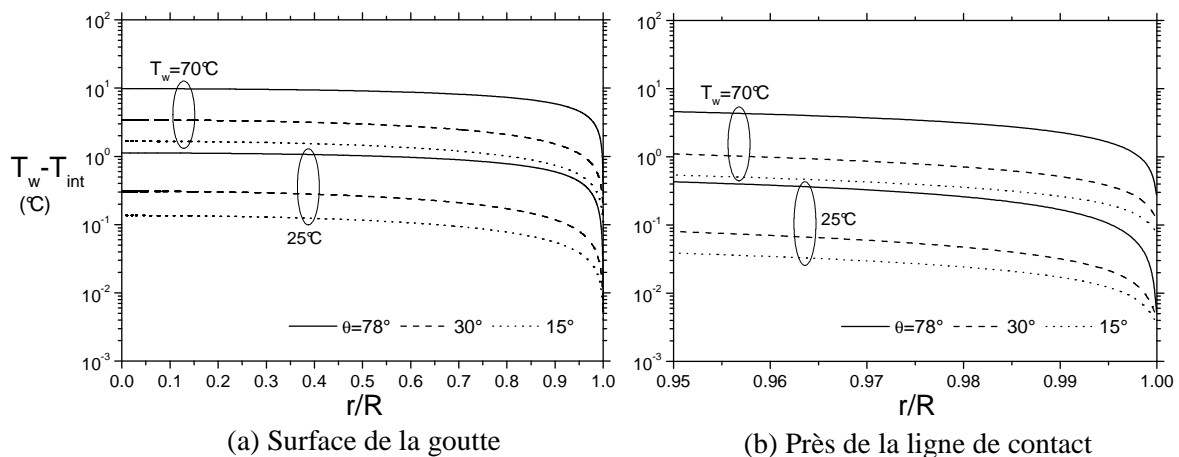


Figure 2 : Distribution de la température sur la surface de la goutte.

La figure 3a est une représentation des transferts de chaleur locaux entre la phase gazeuse et la phase liquide ( $q_g$ ) et entre la phase solide et la phase liquide ( $q_\ell$ ). La densité du flux de chaleur à la paroi ( $q_\ell$ ) dépasse considérablement celle à l'interface liquide-gaz ( $q_g$ ), le rapport est de plus de 10, démontrant que l'évaporation est contrôlée par le transfert de chaleur dans la phase liquide de conductivité thermique beaucoup plus grande que celle de l'air. Les échanges thermiques locaux sont caractérisés par une distribution faiblement croissante sur presque la totalité de la base et de la surface de la goutte. Cette variation devient plus grande près de la ligne de contact, Fig. 3b, où la résistance thermique imposée par le liquide est faible. L'influence de cette résistance est plus grande comparée à celle de l'écart de température entre l'interface et la surface solide. Pour  $T_w=25^\circ\text{C}$  et contrairement aux autres situations, la densité du flux de chaleur  $q_\ell$  subit une légère décroissance suivie par une croissance brusque dans la zone très proche du bord de la goutte. Lors de l'évaporation, la diminution de la résistance thermique imposée par la goutte est associée à une augmentation de l'écart de température  $T_w - T_{\text{int}}$ . Dans ce cas, la réduction des échanges de chaleur locaux est induite par l'augmentation de la température de l'interface liquide-gaz en fonction de la diminution de l'angle de contact.

