

# Analyse du transfert radiatif dans un milieu semi-transparent par la méthode des zones au sein d'une enceinte ayant la forme en « L »

Asma Msaddak<sup>1</sup>, Rachid Méchi<sup>1\*</sup>, Habib Farhat<sup>1</sup>, Rachid Said<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Unité de recherche Etude des Milieux Ionisés et Réactifs (EMIR), Rue Ibn El Jazzar, 5019 Monastir, Tunisie.

\* Auteur correspondant (Rachid Méchi)

## Résumé

La méthode des zones d'Hottel et le modèle de somme pondérée de gaz gris sont implémentés dans un code de calcul numérique afin de prédire le flux net radiatif échangé à travers l'une des parois d'une enceinte ayant la forme en L. Celle-ci renferme un milieu semi-transparent non-gris constitué principalement d'un mélange de gaz CO<sub>2</sub>-H<sub>2</sub>O et de particules de suie. L'étude de la dépendance des résultats numériques obtenus en coordonnées cartésiennes 2D vis-à-vis du maillage spatial, permet non seulement de minimiser considérablement le temps de calcul mais aussi de préserver à nos prédictions une précision acceptable.

## Nomenclature

$A$	aire d'une surface, m <sup>2</sup>	$T$	Température, K
$C$	concentration de suie, kg.m <sup>-3</sup>	$V$	volume d'un élément de gaz, m <sup>3</sup>
$k_{g,n}$	coefficient d'absorption spécifique du gaz, Pa <sup>-1</sup> .m <sup>-1</sup>	<i>Symboles grecs</i>	
$k_{s,n'}$	coefficient d'absorption spécifique de suie, Pa <sup>-1</sup> .m <sup>-1</sup>	$\varepsilon$	émissivité des parois
$K_p, K_{m,n,n'}$	coefficient d'atténuation du gaz, m <sup>-1</sup>	$\mu$	$\mu = \cos \eta$
$l$	longueur de parcours géométrique du gaz, m	$\eta$	angle entre, le vecteur reliant deux éléments i et j, et la normale à la zone surface origine i
$M^0$	émittance du corps noir, W.m <sup>-2</sup>	$\Gamma$	nombre de zones
$M$	ordre de discrétisation spatiale suivant (oy)	<i>Indices</i>	
$N$	ordre de discrétisation spatiale suivant (ox)	$g$	gaz
$N_g$	nombre de termes du gaz gris dus au mélange gazeux	$i, j$	élément de surface ou de volume
$N_s$	nombre de termes du gaz gris dus aux suies	$m$	mélange
$P_{CO_2}$	pression partielle du dioxyde de carbone, atm	$n$	n° du terme de gaz gris dû au mélange gazeux
$P_{H_2O}$	pression partielle de la vapeur d'eau, atm	$n'$	n° du terme de gaz gris dû au suie
$q$	flux net radiatif surfacique, W.m <sup>-2</sup>	$s$	suie
$\dot{Q}$	flux net radiatif, W	(1)	n° de la paroi horizontale inférieure de l'enceinte
$r$	distance entre deux zones i et j, m	(2)	n° de la paroi verticale extrême gauche de l'enceinte
$\overline{ss}, \overline{sg}, \overline{gs}$ et $\overline{gg}$	aires d'échange direct, m <sup>2</sup>		
$\overline{S_i S_j}, \overline{G_i S_j}$ et $\overline{G_i G_j}$	aires d'échange total, m <sup>2</sup>		
$\overline{S_i S_j}, \overline{S_i S_j}, \overline{G_i S_j}, \overline{G_i S_j}, \overline{G_i G_j}$ et $\overline{G_i G_j}$	aires d'échange dirigé, m <sup>2</sup>		

# 1. Introduction

Le rayonnement thermique joue un rôle prépondérant dans la plupart des processus opérant à haute température tels que les chaudières industrielles, la fusion nucléaire, l'industrie verrière, etc. Comme le transfert radiatif est régi par une équation intégral-différentielle difficile à résoudre par les méthodes analytiques, le recours aux méthodes numériques a été approuvé surtout pour les enceintes à géométries complexes bi et tridimensionnelles. Dans ce contexte, la méthode des zones est largement adoptée pour la résolution de tels problèmes à cause de la précision des résultats obtenus. Dans ce travail, la méthode des zones est utilisée afin de prévoir la variation du flux net radiatif au niveau des parois d'une chambre de combustion de géométrie complexe ayant la forme en « L » et dissimulant un milieu semi-transparent non gris.

