

Etude numérique de la convection mixte de l'écoulement d'un fluide viscoplastique dans une conduite cylindrique horizontale.

Abdelkader BOUTRA, Youb Khaled BENKAHLA, Nabila LABSI*

Laboratoire des phénomènes de transfert
Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene USTHB
B.P. 32, El-Alia Bab-Ezzouar, 16111 Alger, Algérie.
*(auteur correspondant : nabilalabsi@yahoo.fr)

Résumé - Le présent travail consiste en une étude numérique, par le biais de la méthode des volumes finis, de la convection mixte d'un écoulement laminaire et stationnaire ascendant d'un fluide non newtonien obéissant au modèle rhéologique de Bingham, à l'intérieur d'une conduite cylindrique horizontale maintenue à température pariétale uniforme. L'impact de la convection mixte sur la structure de l'écoulement ainsi que sur les caractéristiques du transfert thermique sera analysés dans le cas de chauffage et de refroidissement.

Nomenclature

Bn Nombre de Bingham, $= \tau_0 D / \mu_0 V_0$	Re Nombre de Reynolds, $= \rho V_0 D / \mu_0$
C_p Chaleur spécifique du fluide à pression constante, $J kg^{-1} K^{-1}$	T Température du fluide, K
D Diamètre de la conduite, m	T_0 Température d'entrée, K
Gr Nombre adimensionnel de Grashof, $= g \beta \rho_0^2 (T_w - T_0) D^3 / \mu_0^2$	T_w Température à la paroi, K
Gz^{-1} Inverse du nombre de Graetz, $= x / D Re Pr$	U Vitesse axiale adimensionnelle, $= V_x / V_0$
$I_{\dot{\gamma}}$ second invariant du tenseur des taux de cisaillement	V Vitesse radiale adimensionnelle, $= V_r / V_0$
k Conductivité thermique, $W m^{-2} K^{-1}$	V_0 Vitesse moyenne du fluide, m/s
L Longueur de la conduite, m	W Vitesse azimutale réduite, $= V_w / V_0$
m Paramètre de croissance exponentielle, s	x Coordonnée axiale, m
M Paramètre réduit de croissance exponentielle, $= m V_0 / D$	X Coordonnée axiale adimensionnelle, $= x / D$
Nu Nombre de Nusselt, $= (-1 / \phi_m) (\partial \phi / \partial R) _{R=0.5}$	<i>Symbols grecs</i>
p^* Pression, Pa	β Coefficient de dilatation thermique, K^{-1}
P^* Pression adimensionnelle, $= p^* / \rho V_0^2$	$\dot{\gamma}$ Taux de cisaillement adimensionnel
Pr Nombre de Prandtl, $= \mu_0 C_p / k$	η Viscosité effective, $kg m^{-1} s^{-1}$
R Coordonnée radiale, m	η_{eff} Viscosité effective adimensionnelle, $= \eta / \mu_0$
r_w Rayon de la conduite, m	μ_0 Viscosité plastique, $kg m^{-1} s^{-1}$
R Coordonnée radiale adimensionnelle, $= r / D$	θ Coordonnée azimutale
	ρ Masse volumique du fluide, $kg m^{-3}$
	τ_0 Contrainte seuil de cisaillement, Pa
	ϕ Température adimensionnelle, $= (T - T_w) / (T_0 - T_w)$
	ϕ_m Température moyenne adimensionnelle, $= (T_m - T_w) / (T_0 - T_w)$

1. Introduction

Les fluides viscoplastiques sont rencontrés dans plusieurs applications industrielles. Ils sont caractérisés par une contrainte seuil à partir de laquelle le fluide s'écoule. Le fluide de Bingham est la plus simple représentation de ce type de fluides ; il possède une équation de

comportement linéaire. Le transfert thermique par convection mixte à l'intérieur des conduites, présente un intérêt considérable en vue d'applications technologiques, telles que les capteurs solaires, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des composants électroniques et les procédés chimiques et nucléaires. Plusieurs travaux ont traité de l'écoulement en mode de convection mixte des fluides newtoniens circulant dans des conduites horizontales ou inclinées [1,2,3]. D'autres, se sont intéressés aux fluides de Bingham tels que les études analytique et numérique menées par Patel et Ingham [4,5] sur l'écoulement en mode de convection mixte du fluide de Bingham dans l'espace annulaire d'une conduite excentrique verticale et entre deux plans parallèles verticaux, maintenus à températures pariétales constantes et uniformes.

Dans le présent travail, on fait ressortir par une étude numérique l'importance de la convection naturelle sur les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques de l'écoulement laminaire ascendant d'un fluide de Bingham dans une conduite circulaire maintenue à température pariétale uniforme.

2. Mise en équations du problème physique

Le système étudié se compose d'une conduite cylindrique horizontale, de longueur L et de rayon r_w maintenue à température pariétale uniforme T_w , à l'intérieur de laquelle s'écoule un fluide non newtonien incompressible en écoulement ascendant, laminaire et stationnaire. Les propriétés physiques et rhéologiques du fluide sont supposées constantes sauf dans le terme de gravité où l'approximation de Boussinesq est adoptée. Ce fluide est soumis à un transfert thermique en mode de convection mixte. Les équations générales adimensionnelles qui régissent l'écoulement sont les suivantes :

Equation de continuité :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RV)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad (1)$$

Equations de l'impulsion : suivant R, θ et X respectivement.

