

# Un nouveau concept pour l'optimisation des échanges de chaleur : l'entransie

Alexandre VAUDREY<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> Institut FEMTO-ST, Département ENISYS, Parc technologique, 2. av. Jean Moulin, 90 000 Belfort.

\* (auteur correspondant : [alexandre.vaudrey@femto-st.fr](mailto:alexandre.vaudrey@femto-st.fr))

**Résumé** - L'optimisation thermodynamique de systèmes énergétiques est souvent basée sur le critère de *minimisation de la production interne d'entropie*, même si les résultats obtenus par ce biais manquent parfois de pertinence. Afin de disposer d'un critère d'optimisation construit sur une base plus solide, un nouveau concept thermodynamique a été récemment proposé : l'*entransie*. Nous présentons ici cette approche et la comparons, dans le cas simple de l'optimisation d'un échangeur thermique, avec celle basée sur la minimisation de la production d'entropie.

## Nomenclature

|           |                                                    |                             |                                               |
|-----------|----------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------------------|
| $A$       | surface, $m^2$                                     | $U$                         | énergie interne, $J$                          |
| $C$       | chaleur spécifique massique, $J/(kg \cdot K)$      | <i>Symbole grecs</i>        |                                               |
| $\dot{C}$ | débit thermique, $W/K$                             | $\varepsilon$               | efficacité d'un échangeur thermique           |
| $h$       | coefficient d'échange convectif, $W/(m^2 \cdot K)$ | $\phi$                      | entransie spécifique massique, $J \cdot K/kg$ |
| $I$       | intensité électrique, $A$                          | $\Phi$                      | entransie, $J \cdot K$                        |
| $m$       | masse, $kg$                                        | $\rho$                      | masse volumique, $kg/m^3$                     |
| $\dot{m}$ | débit massique, $kg/s$                             | $\sigma$                    | source interne                                |
| $N_S$     | nombre de production d'entropie                    | $\tau$                      | rapport de températures                       |
| NUT       | nombre d'unités de transfert de chaleur            | <i>Indices et exposants</i> |                                               |
| $\dot{q}$ | densité surfacique de flux de chaleur, $W/m^2$     | $c$                         | fluide chaud                                  |
| $Q$       | énergie thermique, $J$                             | $d$                         | dissipation/destruction                       |
| $\dot{Q}$ | flux de chaleur, $W$                               | $e$                         | entrée de l'échangeur                         |
| $R$       | résistance électrique, $\Omega$                    | $f$                         | fluide froid                                  |
| $S$       | entropie, $J/K$                                    | $i$                         | phénomène interne                             |
| $T$       | température, $K$                                   | $s$                         | sortie de l'échangeur                         |

## 1. Introduction

La nécessité d'utiliser de manière plus intelligente les différentes énergies à notre disposition induit celle de disposer de critères d'optimisation thermodynamique pertinents. Dans ce cadre, le minimum de production d'entropie est sans doute le critère le plus répandu, bien que son domaine de validité soit parfois limité. Ainsi par exemple, dans certains cas d'optimisations d'échangeurs thermiques, des résultats tels que le paradoxe de la génération d'entropie dans un échangeur équilibré formulé par Bejan [1], ou la non concordance de la production d'entropie minimale avec d'autres critères de performances usuels [2], ne font qu'entretenir le doute sur le bien fondé d'une telle méthode.

Dans leur recherche d'un critère alternatif permettant d'éviter les écueils propres cette approche, Guo *et. al.* [3-5] ont proposé celui de minimisation de la dissipation d'*entransie*. Le terme entransie utilisé ici est une traduction brute du terme anglophone *entransy* (formé à partir de *energy* et *transfer ability* [4]) proposé par les auteurs. L'entransie est une grandeur dont l'interprétation physique est basée sur l'analogie avec d'autres formes d'énergie (électrique par exemple), mais qui dispose de propriétés variationnelles intéressantes vis-à-vis des phénomènes de transfert de chaleur.