# 2. Formulation mathématique

La méthode des zones telle qu'elle a été définie par Hottel et Sarofim [1] est basée sur la notion d'aires d'échange. Ces aires d'échange sont de trois types: aires d'échange direct [2], aires d'échange total [3] et les aires d'échange dirigé [4]. L'évaluation de ces aires d'échange nécessite, en effet, la décomposition du domaine d'étude en des zones surface et des zones volume. Le domaine traité dans cette étude relève des géométries complexes comme l'illustre la figure (1). Le maillage spatial est effectué de sorte que les nœuds occupent le centre soit d'une zone surface soit d'une zone volume tel qu'il est décrit sur la figure (2).

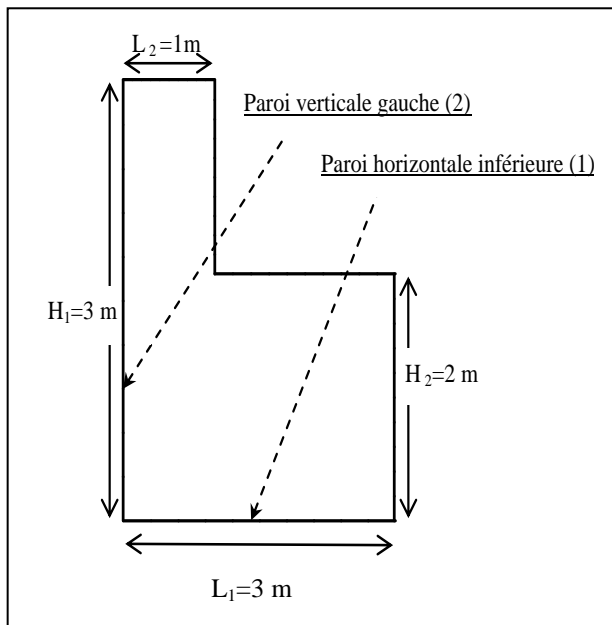


Figure 1 : Dimensions du domaine d'étude.

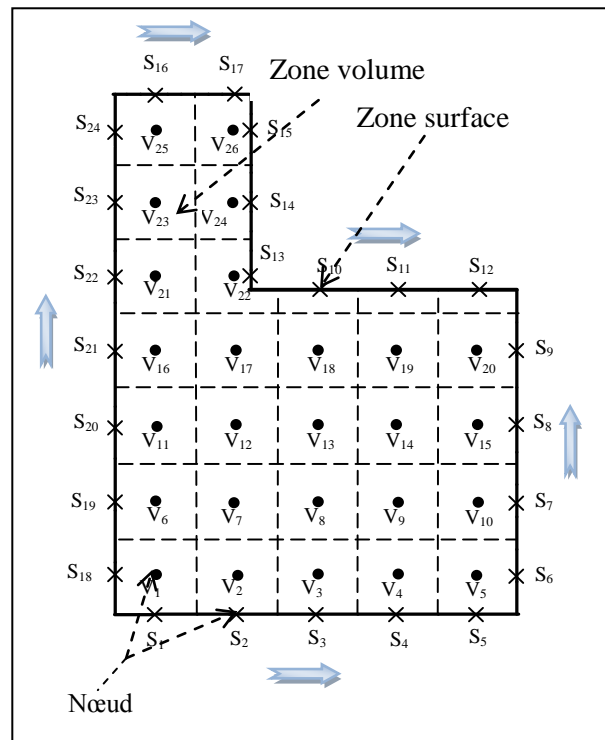


Figure 2 : Sens de numérotation des zones volume et zones surface.

Le tableau ci-dessous résume les différentes aires d'échange et les paramètres dont ils dépendent :

Aires d'échange	Symbole	Paramètres
Aires d'échange direct	$\overline{s_i s_j}$ , $\overline{s_i g_j}$ , $\overline{g_i g_j}$	- Géométrie de l'enceinte - Coefficient d'atténuation du gaz gris
Aires d'échange total	$\overline{S_i S_j}$ , $\overline{S_i G_j}$ et $\overline{G_i G_j}$	- Géométrie de l'enceinte - Coefficient d'atténuation du gaz gris - L'émissivité des parois
Aires d'échange dirigé	$\overrightarrow{S_i S_j}$ , $\overleftarrow{S_i S_j}$ , $\overrightarrow{S_i G_j}$ , $\overleftarrow{S_i G_j}$ , $\overrightarrow{G_i G_j}$ et $\overleftarrow{G_i G_j}$	- Géométrie de l'enceinte - Coefficient d'atténuation du gaz gris - Température (du gaz ou de la surface)

Tableau 1: Types d'aires d'échange.

