

Etude d'un champ thermique d'une turbulence homogène cisailée soumise aux effets de la rotation

Besma CHEBBI¹, Mounir BOUZAIANE^{1*} & Taieb LILI¹

¹Laboratoire de Mécanique des Fluides, Faculté des Sciences de Tunis

* (auteur correspondant : mbouzaiane@yahoo.fr)

Résumé Dans ce travail, nous étudions à l'aide des modèles au second ordre les évolutions des champs cinématique et thermique d'une turbulence homogène cisailée soumise aux effets de la rotation. La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK₄) est utilisée pour l'intégration numérique. A l'issue de cette étude une tendance vers des états asymptotiques d'équilibre a été observée pour les champs cinématique et thermique. Une certaine concordance entre les résultats prédits par les modèles retenus et des résultats des simulations numériques directes a été aussi constatée. Cependant un certain écart entre les résultats prédits par les trois modèles a été observé.

Nomenclature

b_{ij}	tenseur anisotrope de Reynolds	u_i	fluctuation de la vitesse, ms^{-1} $u'_i = \overline{(u_i^2)}^{1/2}$
K	énergie cinétique turbulente, $m^2 s^{-2}$	$\overline{u_i u_j}$	tenseur de Reynolds, $m^2 s^{-2}$
P	fluctuation de la pression, Nm^{-2}	$U_{i,j}$	gradient de la vitesse moyenne, s^{-1}
R	nombre de rotation $R = \frac{\Omega}{S}$	$\overline{u_i \theta}$	flux thermique turbulent, $^{\circ}Cms^{-1}$
Ri	nombre du Richardson adimensionnel $Ri=2R/(1+2R)$	<i>Symboles grecs</i>	
S	cisaillement moyen, s^{-1}	δ_{ij}	Symbole de Kronecker
G	gradient de température moyenne $^{\circ}Cm^{-1} \quad G = \frac{d\overline{T}}{dx_2}$	Ω	Taux de rotation, s^{-1}
t	temps, s	θ	fluctuation de la température, $^{\circ}C$
\overline{T}	température moyenne, $^{\circ}C$	$\overline{\theta^2}$	variance de la fluctuation de la température, $^{\circ}C^2$ $\theta' = \overline{(\theta^2)}^{1/2}$, $^{\circ}C$
\overline{U}_i	vitesse moyenne, ms^{-1}	$\tau = St$	temps adimensionnel

1. Introduction

La modélisation au second ordre demeure l'une des approches les plus importantes utilisées dans la littérature pour prédire les écoulements turbulents notamment les écoulements turbulents homogènes cisailés et associés à un champ thermique [1,2]. Récemment, nous nous sommes intéressés à l'étude d'une turbulence homogène cisailée en présence de la rotation [3]. La place considérable que prennent les fluides dans les systèmes rotationnels physiques et industriels a constitué la motivation essentielle de cette première étude. Nous précisons aussi que le présent travail est une extension d'une étude antérieure [4] dans laquelle nous avons retenu les modèles classiques de Launder-Reece et Rodi [5] et

Speziale-Sarkar et Gatski [6] dans le cadre d'une modélisation au second ordre des équations de l'écoulement.

Nous commençons au paragraphe 2 par présenter les équations générales décrivant l'écoulement turbulent étudié. Au paragraphe 3, nous abordons la résolution numérique et nous présenterons les principaux résultats. La partie 4 sera consacrée à la présentation des figures et nous terminerons par une conclusion.

