

Mesure de diffusivité thermique longitudinale de peinture murale par radiométrie photothermique

J.L. Bodnar*, J.L. Nicolas*, K. Mouhoubi*, J.C. Candoré*, V. Detalle**

*GRESPI / ECATHERM, UFR Sciences Exactes et Naturelles, BP 1039, 51687 Reims

** Laboratoire de Recherche des Monuments Historiques, 29 avenue du Paris, 77420 Champs sur Marne

Résumé

Dans cet article, nous présentons une méthode de mesure, in situ, de diffusivité thermique longitudinale d'œuvre d'art. Nous présentons d'abord le principe de la méthode de mesure, basée sur l'analyse temporelle de l'évolution du rayon caractéristique des profils spatiaux du signal photothermique, mesuré à l'endroit d'une excitation laser. Nous montrons ensuite la faisabilité de la méthode à l'aide de simulations numériques. Nous présentons dans une troisième étape, le dispositif expérimental développé pour l'étude ainsi que l'échantillon analysé. Nous montrons enfin, expérimentalement, que la méthode donne accès à une bonne estimation de la diffusivité longitudinale d'un échantillon de plâtre recouvert d'une couche de peinture noire.

Nomenclature

a : Diffusivité thermique, m^2/s
c : Capacité calorifique, $J/Kg K$
 $C_{1,2}$: Constante intégration
e : Constante de Nejer
F : Transformée de Fourier
H : Fonction de Bessel
i : Indice complexe
J : Fonction de Bessel
L : Epaisseur, m
Q : Densité d'énergie, J/m^2
r : Coordonnée spatiale, m

R : Rayon d'excitation, m
t : Temps, s
T : Température, K
 T_{ext} : Température extérieure, K
 T_{max} : Température maximale, K
z : Coordonnée spatiale, m
 δ : Fonction delta de Dirac
 λ : Conductivité thermique, $W/m K$
 ω : Pulsation, rad / s
 ρ : Masse volumique, kg/m^3
 σ : Variable de Hankel

1. Introduction

Dans le cadre de l'aide à la restauration de peintures murales, notre laboratoire travaille depuis une dizaine d'années à la détection de décollements et de poches d'air situés dans des peintures murales, comme par exemple dans des fresques. La radiométrie photothermique face avant, nous a déjà permis de détecter, in situ, des déplacements situés dans le Saint Christophe de la collection Campana du Louvre, dans les murs peints de l'église Saint Florentin de Bonnet, dans les plafonds peints de l'abbaye de Saint Savin sur Gartempe (classée au patrimoine mondial de l'UNESCO) et enfin dans les fresques Cocteau de l'église Saint Pierre de Villefranche sur mer [1-3]. Ces études qualitatives étant positives, elles nous poussent maintenant à étudier les possibilités de la méthode photothermique en matière de caractérisation des défauts. A terme l'objectif est de déterminer à la fois l'étendue surfacique du défaut mais aussi la profondeur à laquelle il se situe. Pour cela nous envisageons de procéder par un ajustement théorie / expérience avec l'utilisation de méthodes de techniques inverses du type Levenberg Marquardt. Pour alimenter le modèle évoqué précédemment, il faut connaître les propriétés thermophysiques des matériaux étudiés. Deux solutions s'offraient à nous : Soit faire appel à des valeurs bibliographiques, soit développer une méthode de mesure de diffusivité utilisable in situ. Pour des raisons de vie propre des matériaux (vieillesse, présence d'humidité, procédés de fabrication, ...), c'est la seconde solution que nous avons choisi de mettre en œuvre. Pour aboutir à ces mesures de diffusivité, nous avons là encore deux solutions : Soit prélever un échantillon d'œuvre d'art et mettre en œuvre une méthode classique de mesure de ce paramètre thermophysique (méthode flash [4-5]), soit développer une méthode utilisable in situ et non destructive pour la peinture murale étudiée. Pour des raisons de bonne conservation des œuvres d'art, c'est cette dernière option que nous avons choisi de mettre en œuvre. L'épaisseur du couple enduit – mur composant la peinture murale étant souvent de plusieurs dizaines de centimètres d'épaisseur, une mesure de diffusivité thermique

transverse est souvent impossible. Nous avons donc choisi de développer une méthode de mesure de diffusivité thermique longitudinale de l'œuvre d'art. C'est cette méthode que nous présentons ici. Nous présentons d'abord le principe de la méthode de mesure, basée sur l'analyse temporelle de l'évolution du rayon caractéristique des profils spatiaux du signal photothermique, mesuré à l'endroit d'une excitation laser. Nous présentons ensuite les simulations entreprises, afin de vérifier la faisabilité de la méthode. Nous présentons dans une troisième étape, le dispositif expérimental développé pour l'étude ainsi que l'échantillon analysé. Nous montrons enfin, expérimentalement, que la méthode donne accès à une bonne estimation de la diffusivité thermique longitudinale d'un échantillon de plâtre recouvert d'une couche de peinture noire.