Nous allons dans la suite présenter ce concept, énoncer ses caractéristiques principales et le comparer à celui basé sur la minimisation de la production d'entropie dans le cas simple d'un échangeur de chaleur à contre-courant.

## 2. Production minimale d'entropie : principe physique ou critère d'optimisation ?

En 1947, Prigogine proposa le théorème dit *de production minimale d'entropie* qui stipule qu'un système se trouvant dans un état stationnaire hors de l'équilibre thermodynamique, et dont les "flux" et "forces" internes sont liés entre eux par des relations linéaires, est caractérisé par un taux de production interne d'entropie le plus faible compatible avec ses contraintes extérieures (conditions limites) [6]. L'interprétation la plus fondamentale de la notion de production interne d'entropie étant la création d'irréversibilités, et donc de phénomènes de dégradation de l'énergie, cette idée sert ensuite d'inspiration à différentes méthodes d'optimisation des systèmes énergétiques [7-10].

Il convient cependant de préciser la nature des liens existants entre le théorème énoncé par Prigogine et les différentes méthodes d'optimisation usant du critère physique de même nom. Le théorème *de production minimale d'entropie* se veut une loi physique fondamentale permettant de prédire le comportement d'un système quelconque répondant aux hypothèses restrictives correspondantes (comme la linéarité des relations entre flux et forces notamment) mais par ailleurs libre de son comportement. La méthode de minimisation de la production d'entropie est au contraire une démarche de nature technique qui identifie le taux de production d'entropie à une perte de performances, et cherche au final, pour une tâche donnée (un flux de chaleur à évacuer par exemple), à minimiser cette perte. L'objectif est alors, parmi toutes les configurations assurant la tâche imposée, à isoler celle qui le fait avec une production d'entropie, et donc d'irréversibilités, minimale [11].

Alors que la validité du théorème de Prigogine est remise en question [5,12] ou qu'au minimum son domaine de validité est de plus en plus limité [13], les méthodes d'optimisation associées ne nécessitent d'autres justifications que la pertinence de la production d'entropie (destruction d'exergie) en tant que "mesure" de la perte de performances. Ainsi, invalider partiellement le théorème de Prigogine revient à dire que l'état stationnaire d'un système hors de l'équilibre peut ne pas correspondre à une production minimale d'entropie et que certains états transitoires peuvent présenter une production d'entropie plus faible. Ceci ne change rien au fait que lorsque deux systèmes assurent une même tâche énergétique imposée par nous, il convient de choisir celui dont la production d'entropie est la plus faible. On peut d'ailleurs regretter que les auteurs ayant initié l'utilisation de l'entropie se soient basés sur des limitations au théorème de Prigogine pour douter de la pertinence du critère de production minimale d'entropie en tant que critère de performances [3-5,14].

## 3. Pourquoi un nouveau critère ?

La nécessité de construire les méthodes d'optimisation à l'aide d'un nouveau critère thermodynamique peut en fait être justifiée par le caractère paradoxal de certains résultats obtenus par la méthode de minimisation de la production d'entropie. Les exemples les plus frappants de telles situations sont issus d'analyses de performances d'échangeurs de chaleur.

### 3.1. Production d'entropie dans un échangeur contre-courant équilibré

Considérons un échangeur de chaleur de type contre-courant que l'on suppose équilibré, c'est-à-dire pour lequel les débits thermiques  $\dot{C} = \dot{m} \cdot C_p$  des fluides chaud et froid sont égaux :  $\dot{C}_c = \dot{C}_f = \dot{C}$ . L'efficacité  $\varepsilon$  d'un tel échangeur est donnée par la relation [15] :

$$\varepsilon = (T_{f,s} - T_{f,e}) / (T_{c,e} - T_{f,e}) = \text{NUT} / (1 + \text{NUT}) \quad (1)$$