2. Equations décrivant l'écoulement

Nous présentons dans ce paragraphe les équations d'évolution des tensions de Reynolds $\overline{u_i u_j}$, des flux thermiques turbulents $\overline{u_i \theta}$, de l'énergie cinétique turbulente K et de la variance de la température $\overline{\theta^2}$ décrivant un écoulement turbulent homogène cisailé associé à un champ thermique présentant un gradient constant de la température moyenne dans la même direction que le cisaillement. La rotation est selon l'axe x_3 . Dans le cadre d'une modélisation au second ordre, ces équations sont écrites sous les formes condensées suivantes :

$$\frac{d}{dt} \overline{u_i u_j} = P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{u_i \theta} = P_{i\theta} + \Phi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta} \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} K = P - \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{\theta^2} = 2P_{\theta\theta} - 2\varepsilon_{\theta\theta} \quad (4)$$

Dans ces équations les termes notés P sont des termes de production dus aux gradients cinématiques et thermiques moyens:

$$P_{ij} = -\overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_k} - \overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_k} - 2(\varepsilon_{imk} \overline{u_j u_k} + \varepsilon_{jmk} \overline{u_i u_k}) \Omega_m \quad (5)$$

$$P_{i\theta} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_k} - (S \delta_{i1} \delta_{k2} + 2 \varepsilon_{imk} \Omega_m) \overline{\theta u_k} \quad (6)$$

$$P = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_k} - 2 \varepsilon_{imk} \Omega_m \overline{u_i u_k} \quad (7)$$

$$P_{\theta\theta} = -2 \overline{u_i \theta} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \quad (8)$$

Les termes notés ε sont les termes de dissipation dus aux effets moléculaires. Les termes notés Φ sont les termes de corrélation faisant intervenir la fluctuation de pression.

$$\phi_{ij} = \frac{1}{\rho_0} (\overline{pu_{i,j} + pu_{j,i}}) \quad \text{et} \quad \phi_{ij} = \frac{1}{\rho_0} (\overline{pu_{i,j} + pu_{j,i}}) \quad (9)$$

3. Résolution numérique et résultats

A ce niveau de travail, une modélisation au second ordre des équations précédentes est abordée. La modélisation concerne essentiellement les termes de corrélation pression-déformation et pression-température. Trois modèles connus dans la littérature sont retenus. On appelle modèle 1 le modèle de Launder, Recce et Rodi (LRR). Le modèle de Speziale, Sarkar Gatski couplé au modèle LRR pour les phénomènes thermiques est appelé modèle 2. Le modèle 3 correspond au modèle de Shih et Lumley (SL) [7]. Une forme adimensionnelle des équations d'évolution est ensuite obtenue en introduisant des grandeurs adimensionnelles caractérisant les champs cinématique et thermique. Trois systèmes différentiels relatifs aux trois modèles sont ainsi obtenus. L'intégration numérique de ces systèmes a été effectuée par la méthode de Runge-Kutta du quatrième ordre. En poursuivant l'intégration numérique vers des intervalles de temps suffisamment grands et pour les valeurs $R=0,0$; $R=0,25$ et $R=0,5$ du nombre adimensionnel de rotation, nous avons obtenu les valeurs d'équilibre des grandeurs adimensionnelles cinématiques (les composantes b_{11} , b_{22} , b_{12} du tenseur d'anisotropie et le rapport ε / KS) et thermiques (le rapport des flux thermiques turbulents $\rho_1 = \frac{\overline{u_1 \theta}}{u_2 \theta}$, le

coefficient de corrélation $\rho_2 = \frac{\overline{\theta u_1}}{\theta' u_1'}$ et le rapport $\rho_3 = \frac{\theta' / G}{q' / S}$) présentées aux tableaux suivants :

	b_{11}	b_{22}	b_{12}	ε / KS	ρ_1	ρ_2	ρ_3
R=0	0,192	-0,095	-0,185	0,182	-0,996	0,624	0,984
R=0,25	-0,059	0,155	-0,207	0,206	-0,297	0,343	1,17
R=0,5	0,019

Tableau 1 : valeurs d'équilibre prédites par le modèle 1 (LRR)

	b_{11}	b_{22}	b_{12}	ε / KS	ρ_1	ρ_2	ρ_3
R=0	0,220	-0,147	-0,164	0,167	-1,12	0,298	2,44
R=0,25	0,537	-0,201	-0,365	0,387	-1,46	0,621	2,27
R=0,5	1	-0,230	-0,689	0,730	-1,8	∞	∞