2. Le modèle théorique développé pour l'étude

Le principe général de la mesure in situ et dans le plan de diffusivité thermique par radiométrie photothermique face avant que nous proposons, est le suivant : Un échantillon est soumis sur sa face avant à une excitation laser, temporellement proche d'une fonction delta de Dirac $\delta(t)$ et de forme gaussienne spatialement. On mesure ensuite le champ de température face avant à l'aide d'une camera de thermographie infrarouge. A partir de l'évolution temporelle de ce champ de température, nous remontons, à l'aide d'un post-traitement mathématique, présenté initialement par F. Cernuschi et al [6] à la valeur de la diffusivité thermique du matériau. Examinons en détails ce post-traitement mathématique sur lequel est basée cette technique de mesure. Soit une plaque d'épaisseur L et semi infinie radialement. Soit une perturbation thermique très brève (Fonction delta de Dirac temporelle $\delta(t)$), et de forme gaussienne spatialement. Cette excitation est appliquée à $t = 0$ au centre de la plaque précédente. Soit R , le rayon de la tache d'excitation (mesurée à Q_{\max}/e^2). Soit λ , ρ , c et a , respectivement, la conductivité thermique, la masse volumique, la capacité calorifique et la diffusivité thermique du matériau constitutif de la plaque étudiée. L'échantillon est initialement en équilibre thermique avec son environnement. Enfin, le modèle néglige les échanges convecto - radiatifs entre l'échantillon étudié et l'environnement. La traduction mathématique de ces hypothèses conduit au système différentiel suivant :

$$\Delta T(r, z, t) = \frac{1}{a} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} \quad (1)$$

En $z = 0$:	$-\lambda \frac{\partial T(r, z = 0, t)}{\partial z} = \frac{2Q}{\pi R^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{R^2}\right) \delta(t)$
En $z = L$	$-\lambda \frac{\partial T(r, z = L, t)}{\partial z} = 0$
A $t = 0$:	$T = T_{ext}$

Pour résoudre ce système différentiel, nous avons choisi de mettre en œuvre deux transformations intégrales ; d'une part une transformation de Hankel d'ordre 0 sur l'axe r et d'autre part, une transformation de Fourier en temps :

$$H_0 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} \right) \right] = -\sigma^2 \int_0^{\infty} r J_0(\sigma r) T(r, z, t) dr \quad (2)$$

$$F \left(\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} \right) = \frac{i\omega}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} T(r, z, t) \cdot \exp(-i\omega t) dt \quad (3)$$

En prenant en compte ces transformées intégrales, l'équation aux dérivées partielles devient alors :

$$\frac{\partial^2 T(\sigma, z, \omega)}{\partial z^2} - (\sigma^2 + \frac{i\omega}{a})T(\sigma, z, \omega) = 0 \quad (4)$$

La solution de cette équation aux dérivées partielles dans l'espace transformé s'écrit dès lors :

$$T(\sigma, z, \omega) = C_1 \cdot \exp(\sqrt{\sigma^2 + \frac{i\omega}{a}}z) + C_2 \cdot \exp(-\sqrt{\sigma^2 + \frac{i\omega}{a}}z) \quad (5)$$

En appliquant maintenant les transformations intégrales aux conditions aux limites, nous obtenons, dans l'espace transformé, les expressions des constantes d'intégration suivantes :

$$C_1 = \frac{Q}{2\pi} \frac{\exp(-\frac{\sigma^2 R^2}{8})}{\lambda \sqrt{\sigma^2 + \frac{i\omega}{a}} [\exp(2\sqrt{\sigma^2 + \frac{i\omega}{a}}L) - 1]} \quad (6)$$

$$C_2 = \exp(2\sqrt{\sigma^2 + \frac{i\omega}{a}}L) C_1 \quad (7)$$

D'où après introduction des expressions de C_1 et de C_2 et simplification, l'expression de la température recherchée dans l'espace transformé :

$$T(\sigma, z, \omega) = \frac{Q}{2\pi\lambda} \frac{\exp(-\frac{\sigma^2 R^2}{8}) \operatorname{ch}[(z-L)\sqrt{\sigma^2 + \frac{i\omega}{a}}]}{\sqrt{\sigma^2 + \frac{i\omega}{a}} \operatorname{sh}(L\sqrt{\sigma^2 + \frac{i\omega}{a}})} \quad (8)$$