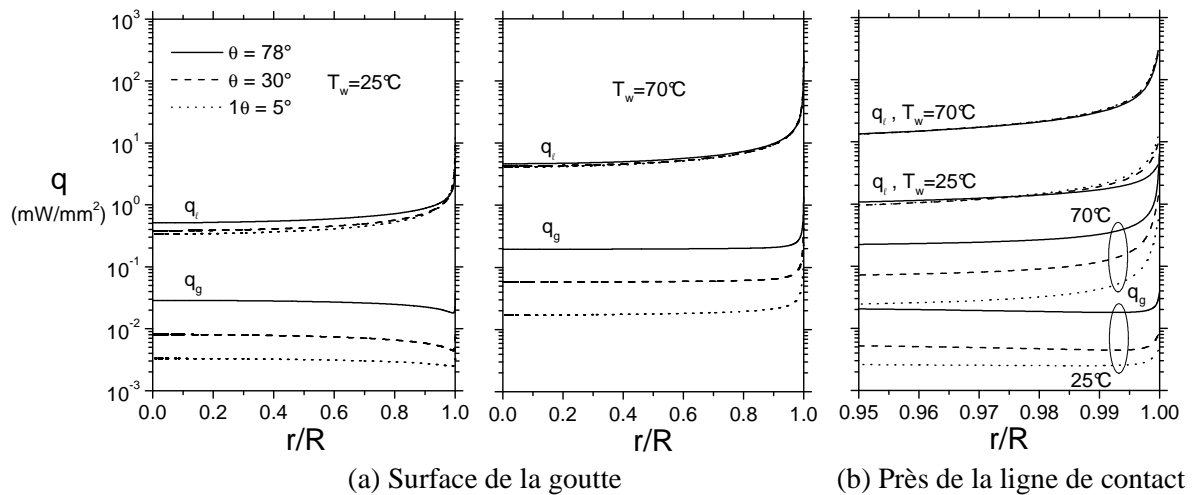


Figure 3. *Distribution de la densité du flux de chaleur sur la surface de la goutte.*

Le transfert de masse local à l'interface liquide-gaz est le résultat de la contribution des apports de chaleur issus de la phase liquide ou la phase gaz. Cela donne une faible variation de la distribution de la densité du flux massique d'évaporation suivie par une forte croissance près de la ligne de contact, comme le montrent les figures 4a et 4b. Pour une surface solide chauffante ( $T_w=70^\circ\text{C}$ ), la diminution de la surface de la goutte a pour effet d'augmenter localement le transfert de masse lors de l'évaporation. Cette augmentation devient négligeable aux faibles angles de contact. Pour  $T_w=25^\circ\text{C}$ , le même résultat est constaté près de la ligne de contact caractérisée par des échanges de masse importants.

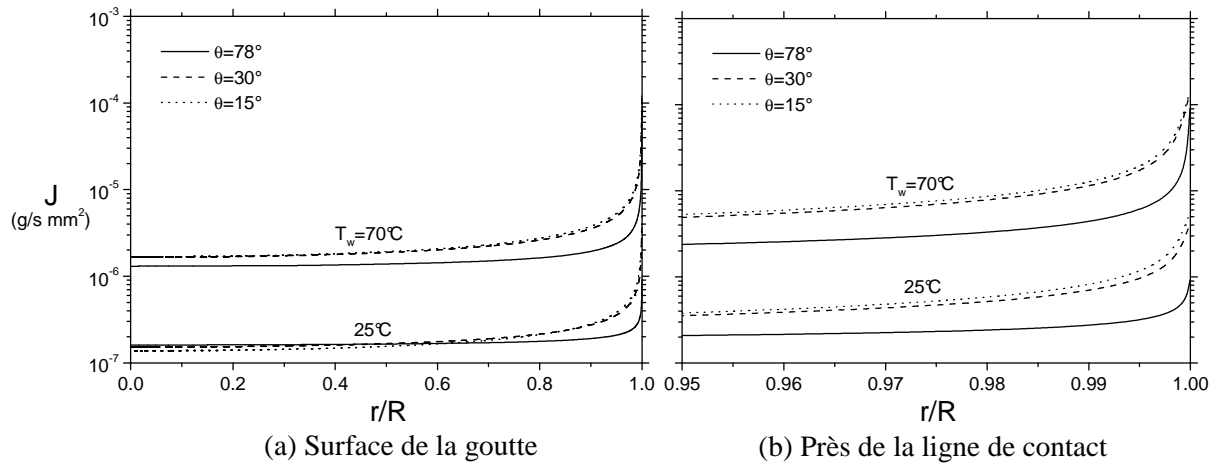


Figure 4. *Distribution de la densité du flux massique d'évaporation sur la surface de la goutte.*

Du point de vue d'une estimation globale du transfert de chaleur et de masse, la figure 5a montre que l'énergie thermique totale du changement de phase à l'interface liquide-gaz est prise en grande partie de la goutte chauffée par la surface solide. Pour  $T_w=25$  ou  $70^\circ\text{C}$ , la contribution de la quantité de chaleur totale  $Q_g$  issue de l'air ambiant ne dépasse pas 6% de la quantité de chaleur totale issue de la phase liquide  $Q_l$ . Cette dernière est faiblement variable en fonction de l'angle de contact, ce qui résulte en un débit d'évaporation presque constant dans le temps, comme le montre la figure 5b.