Tableau 2 : valeurs d'équilibre prédites par le modèle 2 (SSG+LRR)

	b_{11}	b_{22}	b_{12}	ε / KS	ρ_1	ρ_2	ρ_3
R=0	0,114	-0,116	-0,121	0,144	-0,865	0,616	0,834
R=0,25	-0,069	0,067	-0,152	0,181	-0,240	0,311	0,930
R=0,5	-0,123	0,120	0	0,014

Tableau 3 : valeurs d'équilibre prédites par le modèle 3 (SL)

	b_{11}	b_{22}	b_{12}	ρ_2	ρ_3
R=0	0,353	-0,112	-0,125	0,800	0,846
R=0,25	0,200	0,031	0	0,472	1,230

Tableau 4 : résultats des simulations numériques directes (DNS)

L'existence des valeurs d'équilibre pour toutes les grandeurs adimensionnelles cinématiques et thermiques et dans les deux cas du nombre de rotation, R=0,0 et R=0,25 constitue le principal résultat montré par les trois tableaux. Pour la valeur du nombre de rotation R=0,5 seulement les modèles 2 et 3 prédisent des valeurs d'équilibre pour les grandeurs adimensionnelles cinématiques. L'aberration du modèle 1 pourrait être expliquée si on précise que contrairement aux modèles 2 et 3 soumis aux conditions strictes de réalisabilité [7], celui-ci n'est soumis qu'à des relations simples de contraintes cinématiques [5].

L'effet de la rotation est aussi clair sur l'anisotropie de l'écoulement. L'augmentation du nombre de rotation R entraîne une augmentation des valeurs absolues de la composante b_{12} du tenseur d'anisotropie. En particulier la valeur maximale 1 de la composante b_{11} est atteinte par le modèle 2, alors que la valeur minimale -0,689 a été atteinte pour la composante principale d'anisotropie b_{12} par le même modèle 2 et c'est le modèle 3 qui montre la meilleure concordance avec les valeurs d'équilibre prédites par les simulations numériques directes présentées au tableau 4.

Sur ces trois tableaux, nous représentons aussi les valeurs d'équilibre des grandeurs adimensionnelles thermiques $\rho_1 = \frac{\overline{\theta u_1}}{\overline{\theta u_2}}$, $\rho_2 = \frac{\overline{\theta u_1}}{\overline{\theta' u_1'}}$ et $\rho_3 = \frac{\theta' / G}{q' / S}$. Une différence claire est constatée sur ces trois tableaux. En effet, le modèle SSG couplé au modèle LRR est d'un apport positif sur la prédiction des valeurs d'équilibre du champ thermique et a permis d'améliorer les résultats obtenus par le modèle LRR lorsque celui-ci est retenu pour les champs cinématique et thermique (tableau 1). Cet apport concerne essentiellement le rapport $\rho_1 = \frac{\overline{\theta u_1}}{\overline{\theta u_2}}$ des deux flux thermiques. Le modèle SL prédit lui aussi de meilleures valeurs d'équilibre par comparaison avec le modèle LRR. La rotation affecte clairement le champ thermique et c'est le rapport des flux thermiques turbulents qui semble le plus touché par la rotation. Cette valeur augmente presque du triple en passant de R=0 à R =0,25 (modèle 2).

4. Présentation des figures

Nous présentons sur la figure 1 les évolutions de la composante b_{12} du tenseur d'anisotropie dans le cas R=0,25. Nous constatons sur cette figure une tendance de chacun des trois modèles retenus vers des états asymptotiques d'équilibre. Une concordance qualitative des comportements observés par les trois modèles avec les résultats donnés par les simulations numériques directes de G.Brethouwer [8] est aussi observée et c'est le modèle 3 qui paraît prédire les évolutions les plus proches de celles des simulations numériques directes.