Dans un milieu semi-transparent homogène, les aires d'échange direct (AED) qui constituent les ingrédients principaux de la méthode des zones et auxquels une grande attention doit être allouée sont définies en [2] par:

$$\begin{aligned}
\overline{s_i s_j} &= \iint_{A_i A_j} \frac{\mu_i \mu_j \exp(-K_t r)}{\pi r^2} dA_i dA_j \\
\overline{s_i g_j} &= \iint_{A_i V_j} \frac{K_t \mu_j \exp(-K_t r)}{\pi r^2} dA_i dV_j \\
\overline{g_i g_j} &= \iint_{V_i V_j} \frac{K_t^2 \exp(-K_t r)}{\pi r^2} dV_i dV_j
\end{aligned} \tag{1}$$

Les AED sont initialement évaluées numériquement à l'aide d'un code de calcul numérique 2D cartésien. Par la suite, elles sont soumises à deux techniques de normalisation pour satisfaire les règles de sommation, moyennant la méthode des moindres carrés proposée par Larsen et Howell [5] ainsi que la méthode de Lawson [6], récemment généralisée par Méchi et al [7] dans le cas d'un milieu semi-transparent non-homogène.

Quant aux aires d'échange total (AET) [3], elles sont exprimées sous une forme matricielle en fonction des AED ajustées. Les AET sont généralement employés pour le calcul du flux net radiatif lorsque le milieu confiné dans la chambre de combustion est considéré gris. Dans le cas d'un mélange gazeux réel, c'est à dire milieu semi-transparent non-gris, le flux net radiatif est évalué en fonction des aires d'échange dirigé proposées par Rhine et Tucker [4].

Ainsi les expressions du flux sont:

$$\begin{aligned}
\text{Zone volume: } \dot{Q}_{g,i} &= \sum_{j=1}^{\Gamma_g} \overrightarrow{G_j G_i} M_{g,j}^o + \sum_{j=1}^{\Gamma_s} \overrightarrow{S_j G_i} M_j^o - 4 \sum_{n=1}^{N_g} \sum_{m=1}^{N_s} (a_{m,n,n'} K_{m,n,n'}) V_i M_{g,i}^o \\
\text{Zone surface: } \dot{Q}_{s,i} &= \sum_{j=1}^{\Gamma_g} \overrightarrow{G_j S_i} M_{g,j}^o + \sum_{j=1}^{\Gamma_s} \overrightarrow{S_j S_i} M_j^o - A_i \varepsilon_i M_i^o
\end{aligned} \tag{2}$$

Pour mieux simuler le comportement du milieu semi-transparent non-gris présent dans l'enceinte, on a associé la méthode des zones au modèle de somme pondéré de gaz gris (modèle SPGG) [1]. Ce modèle permet de remplacer le gaz réel par un certain nombre de gaz gris dont chacun possède son propre coefficient d'absorption supposé constant. Il a été justifié dans bon nombre de travaux [8 – 11] qu'un nombre de trois gaz gris était largement suffisant pour représenter les propriétés radiatives totales d'un gaz réel notamment, un mélange de dioxyde de carbone (CO<sub>2</sub>), de vapeur d'eau (H<sub>2</sub>O) et de gaz inertes (gaz transparents).

Dans le modèle SPGG, l'émissivité du gaz réel est obtenue par la sommation des émissivités de tous les gaz gris. Ainsi, on a-t-on:

$$\varepsilon_m(T) = \sum_{n,n'} a_{m,n,n'}(T) \left[ 1 - \exp((-k_{g,n}(P_{H_2O} + P_{CO_2}) - k_{s,n}C)l) \right] \quad (3)$$

Avec  $n=1..N_g$  et  $n'=1..N_s$ .

Le milieu semi-transparent étudié dans notre cas est un mélange de gaz non-gris  $CO_2-H_2O$  et de particules de suie. Les coefficients d'absorption spécifiques du mélange gazeux et de suie ainsi que les facteurs de pondération figurant dans l'équation (3) sont issus de Truelove [12].

