

Étude comparative de différentes méthodes pour la résolution numérique du transfert radiatif au sein d'un milieu semi-transparent en géométrie 3D

Jonathan GERARDIN^{1,2*}, Lionel TROVALET¹, Fatmir ASLLANAJ¹, Nathalie SEILER², Gérard JEANDEL¹, Pascal BOULET¹

¹ LEMTA Nancy–Université, CNRS, Faculté des Sciences et Technologies, B.P. 70239, 54506 Vandoeuvre les Nancy cedex.

² IRSN/DPAM/SEMCA/LEMAR BP3 - 13115 Saint Paul lez Durance

* (auteur correspondant : jonathan.gerardin@lemta.uhp-nancy.fr)

Résumé - Différentes méthodes numériques, dédiées à la résolution du transfert radiatif stationnaire au sein d'un milieu semi-transparent gris bordé par des surfaces noires en géométrie complexe 3D, essentiellement de type volumes finis et approximation P1, sont comparées sur trois cas tests issus de la littérature. Deux cas portent sur un milieu supposé absorbant non diffusant et le troisième cas traite d'un milieu absorbant diffusant. Les méthodes dérivées de l'approximation P1, moins fines que les volumes finis, restent d'une précision acceptable et leur mise en application est aussi immédiate en situation diffusante, qu'en milieu purement absorbant.

Nomenclature

A_1	coefficient d'anisotropie de la diffusion	<i>Symboles grecs</i>	
G	luminance intégrée, $W.m^{-2}$	τ	épaisseur optique
J	radiosité, $W.m^{-2}$	ω	albédo de diffusion
L	luminance, $W.m^{-2}.sr^{-1}$		
L^0	luminance du corps noir, $W.m^{-2}.sr^{-1}$	<i>Indices et exposants</i>	
q	flux radiatif, $W.m^{-2}$	m	milieu
S	terme source radiatif, $W.m^{-3}$	w	paroi
T	Température, K		

1. Introduction

Les méthodes de résolution de l'Equation du Transfert Radiatif (ETR) sont nombreuses et de niveau de complexité variable. En dépit d'une éventuelle bonne précision sur des cas simples, leur potentiel de mise en application sur des problèmes réels, tridimensionnels, non gris, doit aussi être pris en compte. L'exemple d'un problème multi-physique comme celui du renoyage d'un réacteur nucléaire lors d'un APRP (Accident de Perte de Réfrigérant Primaire) est typique des simulations où le rayonnement est important et présent dans toute sa complexité (milieu absorbant-diffusant, polyphasique, non gris, géométrie complexe). Une étude de ce problème fait partie d'un programme d'évaluation du refroidissement du cœur d'un Réacteur à Eau sous Pression (REP) en situation d'Accident de Perte de Réfrigérant Primaire (APRP) mis en œuvre par l'Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN). Compte tenu du couplage avec les autres modes de transfert de chaleur et masse, le module radiatif doit toutefois rester rapide et facile à coupler. C'est avec cette idée que nous comparons ici deux familles de méthodes : 1- des méthodes de type Volumes Finis dont on sait qu'elles sont réputées fiables et précises, tout en anticipant une utilisation plus difficile lorsque le milieu sera diffusant et non gris du fait de la répétition des calculs ; 2- des méthodes de type approximation P1 et ses dérivées (Modified Differential Approximation –

MDA et Improved Differential Approximation – IDA) dont la mise en forme quasi analytique rend en théorie plus rapide la résolution, mais dont on devra surveiller le niveau de précision. L'idée n'est pas de traiter ici le problème radiatif en APRP, mais d'évaluer les performances respectives de différentes méthodes pour la résolution du transfert radiatif, en géométrie 3D, dans des situations de complexité croissante, incluant des géométries particulières et finalement un milieu absorbant-diffusant. Dans ce qui suit, on présente d'abord succinctement les différentes méthodes avant de décrire les cas tests de géométrie 3D issus de la littérature, puis d'analyser les résultats de comparaison.

2. Présentation des méthodes et codes de calcul

On donne ici simplement les bases des différentes méthodes approchées et les principales spécificités des codes utilisés. Parmi eux, le code radiatif RAD3D, en cours de développement au LEMTA, et le module radiatif de Code_Saturne. Deux méthodes sont approchées et dérivées de l'approximation P1, elle-même issue du formalisme des harmoniques sphériques avec une troncature à l'ordre 1. Réputée pour être moins précise dans le cas optiquement fin ou près des bords, elle est donc ici proposée sous deux formes modifiées, dédiées à une meilleure prise en compte du rayonnement des parois (voir Modest [1]).