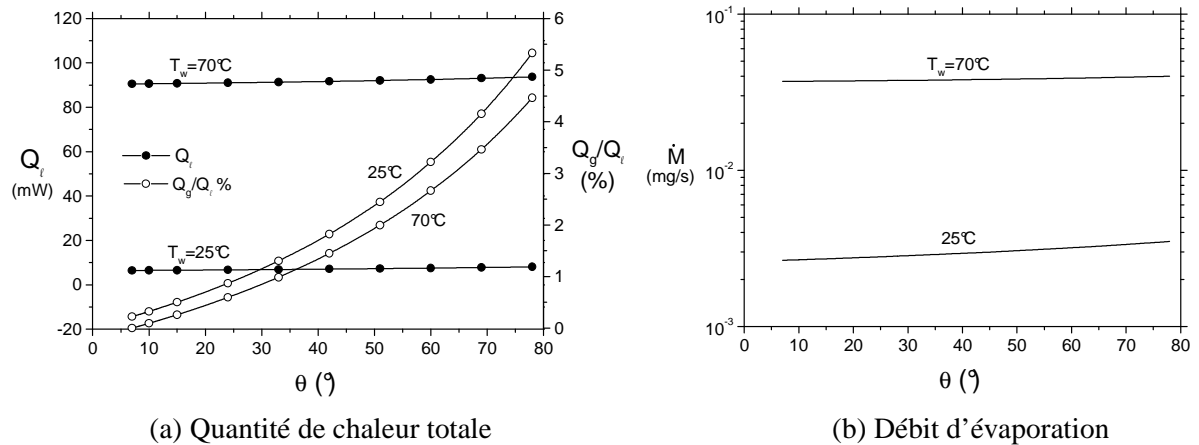


Figure 5 : Effet de l'angle de contact sur la quantité de chaleur totale à la surface et à la base de la goutte ainsi que sur le débit d'évaporation.

## 4. Conclusion

L'évaporation d'une goutte d'eau sur une surface solide est étudiée en utilisant un modèle de diffusion. Les champs de température et de concentration sont déterminés numériquement par une procédure basée sur la méthode des volumes finis. Les résultats ont montré que les transferts de chaleur et de masse sont beaucoup plus importants au voisinage de la ligne de contact et gardent localement une répartition faiblement variable sur le restant de la surface ou la base de la goutte. L'évaporation est induite principalement la quantité de chaleur issue de la phase liquide. La contribution thermique de l'air ambiant ne dépasse pas 6% par rapport à celle de la goutte. Cette dernière est presque constante lors de l'évaporation qui est caractérisée de ce fait par un débit total faiblement variable en fonction de l'angle de contact.

## Références

- [1] Hu H. and Larson R.G., Evaporation of a sessile droplet on a substrate, *J. Phys. Chem. B*, 106 (2002), 13334-1344.
- [2] David S., Sefiane K. and Tadrist L., Experimental investigation of the effect of thermal properties of the substrate in the wetting and evaporating of sessile drops, *Colloids and surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 298 (2007), 108-114.
- [3] Dunn G.J., Wilson S.K., Duffy B.R., David S. and Sefiane K., The strong influence of substrate conductivity on droplet evaporation, *J. Fluid Mech.*, 623 (2009), 329-351.
- [4] Ruiz O.E. and Black W.Z., Evaporation of water droplets placed on a heated horizontal surface, *ASME J. Heat Transfer*, 124 (2002), 54-863.
- [5] Hu H. and Larson R.G., Analysis of the microfluid flow in an evaporating sessile droplet, *Langmuir*, 21 (2005), 3963-3971.
- [6] Hu H. and Larson R.G., Analysis of the effects of Marangoni stresses on the microflow in an evaporating sessile droplet, *Langmuir*, 21 (2005), 3972-3980.
- [7] Sefiane K., Wilson S.K., David S., Dunn G.J. and Duffy B.R., On the effect of the atmosphere on the evaporation of sessile droplets of water, *Phys. Fluids*, 21 (2009), 062101.
- [8] Deegan R.D., Bakajin O., Dupont T.F., Huber G., Nagel R.S. and Witten T.A., *Nature*, 389 (1997), 827-829.
- [9] Deegan R.D., Bakajin O., Dupont T.F., Huber G. and Nagel R.S., Contact line deposits in an evaporating drop, *Physical Review E*, 62 (2000), 756-765.
- [10] Patankar S.V., Numerical heat transfer and fluid flow, *McGrawHill, Hemisphere*, W, D.C (1980).
- [11] Ait saada M., Chikh S. and Tadrist L., Numerical investigation of heat and mass transfer of an evaporating sessile drop on a horizontal surface, *Physics of fluids*, 22 (2010), 1.