### 3. Résultats et discussion

#### 3.1 Effet du maillage spatial

Afin de montrer l'influence du choix du maillage spatial sur la variation du flux net radiatif au niveau de la paroi horizontale (1), l'émissivité des parois est considérée constante et égale à 0.5. Dans cette étude, Le rapport des pressions partielles des deux gaz présents est,  $\frac{P_{H_2O}}{P_{CO_2}} = 1$

et telle que la pression du dioxyde de carbone soit égale à 0.1 atm. Les particules de suie sont présentes dans le mélange gazeux  $CO_2-H_2O$  avec une concentration de  $10^{-3} \text{ kg.m}^{-3}$ , les parois sont supposées froides ( $T=0 \text{ K}$ ) et le mélange gaz-suie est maintenu à une température de 1000 K. Dans toutes les prédictions présentées par la suite, les parois sont supposées diffuses en émission comme en réflexion.

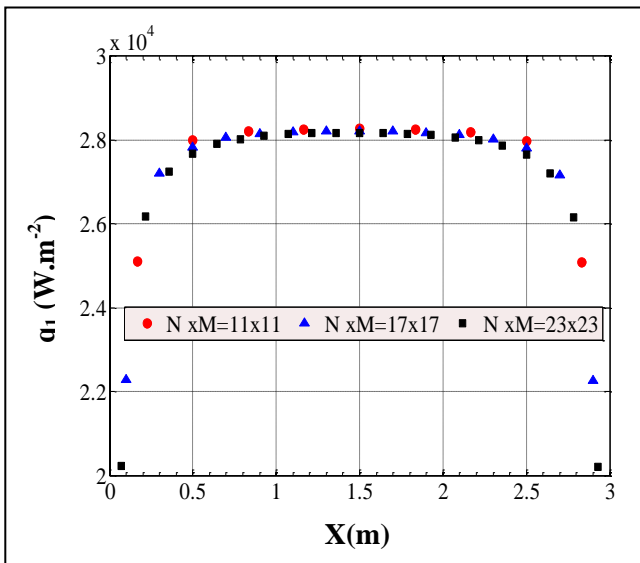


Figure 3 : Variation du flux net radiatif surfacique en fonction du maillage spatial: paroi (1) (méthode de Lawson généralisée [7]).

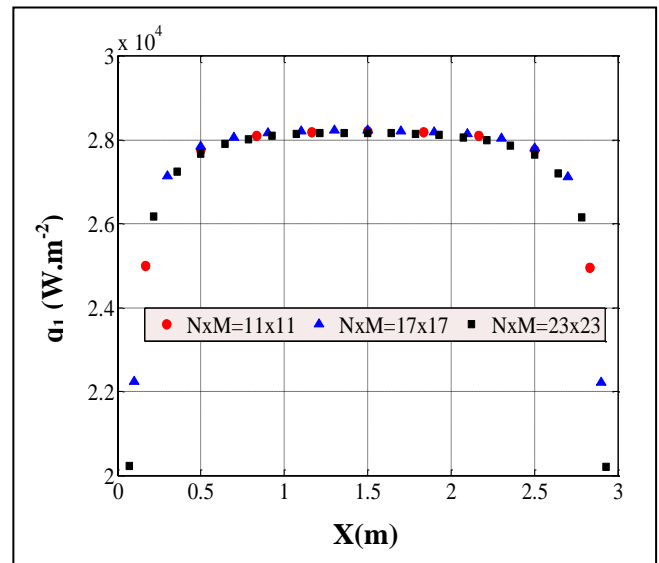


Figure 4 : Variation du flux net radiatif surfacique en fonction du maillage spatial: paroi (1) (méthode des moindres carrés [5]).

Dans les figures (3) et (4), est portée la variation du flux net radiatif par unité de surface échangé au niveau de la paroi horizontale (1) pour trois types de discrétisation spatiale:  $N \times M = 11 \times 11$ ,  $17 \times 17$  et  $23 \times 23$ . Les aires d'échange direct (AED) sont ajustées aux contraintes de conservation de l'énergie radiative avec la méthode de Lawson généralisée [7] et la méthode des moindres carrés [5]. En examinant ces figures, nous constatons que, lorsque l'ordre de discrétisation spatiale est suffisamment élevé, la variation du flux aux parois devient non significative. Le