2.1. RAD3D

La méthode de résolution du code RAD3D est basée sur des volumes finis (MVF), associée à un maillage tétraédrique non structuré [2] avec une formulation de type « cell-vertex » où les volumes de contrôle sont construits autour de chaque noeud du maillage. Le choix de cette formulation se justifie en particulier en vue du couplage avec d'autres codes calculant les variables aux sommets des tétraèdres. Cette méthode numérique est combinée à une relation de fermeture de type exponentielle utilisant jusqu'à trois noeuds d'interpolation. Une résolution noeud à noeud définie par un ordre de parcours permet de représenter numériquement la propagation du rayonnement. Enfin, la quadrature angulaire utilisée ici est de type T4.

2.2. Le module radiatif de CODE_SATURNE

Par rapport à RAD3D, la version MVF implémentée est basée sur une formulation plus classique de type cell-center et utilisant un schéma de type upwind [3]. Les mêmes maillages et les mêmes quadratures angulaires sont évidemment utilisés pour faciliter la comparaison des résultats.

2.3. L'approximation P1 et ses méthodes dérivées

2.3.1 L'Approximation P1

Partant de la méthode des harmoniques sphériques, avec une troncature à l'ordre 1, l'approximation P1 revient à résoudre deux équations reliant le flux radiatif et la luminance intégrée [1]:

$$\nabla_r \vec{q} = (1 - \omega)(4\pi L^0 - G) \quad \text{et} \quad \vec{q} = \frac{-\nabla_r G}{(3 - A_1 \omega)} \quad (1)$$

En combinant ces deux équations, on obtient une seule équation différentielle à résoudre :

$$\nabla_{\tau} \left(-\frac{1}{(3-A_1\omega)} \nabla_{\tau} G \right) + (1-\omega)G = (1-\omega)4\pi L^0 \quad (2)$$

Réputée de bonne précision en milieu optiquement épais, cette méthode est d'un niveau de précision limité en milieu optiquement fin ou près des frontières.

2.3.2 La MDA (Modified Differential Approximation)

La MDA [1,4] se base sur une décomposition de la luminance en deux contributions : la luminance liée au rayonnement des parois et la luminance issue du milieu, ce qui donne :

$$G = G_m + G_w \quad \text{et} \quad \vec{q} = \vec{q}_m + \vec{q}_w \quad (3)$$

Le calcul de la contribution des parois se fait par un calcul basé sur les radiosités :

$$G_w = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} J_w e^{-\tau_s} d\Omega \quad \text{et} \quad \vec{q}_w = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} J_w e^{-\tau_s} \vec{\Omega} d\Omega \quad (4)$$

Les termes provenant du milieu découlent de l'introduction des relations (3) dans les équations (1) et (2). On obtient finalement :

$$\nabla_{\tau} \left(-\frac{1}{(3-A_1\omega)} \nabla_{\tau} G_m \right) + (1-\omega)G_m = (1-\omega)4\pi L^0 + \omega G_w - \frac{G_w \omega A_1}{3-A_1\omega} \quad (5)$$

$$\vec{q}_m = \frac{\nabla_{\tau} G_m - \omega A_1 \vec{q}_w}{3-A_1\omega} \quad (6)$$

Les équations (5) et (6) sont résolues de façon analogue à la méthode P1 avec des conditions aux limites où la température est fixée à 0K. Cette méthode est supposée être plus efficace que l'approximation P1 pour les milieux diffusant et/ou lorsque la contribution du rayonnement des parois n'est pas négligeable devant celle du milieu.