En inversant les transformations intégrales et après simplification, nous obtenons l'expression de l'évolution temporelle de la température de surface de l'échantillon analysé :

$$T(r, 0, t) = \frac{2Q}{b\sqrt{\pi^3 t}} \cdot \frac{1}{R^2 + 8at} \cdot \exp(-\frac{2r^2}{R^2 + 8at}) \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \exp\left\{-\frac{[(n-1)L]^2}{at}\right\} \quad (9)$$

En nous plaçant maintenant dans un cas d'étude proche de nos conditions expérimentales; c'est-à-dire pour l'étude d'une plaque de plâtre de 1 cm d'épaisseur, de $4,38 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ de diffusivité thermique et pour des bornes de calculs égales à -10000 et à $+10000$, la série intervenant dans l'expression précédente (9) est proche de 1 pendant au moins 50 s (pour une épaisseur de plaque supérieure, la valeur de la série serait proche de 1 pendant un temps plus long encore) ; soit pendant une durée bien supérieure à la durée d'une analyse complète. Par conséquent, il est possible de négliger ce terme dans l'expression de la variation de la température en face avant de l'échantillon étudié. Nous obtenons alors :

$$T(r, 0, t) \approx \frac{2Q}{b\sqrt{\pi^3 t}} \cdot \frac{1}{R^2 + 8at} \cdot \exp(-\frac{2r^2}{R^2 + 8at}) \quad (10)$$

Cette nouvelle expression montre ensuite, que la valeur maximale de température est obtenue au centre de la Gaussienne, c'est-à-dire en $r = 0$:

$$T_{\max}(0, 0, t) \approx \frac{2Q}{b\sqrt{\pi^3 t}} \cdot \frac{1}{R^2 + 8at} \quad (11)$$

L'expression de la variation de la température en face avant de l'échantillon étudié peut donc s'écrire :

$$T(r,0,t) \approx T_{max}(0,0,t) \cdot \exp\left(-\frac{2r^2}{R^2 + 8at}\right) \quad (12)$$

On voit alors aisément que pour :

$$T(r,0,t) = T_{max}(0,0,t) / e^2 \quad (13)$$

On a :

$$r^2 = R^2 + 8at \quad (14)$$

La diffusivité thermique recherchée peut donc être déterminée simplement à partir de la pente de l'évolution temporelle du rayon de la tache thermique (mesurée à T_{max} / e^2), engendrée par l'excitation laser.

3. Simulations théoriques

Afin de tester cette procédure de mesure longitudinale de diffusivité thermique, nous avons d'abord entrepris une série de simulation, basées sur l'utilisation du progiciel COMSOL de résolution de l'équation de la chaleur. Les conditions de simulations retenues pour l'étude sont les suivantes : Tout d'abord, nous nous sommes placés en géométrie 2D afin de mettre en œuvre des calculs numériques relativement légers. Cela signifie alors que l'énergie laser est déposée sur une ligne d'une longueur de 1 mètre. La dimension de la tache d'excitation a été fixée à 1 millimètre (dimension proche du diamètre du laser utilisé pour la partie expérimentale). La durée d'excitation a été fixée à 3 millisecondes de façon à s'approcher d'une fonction delta de Dirac. En ce qui concerne l'échantillon étudié, il s'agit d'un bloc de plâtre de 1 mètre de longueur (géométrie 2D), de 6 centimètres de largeur et de 2 millimètres d'épaisseur. Les propriétés thermophysiques du plâtre prises en compte sont une conductivité thermique de $\lambda = 0,4 \text{ W/mK}$, une masse volumique de $\rho = 1100 \text{ Kg/m}^3$, une chaleur spécifique de $C = 830 \text{ J/KgK}$ soit une diffusivité thermique théorique $a = 4,38 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$. Enfin, un maillage plus fin a été réalisé à l'endroit de l'excitation. Comme indiqué précédemment, la procédure de détermination de la diffusivité longitudinale consiste d'abord à extraire des résultats de simulations Comsol, à chaque instant, le profil spatial de température, tracé perpendiculairement à la ligne d'excitation. Un exemple de résultats obtenus dans ce cadre, pour des temps d'analyse de 0,25s, 1s, 2s, 3s, 4s, 5s, est présenté sur la figure 1. Cette figure montre que les profils de température deviennent moins intenses et plus larges au fur et à mesure que le temps s'écoule.