flux net radiatif surfacique atteint sa valeur maximale au niveau de la région centrale. Cette répartition peut être expliquée par le fait que les zones surface situées au centre possèdent une position favorable, leur permettant de mieux recevoir le rayonnement issu du gaz et de toutes les autres zones surface par réflexion. Il est aussi intéressant de mentionner que des tests effectués moyennant notre code de calcul ont montré que le temps CPU nécessaire pour le calcul des AED, qui varie généralement avec la performance de l'outil informatique utilisé, est fortement lié au nombre total de zones. En effet, le temps de calcul est d'autant plus important que le maillage spatial est plus fin, ce qui justifie la nécessité de l'étude de la dépendance des résultats numériques vis-à-vis du maillage spatial adopté et par conséquent fixer un choix adéquat à partir duquel les solutions obtenues sont jugées comme indépendantes de ce paramètre. Toutefois, la convergence de maillage n'est pas atteinte aux bords du domaine de calcul d'où la différence des résultats selon le maillage utilisé. Il faut noter également que les résultats obtenus sont en concordance parfaite pour les deux méthodes de normalisation [5, 7] utilisées dans cette étude.

### 3.2 Effet de la concentration des suies

Ici, l'émissivité des parois est fixée à  $\varepsilon = 0.5$  et le maillage effectué étant  $N \times M = 17 \times 17$ . Les particules de suie sont supposées suffisamment petites de sorte que leur température soit égale à celle du gaz qui est maintenue égale à 1000 K et les parois de l'enceinte sont considérées froides. On a fait varier la concentration des particules de suie présentes dans le milieu de  $10^{-5}$  à  $10^{-2}$   $\text{kg.m}^{-3}$ . Les résultats illustrés sur la figure (5) montrent que l'augmentation de la concentration des suies engendre de façon considérable un accroissement du flux net radiatif échangé sur la paroi horizontale (1) de la chambre de combustion.

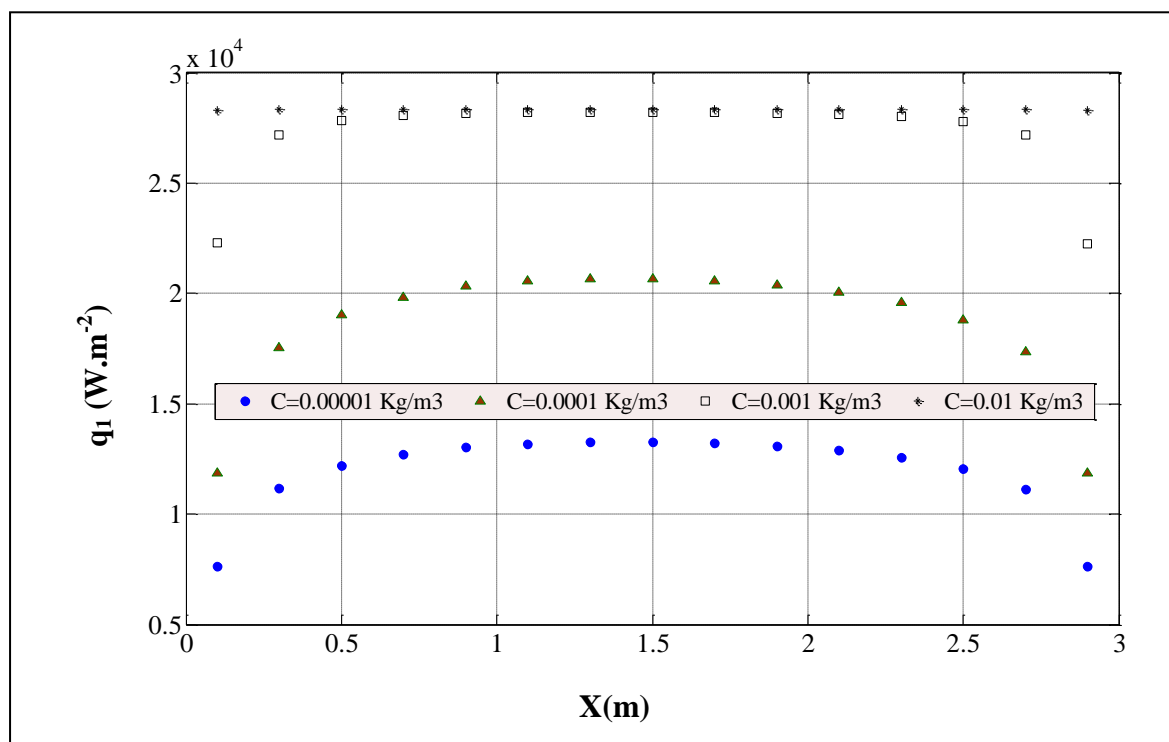


Figure 5: Variation du flux net radiatif surfacique pour différentes valeurs de la concentration de suie: paroi (1).