2.3.3 L'IDA (Improved Differential Approximation)

L'IDA [1] utilise la même idée de décomposition de la luminance en deux contributions, mais en partant de la forme intégrale de l'ETR :

$$L(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{J_w(\vec{r}')}{\pi} e^{-\tau_s} + \int_0^{\tau_s} S(\vec{r}' + s'\vec{\Omega}, \vec{\Omega}) e^{-(\tau_s - \tau_s')} d\tau_s \quad (7)$$

La contribution des parois est calculée à partir de la radiosité tandis que le terme source représentant la contribution du milieu est estimé à l'aide de l'approximation P1, en utilisant la valeur de la luminance intégrée et du flux radiatif calculés par P1, soit :

$$S(\vec{r}, \vec{\Omega}) = (1-\omega)L^0(\vec{r}) + \frac{\omega}{4\pi} [G(\vec{r}) + A_1 \vec{q}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega}] \quad (8)$$

Après une hypothèse de linéarité du terme source dans le milieu, on peut simplifier l'intégrale dans l'équation (7) et obtenir une forme simplifiée basée sur une distance de référence (nous renvoyons le lecteur à Modest [1] pour le détail de la mise en forme). L'IDA nécessite donc d'abord le résultat d'une approximation P1. Notons que la solution de l'IDA

tend vers la contribution des parois pour un milieu optiquement fin, ce qui correspond asymptotiquement à la bonne solution, tandis qu'elle tend vers un terme source calculé par P1 pour un milieu optiquement épais, là où l'approximation P1 donne de meilleurs résultats.

3. Résultats et discussions

On se propose de comparer les résultats des différentes méthodes sur 3 cas tests différents. Deux cas sont basés sur un milieu purement absorbant appliqué à un cylindre fermé et une cavité en L fermée. Nous comparons les MVF ainsi que l'approximation P1 et l'IDA pour ces deux cas tests. La MDA ne figurera pas dans ces premiers résultats car elle n'améliore pas le résultat P1 pour les conditions de ces cas tests (milieu purement absorbant avec milieu beaucoup plus émettant que les parois). Le troisième cas présente un milieu absorbant-diffusant. Il permettra de faire la comparaison entre les méthodes d'approximation P1, MDA et IDA. La correction du flux de paroi, au préalablement évalué par l'approximation P1, par l'IDA n'a pas encore été prise en compte et ne sera pas présentée.

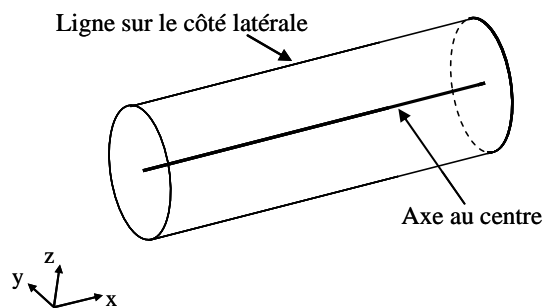


Figure 1 : Cavité cylindrique

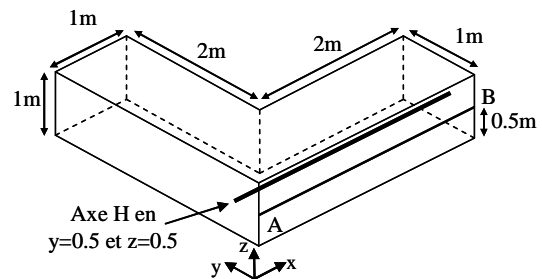


Figure 2 : Cavité en L

3.1. Cylindre

Le premier cas d'étude est celui d'une enceinte cylindrique (figure 1) repris de [5] d'une hauteur de 3m et de 0.5m de rayon. La température du milieu est constante à 1200K et les parois sont supposées noires à la température 300K. Nos résultats ont été obtenus avec une discrétisation spatiale composée de 1603 nœuds et 5923 tétraèdres. Les figures 3 et 4 montrent le terme source sur l'axe central et la figure 5 montre le flux radiatif sur une ligne de la paroi du cylindre, pour trois valeurs différentes du coefficient d'absorption. On constate les insuffisances des résultats générés par la méthode P1 au niveau du terme source pour un milieu optiquement fin (figure 4), tandis que les résultats des autres méthodes sont plus en accord avec la solution de référence (tracé de rayons). La méthode IDA apparaît donc comme une réelle amélioration de la méthode P1 dont elle découle.

3.2. Cavité en L

Le second cas étudié, repris de [6], porte sur une géométrie en forme de L (figure 2). La température du milieu est constante à 1000K et la température des faces est à 500K. Nos résultats ont été obtenus pour une discrétisation spatiale composée de 1229 nœuds et 4639 tétraèdres. La figure 6 présente le flux radiatif incident le long de l'axe A-B et la figure 7 représente le terme source le long de l'axe H, pour deux valeurs différentes du coefficient d'absorption. Le flux à la paroi calculé par l'approximation P1 présente de fortes variations

anormales, surtout sur des milieux optiquement épais. Cela montre également ses limites pour prédire correctement le flux à la paroi.