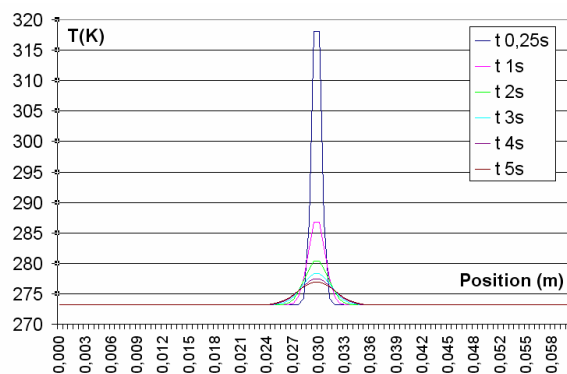


Figure 1: Profils spatiaux de température obtenus en surface de l'échantillon étudié pour différents temps

La procédure de détermination de la diffusivité thermique consiste ensuite à déterminer à chaque instant le rayon caractéristique à $1/e^2$ de la signature thermique, puis à tracer l'évolution de ce rayon au cours du temps et enfin à calculer la pente de la droite obtenue. La figure 2 représente le résultat

obtenu dans notre cas d'étude. Elle fait apparaître comme le prévoit la théorie, une droite de pente positive. Le calcul de cette pente conduit à une valeur de $3,49.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

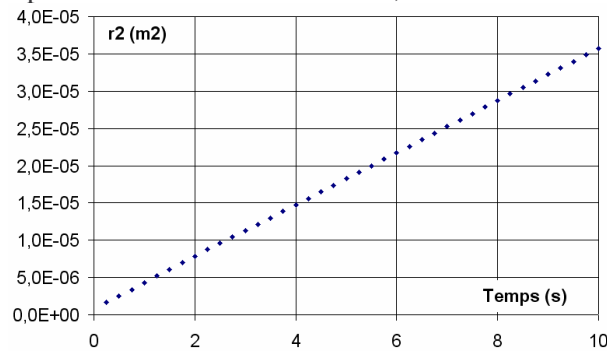


Figure 2 : Evolution du rayon caractéristique de la signature thermique théorique en fonction du temps

La procédure de détermination de la diffusivité thermique consiste enfin, à calculer la diffusivité thermique à l'aide de la formule (14). Dans notre cas d'étude, nous trouvons alors une valeur de $4,36.10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, pour valeur théorique de $4,38.10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$. Ces deux valeurs sont très proches ce qui montre bien, théoriquement la faisabilité de la méthode de mesure.

4. Le système expérimental mis en œuvre lors de notre étude

Les résultats obtenus lors de l'étude théorique étant encourageants, nous sommes dans une seconde partie de notre travail, à une étude expérimentale. Le dispositif expérimental que nous avons mis en œuvre dans ce cadre est dérivé du Système d'Analyse des Matériaux Minces par InfraRouges (SAMMIR) du laboratoire. La source d'excitation est constituée d'une diode laser émettant à 810 nm associée à une optique de collimation et focalisation. L'optique d'acquisition infrarouge est constituée d'une caméra « ondes longues » à bolomètres, travaillant en mode macro (pour obtenir une résolution spatiale suffisante). Cette dernière est placée perpendiculairement à l'échantillon, à une distance d'environ 5 cm. Le faisceau lumineux issu de la diode laser est, du fait de l'encombrement de la camera, envoyé de façon incliné sur l'échantillon à analyser. Sa forme est de ce fait légèrement elliptique. La diode laser est pilotée en courant de façon à lui faire émettre une puissance de 2 W pendant une durée de 20 ms. La fréquence d'acquisition de la camera thermographie infrarouge est de 50 Hz.

5. L'échantillon analysé

L'échantillon que nous avons analysé dans cette étude est un bloc de plâtre de 12 cm * 15 cm de côté et de 2,2 cm d'épaisseur. Il est recouvert d'une fine couche de peinture noire du côté analysé, afin de simuler la présence d'une couche picturale. Afin de déterminer avec précision sa diffusivité thermique, nous l'avons d'abord étudié au diffusivimètre flash de référence, du LEMTA de Nancy (hypothèse d'isotropie des diffusivités thermiques). Pour cela, nous avons prélevé une partie de cet échantillon de façon à réaliser une pastille de 30 mm de diamètre (c'est le diamètre nécessaire à une analyse avec le diffusivimètre flash retenu) et de 6,05 mm d'épaisseur. Trois modes classiques de dépouillement ont été mis en œuvre, la méthode des temps partiels, la méthode des moments temporels et un ajustement théorie/expérience. Les valeurs de diffusivité thermiques obtenues sont : $3,49.10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ à l'aide de la méthode des temps partiels, $3,53.10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, à l'aide de la méthode des moments temporels et $3,49.10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ à l'aide d'un ajustement théorie / expérience.