où les indices e et s désignent les entrées et sorties de l'échangeur. NUT est ici le *nombre d'unités de transfert* de chaleur de l'échangeur, défini par le rapport  $NUT = (h \cdot A) / \dot{C}$ , avec  $h$  le coefficient d'échange thermique global et  $A$  la surface totale d'échange de chaleur. En négligeant dans un premier temps l'entropie produite par les phénomènes de dissipations visqueuses dans les deux écoulements, et en supposant que les chaleurs spécifiques sont constantes, on peut exprimer la production d'entropie au sein de l'échangeur [1] :

$$\Delta_i \dot{S} = \dot{C} \cdot \left( \ln \left( \frac{T_{c,s}}{T_{c,e}} \right) + \ln \left( \frac{T_{f,s}}{T_{f,e}} \right) \right) \quad (2)$$

Utilisant la relation (1), on peut en tirer le *nombre de production d'entropie*  $N_S$  [1] (sans dimension) sous la forme :

$$N_S = \frac{\Delta_i \dot{S}}{\dot{C}} = \ln \left( [1 + \varepsilon \cdot (\tau - 1)] \cdot \left[ 1 - \varepsilon \cdot \left( 1 - \frac{1}{\tau} \right) \right] \right) \quad (3)$$

avec le rapport des températures entrantes chaude et froide  $\tau = T_{c,e} / T_{f,e}$ . L'évolution du nombre de production d'entropie  $N_S$  en fonction de l'efficacité de l'échangeur est présenté sur le graphe de la figure 1. On voit que lorsque l'efficacité de l'échangeur tend vers 1 ( $\varepsilon \rightarrow 1 \Rightarrow NUT \rightarrow \infty$ ), la production d'entropie tend vers zéro. Les critères d'efficacité classiques que sont  $\varepsilon$  et NUT coïncident alors celui représenté par  $N_S$ . Dans le sens opposé cependant, lorsque l'efficacité de l'échangeur tend vers zéro,  $N_S$  suit le même comportement. Les deux critères de performances n'évoluent donc pas de manière cohérente l'un avec l'autre. Cette situation fut qualifiée par Bejan de *paradoxe de la production d'entropie dans un échangeur de chaleur équilibré* [1].

### 3.2. Généralisation à d'autres types d'échangeurs

Généralisant cette démarche à d'autres technologies d'échangeurs de chaleur, Shah et Skiepko [2] ont étudiés les relations entre la production d'entropie et des critères usuels de performances tels que NUT ou  $\varepsilon$  défini précédemment. Sur la base de 18 configurations différentes d'écoulements, ils n'ont pas trouvé de tendance notable entre les évolutions des efficacités et des productions d'entropie des différents échangeurs. Ces efficacités peuvent être maximales, minimales ou quelconques et ce, pour des valeurs minimales ou maximales de la production d'entropie. Comment alors continuer à utiliser un tel critère pour caractériser les performances d'un échangeur de chaleur ?

## 4. L'entranisie

### 4.1. Introduction

Visant à mettre au point un nouveau critère permettant de contourner les difficultés vues précédemment, Guo *et al.* [3-5] ont proposé dès 2003 l'*entranisie*, notée ici  $\Phi$ . Se basant sur une analogie avec l'énergie électrique, ils ont proposé d'utiliser la grandeur suivante, définie comme la moitié du produit de l'énergie interne d'un milieu par sa température :

$$\Phi = 1/2 \cdot U \cdot T = 1/2 \cdot C \cdot T^2 \quad (4)$$

L'analogie initiale identifie l'entranisie à l'énergie électrique d'un condensateur, définie par une relation semblable à la précédente, dans laquelle la charge électrique joue le rôle de la chaleur et la tension électrique celui de la température [4]. La principale différence entre les deux analogues provient de la dimension de l'entranisie, qui n'est plus celle d'une énergie mais s'exprime en [J · K]. Le dernier terme de la relation (4) est obtenu en se rappelant que la quantité de chaleur accumulé dans le système est proportionnelle à sa température, par l'intermédiaire

d'une capacité thermique  $C$ . De la même manière, dans un condensateur électrique, la charge est définie par le produit de la capacité par la tension.