Les autres méthodes donnent une bonne approximation du flux à la paroi.

3.3. Domaine cubique avec milieu absorbant-diffusant

Ce problème a été étudié par Tan et Hsu [7]. Le domaine d'étude est un cube contenant un milieu absorbant/diffusant à 0K ($\tau = 0.1$ et $\omega = 0.5$). Toutes les parois sont noires à 0K excepté une qui est à 86,28K. Une composante du flux radiatif, normale à la paroi, est tracée sur un axe partant du centre de la paroi chaude vers le centre de la paroi opposée. Les résultats de Tan et Hsu ont été obtenus numériquement via la formulation intégrale de l'ETR en utilisant une méthode de quadrature numérique de type Discrete Rectangular Volume Method (DRV). On remarque, sur la figure 8, que le flux radiatif corrigé par l'IDA et la MDA permet de converger vers le résultat de Tan et Hsu [7] tandis que l'approximation P1 sous-estime le flux. L'utilisation d'une quadrature T4 pour ces deux méthodes donne un résultat oscillant autour du bon résultat. Cela est dû à des effets de rayon du fait que le problème radiatif est très directionnel. Une quadrature plus fine permet d'affiner le résultat. Cela donne une indication sur les améliorations possibles avec la méthode MDA dans un cas qui lui est favorable, IDA donnant également de bons résultats.

4. Conclusions

Nous avons comparé différentes méthodes de résolution du transfert radiatif, de type volumes finis et dérivées de l'approximation P1. Le niveau de précision de la MVF est confirmé, y compris dans des situations complexes avec occlusion. La méthode IDA apparaît également comme adaptée aux situations étudiées, y compris en milieu absorbant-diffusant, corrigeant les insuffisances de l'approximation P1 en milieu optiquement fin par exemple. La MDA est aussi intéressante dans certaines situations mais n'améliore pas l'approximation P1 lorsque le milieu est purement absorbant et que le rayonnement est gouverné par le milieu.

Références

- [1] M. Modest, *Radiative Heat Transfer*, second edition, Academic Press, San Diego (2003).
- [2] L. Trovalet, G. Jeandel, P. Coelho, F. Asllanaj, Résolution numérique du transfert radiatif au sein d'un milieu semi-transparent pour une géométrie 3D de forme complexe, Congrès Français de Thermique, SFT 2010.
- [3] Code_Saturne : a Finite Volume Code for the Computation of Turbulent Incompressible Flows - Industrial Applications, International Journal on Finite Volumes, Vol. 1, 2004.
- [4] M. Ravishankar, S. Mazumder, M. Sankar, Application of the modified differential approximation for radiative transfer to arbitrary geometry, *JQSRT*, 111 (2010), 2052-2069
- [5] D. Joseph, M. El Hafi, R. Fournier, B. Cuenot, Comparison of three spatial differencing schemes in discrete ordinates method using three-dimensional unstructured meshes, *Int. J. Therm. Sci.*, 44-9 (2005), 851-864.
- [6] M. Sakami, A. Charette, V. Le Dez, Radiative heat transfer in three-dimensional enclosures of complex geometry by using the discrete-ordinates method, *JQSRT*, 59-1-2 (1998), 117-136.
- [7] ZM. Tan, PF. Hsu, Transient radiative transfer in three-dimensional homogenous and non homogenous participating media, *JQSRT*, 73 (2002), 181-194

Remerciements

L'IRSN et l'ANR pour leur soutien. L'IRSN finance notamment la thèse de Jonathan GERARDIN.