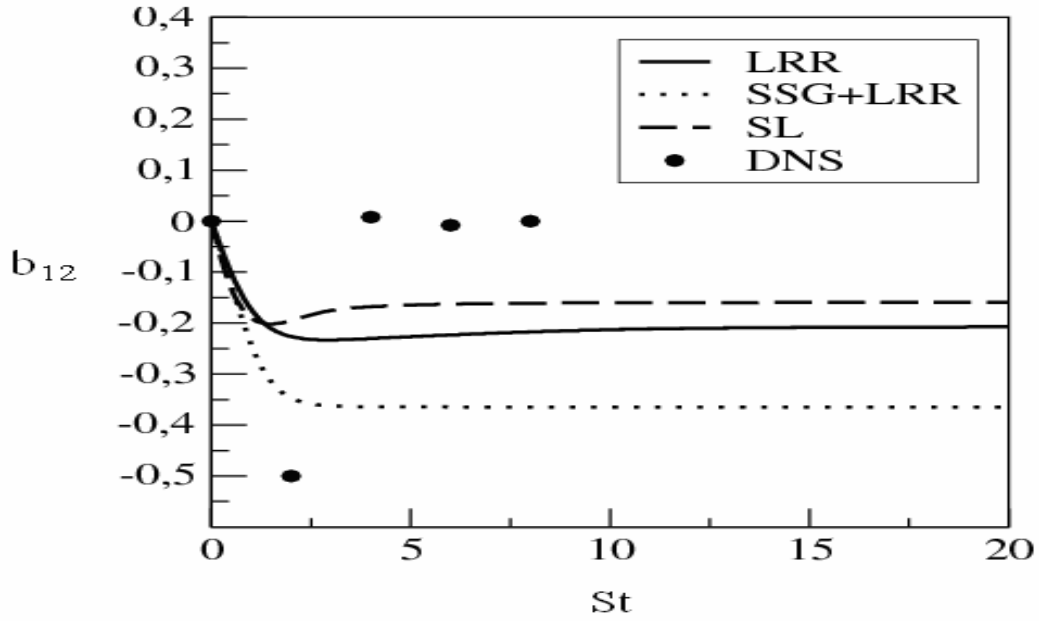


Figure 1 : Evolutions de la composante b_{12} du tenseur d'anisotropie, cas $R=0,25$