La suite de l'analogie concerne le flux de chaleur  $\dot{Q} = dQ/dt$  échangé par un système avec son milieu extérieur, que l'on identifie à l'intensité électrique produite par un condensateur. Lors d'un échange entre deux systèmes différents, le flux de chaleur  $\dot{Q}$  est conservé, tout comme l'intensité électrique, à la différence de la quantité de chaleur  $Q$  et de la température  $T$  qui évoluent toutes les deux, tout comme le font la charge et la tension d'un condensateur [4].

#### 4.2. Bilan d'entansie

De là, il est possible de définir une entansie spécifique  $\phi = \Phi/m$ , rapportée à la quantité de matière mise en jeu. On part du bilan thermique d'un solide de forme quelconque [5] :

$$\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \dot{q} + \dot{\sigma}_Q \quad (5)$$

$\rho$  est ici la masse volumique du matériau,  $\dot{q}$  la densité surfacique de flux de chaleur transitant par sa frontière avec l'extérieur et  $\dot{\sigma}$  une éventuelle production volumique interne de chaleur. On peut obtenir celui de l'entansie en multipliant la relation (5) par la température  $T$ , ce qui donne :

$$\rho \cdot C \cdot T \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot (\dot{q} \cdot T) + \dot{q} \cdot \nabla T + \dot{\sigma}_Q \cdot T \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\nabla \cdot (\dot{q} \cdot T) - \phi_d + \dot{\sigma}_\Phi \quad (6)$$

où le terme  $\partial \phi / \partial t$  désigne la variation temporelle d'entansie spécifique,  $-\nabla \cdot (\dot{q} \cdot T)$  le transport d'entansie à l'intérieur du système,  $\phi_d = -\dot{q} \cdot \nabla T$  sa dissipation et  $\dot{\sigma}_\Phi = \dot{\sigma}_Q \cdot T$  son éventuelle production. Par ailleurs, utilisant la loi de Fourier, on peut écrire la dissipation d'entansie sous la forme  $\phi_d = \lambda \cdot (\nabla T)^2$  qui prend la même forme que la dissipation ohmique  $R \cdot I^2$ .

#### 4.3. Propriétés variationnelles

Le principal intérêt d'utiliser l'entansie comme critère d'irréversibilités d'un processus provient de certaines propriétés de natures variationnelles. Considérant par exemple un milieu de forme quelconque par lequel transite un flux de chaleur stationnaire et à l'intérieur duquel un champ de température résultant est créé. Deux situations peuvent alors apparaître [4,5] :

- le régime qui correspond à une dissipation minimale d'entansie est celui qui, pour des conditions aux limites de flux données, est caractérisé par une différence de température minimale entre le point le plus chaud et le point le plus froid. C'est le *principe de dissipation minimale d'entansie*. Si l'on étudie un transfert thermique dans lequel le flux de chaleur est une condition imposée, minimiser la dissipation d'entansie revient toujours à minimiser la différence de température caractéristique du système ;
- le régime qui correspond à une dissipation d'entansie maximale est celui qui, pour des conditions aux limites de type température données, échange le flux de chaleur le plus important. C'est le *principe de dissipation maximale d'entansie*. Si l'on étudie maintenant un transfert de chaleur dans lequel la ou les différences de température sont imposées, maximiser la dissipation d'entansie revient à maximiser aussi le flux de chaleur transféré.

L'analogie avec l'énergie électrique est ici encore évidente.