6. Les résultats expérimentaux obtenus

Cet échantillon a ensuite été analysé à l'aide du dispositif expérimental décrit précédemment. A partir du film thermographique obtenu, nous avons d'abord tiré les profils de signaux photothermiques, tracés à l'aplomb de la signature photothermique d'excitation. Nous avons ensuite,

tirés de ces profils les rayons caractéristiques nécessaires à notre étude. Nous avons dans une troisième étape, tracé la figure 3, représentant l'évolution temporelle du rayon caractéristique (mesurée à $\text{Signal}_{\text{max}} / e^2$) de la signature photothermique de la perturbation thermique due à l'excitation laser. Nous trouvons comme précédemment et comme le prévoit la théorie, une droite de pente positive.

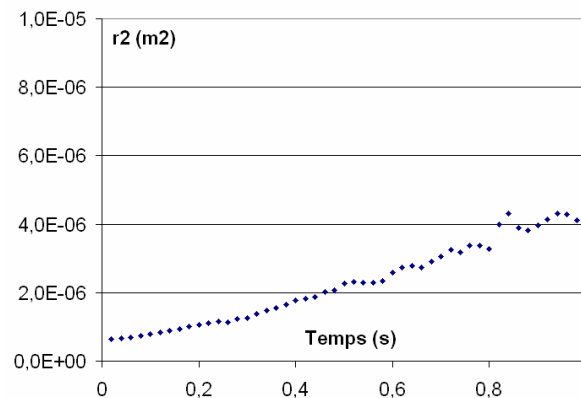


Figure 3 : Evolution du rayon caractéristique de la signature thermique expérimentale obtenue en fonction du temps

Nous avons dans une quatrième étape, calculé la valeur de cette pente en ajustant une droite affine à la série de données expérimentales. Nous avons alors obtenu une valeur de $2,86 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Nous avons enfin, à l'aide de la formule (14) déterminé la diffusivité thermique recherchée. Nous trouvons alors une valeur de $3,57 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, pour valeur mesurée au diffusivimètre flash de $3,49 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$. Ces deux valeurs sont très proches ce qui confirme bien expérimentalement les possibilités de la méthode en matière de mesure de diffusivité thermique longitudinale.

7. Conclusion

Dans ce travail, nous avons étudié les possibilités de la radiométrie photothermique stimulée en matière de mesure in situ de la diffusivité thermique longitudinale de peinture murale. Nous avons d'abord présenté le principe de la méthode de mesure, basée sur l'analyse temporelle de l'évolution du rayon caractéristique des profils spatiaux du signal photothermique, mesuré à l'endroit d'une excitation laser. Nous avons ensuite présenté les simulations entreprises et montré théoriquement que la méthode photothermique permettait bien la mesure du paramètre diffusivité thermique longitudinal. Les résultats théoriques obtenus étant positifs, nous avons alors développé une étude expérimentale. Dans ce cadre, nous avons d'abord présenté le dispositif expérimental développé pour l'étude, puis nous avons présenté l'échantillon analysé. Nous avons enfin montré expérimentalement, que la méthode donnait accès à une bonne estimation de la diffusivité longitudinale d'un échantillon de plâtre. Ces résultats théoriques et expérimentaux sont encourageants puisque semblent ouvrir la voie à la caractérisation photothermique in situ d'œuvres d'art. Il demande maintenant à être généralisé et à être mis en œuvre lors de l'analyse réelle d'œuvres d'art. Des études allant dans ce sens sont en cours.

References

- [1] J.C. Candoré, G. Szatanik, J.L. Bodnar, V. Detalle, P. Grosse : Infra-red photothermal thermography: A tool of assistance for the restoration of murals paintings? Proc QIRT2006, Padoue.
- [2] J.C. Candoré, J.L. Bodnar, V. Detalle, P. Grosse: Non destructive testing of mural paintings, in situ, by infrared photothermal radiometry, SMW08, 27-29 octobre 2008, Florence, Italie
- [3] J.C. Candoré, J.L. Bodnar, V. Detalle and P. Grosse : Non destructive testing in situ, of works of art by stimulated infra-red thermography, Proc of 15th ICPPP , Leuven, 19-23 July 2009.
- [4] W Parker, Flash method of determining thermal diffusivity, JAP, 32, (9), 1961, 1679-1684
- [5] A. Degiovanni. Techniques de l'ingénieur, r 2850.
- [6] F. Cernuschi, A. Russo, L. Lorenzoni and A. Figari, in plane thermal diffusivity evaluation by infrared thermography, review of scientific instruments, vol 72, n°10, oct 2001