En fait, les particules de suie portées à la température chaude du gaz ont un pouvoir émissif plus élevé qui facilite les échanges thermiques avec les parois de l'enceinte. L'augmentation de la concentration de suie à  $10^{-2}$   $\text{kg.m}^{-3}$ , aboutit à une répartition presque uniforme du flux net pariétal dont la valeur est la moitié du flux provenant du mélange gaz/suie ce qui lui

confère le comportement du corps noir puisque l'émission des parois est nulle et le coefficient de réflexion est égal à 0,5.

## 4. Conclusion

La méthode des zones d'Hottel, implémentée dans un code de calcul numérique, est associée avec le modèle de somme pondérée de gaz gris pour prédire le flux net radiatif surfacique échangé au niveau de la base d'une enceinte ayant la forme en L. L'étude est effectuée en géométrie cartésienne bidimensionnelle. L'échange radiatif entre, d'une part, un mélange de gaz non-gris et homogène en présence de particules de suie et d'autre part, des parois de l'enceinte, est analysé. A l'issue de cette étude, on a mis en œuvre l'effet des paramètres déterministes sur ce type de transfert de chaleur. On note que le travail mené ici peut être étendu à une géométrie 3D moyennant des modifications mineures permettant ainsi à notre code de calcul une bonne flexibilité et une bonne fiabilité à traiter différents cas de figures.

Cependant, l'application de la méthode des zones classique basée sur la notion d'aire d'échange est conjointe à des difficultés d'ordre géométrique, notamment la phase de discrétisation spatiale du domaine de calcul qui engendre certaines irrégularités. D'ailleurs, avec un maillage spatial fin, cette méthode nécessite des moyens de calcul puissants. En effet, le choix d'un maillage spatial suffisamment fin nous ramène à une procédure de calcul très complexe et superlativement pénible tandis qu'un maillage spatial assez grossier ne sera pas en mesure d'expliquer adéquatement les détails du phénomène de transfert radiatif au sein de l'enceinte. Par conséquent, il est plus intéressant de ramener la configuration complexe étudiée à des géométries standards: c'est en fait le principe de la technique de blocked-off-region qu'on se proposera d'associer avec la méthode des zones.

## Références

- [1] H. C. Hottel, A. F. Sarofim, Radiative Transfer, McGraw-Hill, New York, (1967).
- [2] W. W. Yuen, The multiple absorption coefficient zonal method (MACZM), an efficient computational approach for the analysis of radiative heat transfer in multidimensional inhomogeneous non grey media, Numerical Heat Transfer, 49-2 (2006), 89-103.
- [3] J. J. Noble, The zone method: explicit matrix relations for total exchange areas, Int. J. Heat Mass Transfer, 18-2 (1975), 261-269.
- [4] J. M. Rhine, R. J. Tucker, Modeling of gas-fired furnaces and boilers, McGraw-Hill, (1991), 207-208.
- [5] M. E. Larsen, J. R. Howell, Least-squares smoothing of direct exchange areas in zonal analysis, J. Heat Transfer, 108-1 (1986), 239-242.
- [6] D. A. Lawson, An improved method for smoothing approximate exchange areas, Int. J. Heat Mass Transfer, 38-16 (1995), 3109-3110.
- [7] R. Méchi, H. Farhat, K. Guedri, K. Halouani, R. Said, Extension of the zonal method to inhomogeneous and nongrey semi-transparent medium, 35-1 (2010) 1-15.
- [8] P. J. Coelho, Numerical simulation of radiative heat transfer from non-grey gases in three dimensional enclosures, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 74-3 (2002), 307-328.
- [9] V. Goutiere, F. Liu, A. Charette, An assessment of real-gas modelling in 2D enclosures, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 64-3 (2000), 299-326.
- [10] A. Soufiani, E. A. Djavdan, Comparison between weighted-sum-of-grey-gases and statistical narrow-band models for combustion applications, Combustion and Flame, 97-2 (1994), 240-250.
- [11] T. R. Johnson, J. M. Beer, Radiative heat transfer in furnaces: further development of the zone method of analysis, Proc. 14<sup>ème</sup>. Symp. Int. Comb (Inst. comb, Pennsylvania, USA, 1973), 639-649.
- [12] J. S. Truelove, A mixed grey gas model for flame radiation, Report AERE-R-8494., United Kingdom Atomic Energy Authority Harwell, (1976).