#### 4.4. Application à l'optimisation d'échangeurs de chaleur

En guise d'illustration, reprenons le cas de l'échangeur thermique équilibré étudié précédemment. La quantité totale d'entansie dissipée en son sein peut être exprimée à l'aide d'un simple bilan des entansies échangées par les fluides chaud et froid [14] :

$$\dot{\Phi}_d = (\dot{\Phi}_{c,e} - \dot{\Phi}_{c,s}) + (\dot{\Phi}_{f,e} - \dot{\Phi}_{f,s}) = \dot{m}_c \cdot (\phi_{c,e} - \phi_{c,s}) + \dot{m}_f \cdot (\phi_{f,e} - \phi_{f,s}) \quad (7)$$

Par analogie avec la définition de l'efficacité  $\varepsilon = \dot{Q}/\dot{Q}_{\max}$  d'un échangeur, Guo *et al.* [15] ont proposé de normaliser la dissipation d'entransie précédente en la rapportant à une dissipation maximale donnée par  $\dot{\Phi}_{d,\max} = \dot{Q} \cdot (T_{c,e} - T_{f,e})$ . L'évolution du critère  $\Delta\Phi^* = \dot{\Phi}_d/\dot{\Phi}_{d,\max}$  est présentée sur le graphique de la figure 2. La décroissance quasi linéaire de ce critère avec l'augmentation de l'efficacité de l'échangeur semble indiquer sa plus grande pertinence en tant que critère d'optimisation, en tout cas par rapport au précédent  $N_S$ .

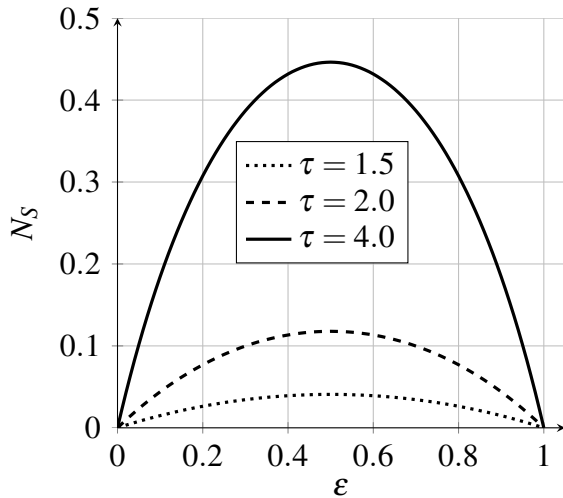


Figure 1 : Nombre de production d'entropie  $N_S$  en fonction de l'efficacité  $\varepsilon$  d'un échangeur thermique à contre-courant et équilibré ( $\dot{C}_f = \dot{C}_c$ ).

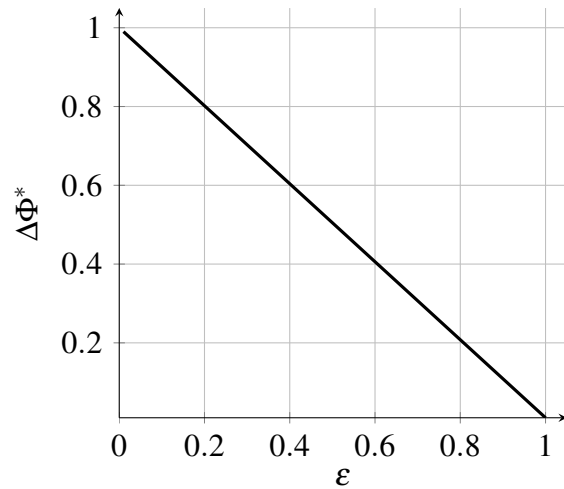


Figure 2 : Nombre de dissipation d'entransie  $\Delta\Phi^*$  en fonction de l'efficacité  $\varepsilon$  d'un échangeur de chaleur à contre-courant et équilibré ( $\dot{C}_f = \dot{C}_c$ ).

Il convient néanmoins de nuancer cette comparaison. Le problème posé par le paradoxe présenté précédemment n'est pas réellement nouveau et fut l'objet d'études dans le strict cadre de la production d'entropie. Pour le résoudre, plusieurs nombres de production d'entropie modifiés ont été proposés [16]. Comme pour le critère  $\Delta\Phi^*$ , l'idée est de diviser la production d'entropie par une sorte de valeur de référence. Une fois la comparaison établit avec ces nouveaux critères, celui basé sur la dissipation d'entransie exhibe des évolutions très semblables [14] et ne se montre au final pas plus pertinent.