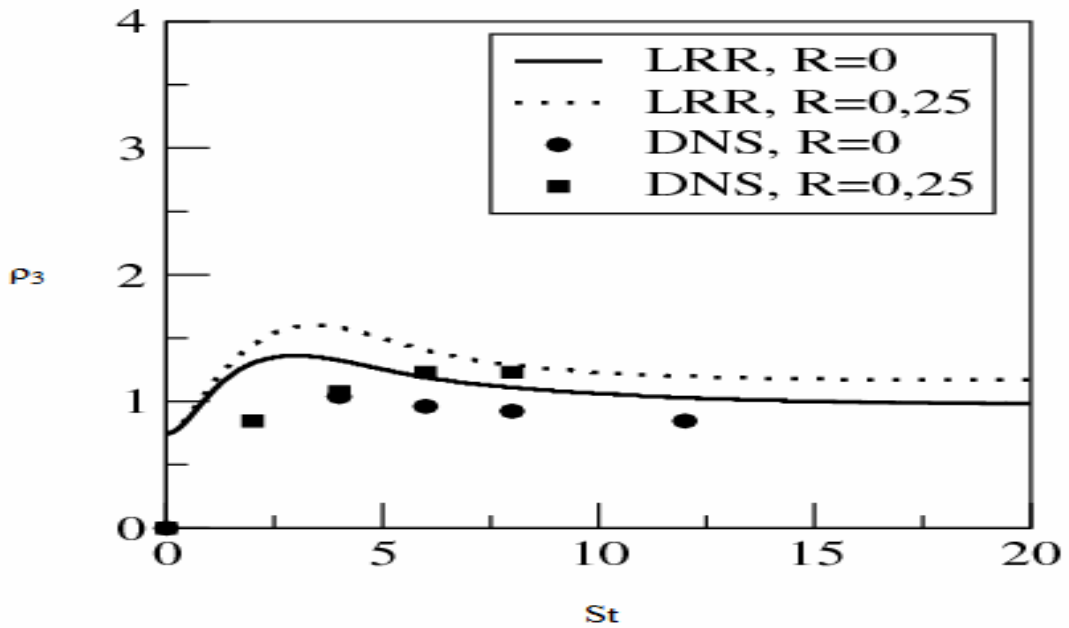


Figure 2 : Evolutions de la grandeur adimensionnelle thermique ρ_3

Sur la figure 2 sont représentées les évolutions du nombre adimensionnel thermique ρ_3 prédites par le modèle LRR dans les cas $R=0$ et $R=0,25$ du nombre adimensionnel de rotation. Sur cette figure la tendance vers les états asymptotiques d'équilibre est aussi observée. Une parfaite concordance des évolutions qui correspondent au modèle 1 avec les résultats donnés par G.Brethouwer [8] dans ses simulations numériques directes est constatée.

De plus les écarts observés entre les valeurs des simulations numériques directes de G.Brethouwer , pour des $R=0$ et $R=0.25$, sont du même ordre de grandeur que ceux observés par le modèle LRR pour les mêmes valeurs du nombre de rotation.

5. Conclusion

Dans ce travail, nous avons étudié les champs cinématique et thermique d'une turbulence homogène cisailée soumise aux effets de la rotation en abordant une modélisation au second ordre. Trois modèles de turbulence notés 1, 2 et 3 ont été retenus. Nous nous sommes intéressés à la détermination des états asymptotiques d'équilibre des grandeurs adimensionnelles caractérisant les champs cinématique et thermique.

Une forme adimensionnelle des équations a été obtenue en introduisant les grandeurs adimensionnelles cinématiques et thermiques. L'intégration numérique a été effectuée à l'aide de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 et pour des différentes valeurs du nombre de rotation R et a été poursuivie vers des intervalles de temps suffisamment grands. Les résultats issus de cette intégration ont montré que les évolutions prédites par les modèles 2 et 3 sont ceux qui confirment l'existence des états asymptotiques d'équilibre des grandeurs adimensionnelles cinématiques. Bien qu'une certaine concordance entre les valeurs d'équilibre des grandeurs adimensionnelles thermiques prédites par les trois modèles avec celles des simulations numériques directes a été observée pour $R=0$ et $R=0,25$; une divergence a été constatée à partir de $R=0,5$. En vue d'une meilleure prédiction du champ thermique, une modélisation des équations d'évolution à l'aide du modèle élaboré de Craft-Lauder est envisagée.

References

- [1] M.Bouzaiane, H.Ben Abdallah & T.Lili, A second order modeling of a stably stratified sheared turbulence submitted to a non-vertical shear, *J.Turbulence*, 5(9), (2004).
- [2] M.Bouzaiane, Contribution à l'analyse et à l'évaluation des modèles au second ordre en turbulence cinématique et thermique, Thèse de doctorat, (1998).
- [3] B. Chebbi, M. Bouzaiane & T. Lili, modélisation au second ordre d'une turbulence homogène cisailée en présence de la rotation (Congrès français de mécanique 27-31 août, Grenoble 2007).
- [4] B. Chebbi, M. Bouzaiane & T. Lili étude des effets de la rotation sur les champs cinématique et thermique d'une turbulence homogène cisailée (SFT2008).
- [5] B.E.Lauder, G.Reece & W.Rodi, Progress in the development of Reynolds stress closure, *J.Fluid Mech*, 68, (1975), 537-576,
- [6] C.G.Speziale & M.G.Mhuris, On the prediction of equilibrium states in homogeneous sheared turbulence, *J.Fluid.Mech*, 209, (1989), 591-615.
- [7] T.Shih, L.Lumley & J.Chen, Second order modeling of a passive scalar in a turbulent shear flow, Center of turbulence research, (1989).
- [8] G.Brethouwer, The effect of rotation on rapidly sheared homogeneous turbulence and passive scalar transport, *J.Fluid Mech*, 542, (2005) 305-342.