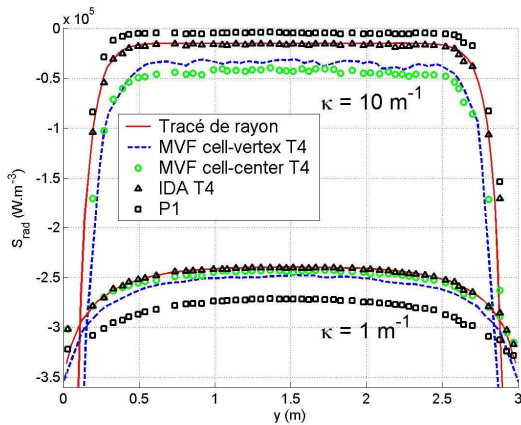


Figure 3 : Terme source radiatif le long de l'axe du cylindre

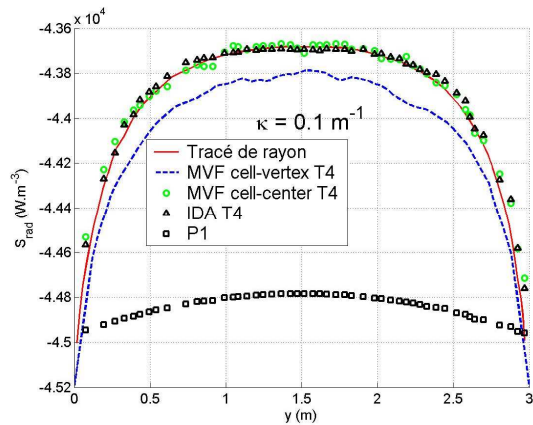


Figure 4 : Terme source radiatif le long de l'axe du cylindre

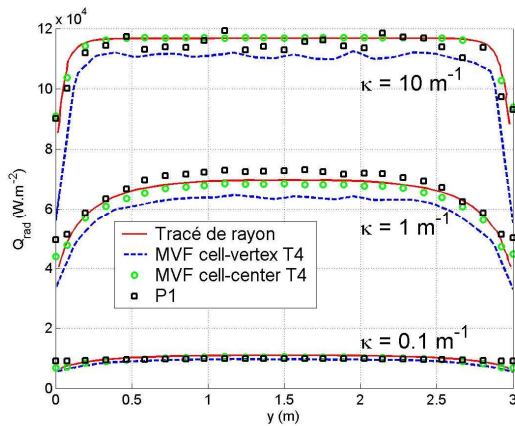


Figure 5 : Flux radiatif le long de la paroi du cylindre

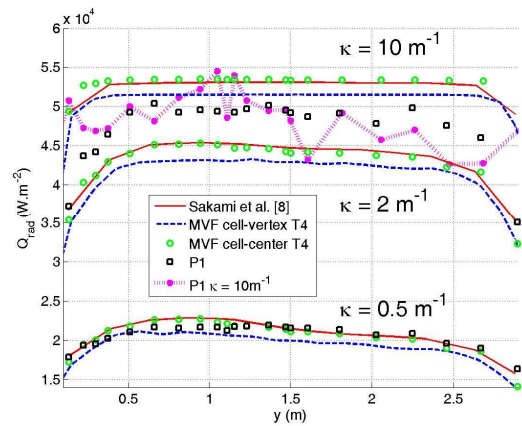


Figure 6 : Cavité en L : Flux radiatif le long de l'axe AB

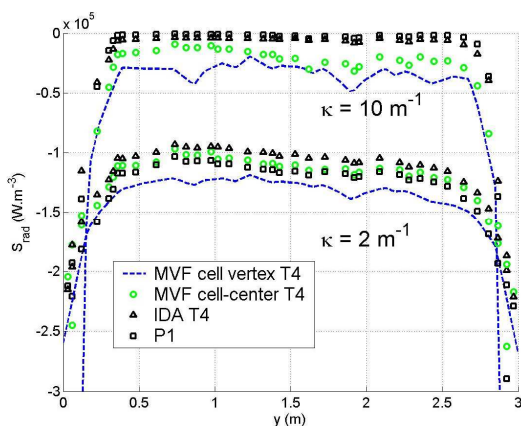


Figure 7 : Cavité en L : Terme source radiatif sur l'axe H

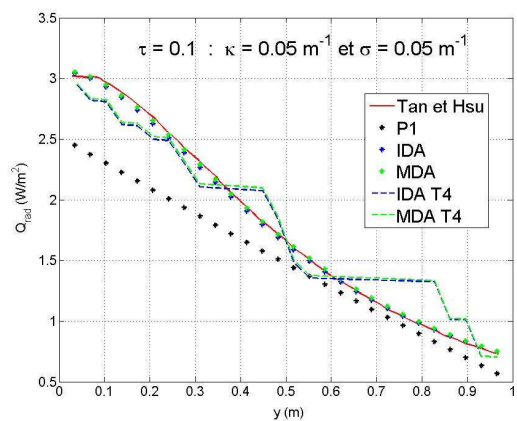


Figure 8 : Domaine cubique absorbant-diffusant, flux radiatif le long de l'axe entre la paroi chaude et la face opposée (cf [7])