## 5. Conclusion

L'entransie, définie comme le produit de la chaleur par la température, n'est pas réellement une notion nouvelle, puisqu'une telle combinaison est couramment utilisée pour décrire les échanges thermiques dans le langage graphique dit des "pseudo-bond graphs" [17]. Son utilisation dans le cadre de travaux d'optimisation semble néanmoins prometteuse au vu notamment des résultats "constructifs" présentés dans les références [4,5]. Même si l'exemple précédent, appliqué au cas simple d'un échangeur de chaleur peut sembler décourageant, les propriétés variationnelles spécifiques et très intéressantes de l'entransie doivent nous inciter dans l'avenir à tester ce nouveau critère d'optimisation dans des situations de plus en plus variées, dans l'espoir de le voir obtenir des solutions encore plus efficaces que celles obtenues par les méthodes habituelles.

## Références

- [1] A. Bejan, *Advanced Engineering Thermodynamics*, Wiley, New-York (1997).
- [2] R. Shah et T. Skiepko, Entropy Generation Extrema and Their Relationship with Heat Exchanger Effectiveness – Number of Transfer Unit Behavior for Complex Flow Arrangements, *Journal of Heat Transfer*, 126 (2004), 994–1002.

- [3] Z.-Y. Guo, X. Cheng, et Z. Xia, Least dissipation principle of heat transport potential capacity and its application in heat conduction optimization, *Chinese Science Bulletin*, 48 (2003), 406–410.
- [4] Z.-Y. Guo, H.-Y. Zhu et X.-G. Liang, Entransy – A physical quantity describing heat transfer ability, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50 (2007), 2545–2556.
- [5] Q. Chen, H. Zhu, N. Pan et Z.-Y. Guo, An alternative criterion in heat transfer optimization, *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Science*, Oct. 2010.
- [6] I. Prigogine, *Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes*, John Wiley & Sons (1968).
- [7] A. Bejan, Entropy generation minimization : The new thermodynamics of finite-size devices and finite-time processes, *Journal of Applied Physics*, 79 (1996), 1191–1218.
- [8] M. Feidt, Optimal Thermodynamics – New Upperbounds, *Entropy*, 11 (2009), 529–547.
- [9] D. Tondeur et E. Kvaalen, Equipartition of Entropy Production. An Optimality Criterion for Transfer and Separation Processes, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 26 (1987), 50–56.
- [10] A. Bejan, Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40 (1997), 799–811.
- [11] D. Tondeur, Optimisation thermodynamique - Équipartition de la production d'entropie, *Techniques de l'Ingénieur*, BE 8 017 (2006).
- [12] E. T. Jaynes, The Minimum Entropy Production Principle, *Annual Review of Physical Chemistry*, 31 (1980), 579–601.
- [13] V. Bertola et E. Cafaro, A critical analysis of the minimum entropy production theorem and its application to heat and fluid flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51 (2008), 1907–1912.
- [14] Z.-Y. Guo, L. Cheng, et M. Tian, Entransy dissipation number and its application to heat exchanger performance evaluation, *Chinese Science Bulletin*, 54 (2009), 2708–2713.
- [15] R. K. Shah et D. P. Sekulić, *Fundamentals of Heat Exchanger Design*, John Wiley & Sons (2003).
- [16] M. Yilmaz, O. N. Sara et S. Karsli, Performance evaluation criteria for heat exchangers based on second law analysis, *Exergy, an International Journal*, 1 (2001), 278–294.
- [17] B. Ould Bouamama et G. Dauphin-Tanguy, Modélisation par Bond Graph : Éléments de base pour l'énergétique, *Techniques de l'ingénieur*, BE 8 280 (2006).