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial(RVV)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(WV)}{\partial \theta} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} - \frac{W^2}{R} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\eta_{eff} R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\eta_{eff} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial X} \left(\eta_{eff} \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] + \frac{1}{Re} \left[-\eta_{eff} \frac{V}{R^2} - \frac{2}{R^2} \eta_{eff} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right] - \frac{Gr}{Re^2} \phi \cos \theta \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial(RVW)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(WW)}{\partial \theta} + \frac{\partial(UW)}{\partial X} + \frac{VW}{R} = -\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\eta_{eff} R \frac{\partial W}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\eta_{eff} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) \right] \\ + \frac{\partial}{\partial X} \left(\eta_{eff} \frac{\partial W}{\partial X} \right) + \frac{1}{Re} \left[\frac{2}{R^2} \eta_{eff} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \eta_{eff} \frac{W}{R^2} \right] + \frac{Gr}{Re^2} \phi \sin \theta \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RVU)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(WU)}{\partial \theta} + \frac{\partial(UU)}{\partial X} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\eta_{eff} R \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\eta_{eff} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left(\eta_{eff} \frac{\partial U}{\partial X} \right) \right] \quad (4)$$

Equation de l'énergie :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RV\phi)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(W\phi)}{\partial \theta} + \frac{\partial(U\phi)}{\partial X} = \frac{1}{Pr Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} \right] \quad (5)$$

Dans le but d'éviter les instabilités numériques dans la région correspondant aux faibles vitesses de cisaillement, Papanastasiou [6,7] propose une loi constitutive pour décrire le comportement du fluide de Bingham :

$$\tau = \left(1 + \frac{Bn}{\sqrt{\frac{1}{2}I\dot{\gamma}}}\right) \left(1 - \exp\left(-M \sqrt{\frac{1}{2}I\dot{\gamma}}\right)\right) \dot{\gamma} \quad (6)$$

M étant un paramètre adimensionnel qui représente la croissance de l'exponentielle ($M = mV_0/D$). Min et al. [7] ainsi que Mitsoulis [8] conseillent de prendre $m = 1000$ s.

Les conditions aux limites sont basées sur un profil uniforme de vitesse et de température à l'entrée de la conduite ($U = \phi = 1$ et $V = W = 0$), et sur une symétrie des champs hydrodynamique et thermique par rapport au diamètre vertical ($\theta = 0, \theta = \pi$): $\frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{\partial W}{\partial \theta} = \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0$. Les conditions d'adhérence et de température constante sont appliquées sur toute l'étendue de la paroi ($U = V = W = \phi = 0$).

Les équations de conservation sont intégrées sur un volume de contrôle et discrétisées en utilisant une technique numérique basée sur la méthode des volumes finis, proposée par Patankar [9]. Ces équations, mises sous la forme d'une équation algébrique, sont résolues par le biais de l'algorithme SIMPLER, en adoptant un maillage $55 \times 25 \times 25$ suivant X, R, et θ , respectivement.

3. Résultats et interprétation

3.1. Validation du code de calcul

Le code de calcul est validé après comparaison des résultats obtenus avec des résultats antérieurs [10] et ce, pour un écoulement en mode de convection forcée pure. La figure 1, qui illustre l'évolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes valeurs du nombre de Prandtl, montre un bon accord entre nos résultats et ceux de Min et al. [7] étant donné que l'écart relatif ne dépasse pas 3%.

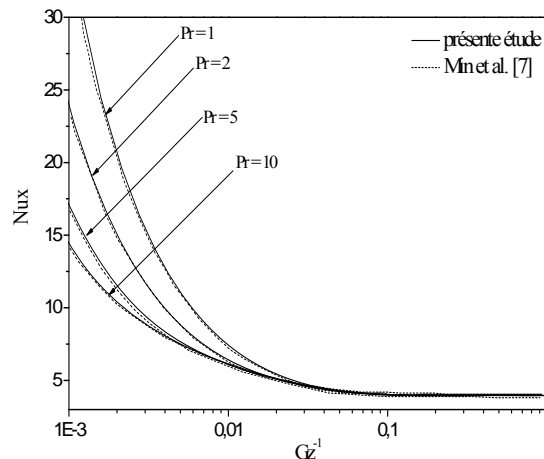


Figure 1 : Evolution du nombre de Nusselt en fonction de Gz^{-1} . $Re = 25$; $Bn = 1,99$

3.2. Structure de l'écoulement hydrodynamique et du champ thermique

Les résultats qui suivent ont été relevés aux sections droites suivantes : $X = 0,135$ (A); $X = 0,280$ (B) ; $X = 0,885$ (C) ; $X = 2,455$ (D) ; $X = 7,692$ (E) et $X = 23,28$ (F).

3.2.1. Développement des profils de vitesse axiale

Les figures 2a et 2b illustrent les effets de la convection naturelle sur l'évolution des profils de vitesse aux positions axiales citées précédemment, pour les cas de chauffage et de refroidissement. Notons que près de l'entrée ($X < 0,28$), dans le cas de chauffage, les profils sont symétriques par rapport à l'axe de symétrie. Par contre, ils ne le sont plus lorsque l'on s'enfonce un peu plus dans la conduite et se décalent plutôt vers le bas, sous l'effet des courants de convection naturelle. Très loin de l'entrée, ces profils reconstituent leur symétrie autour de l'axe de la conduite.

Par contre, dans le cas de refroidissement, les profils de vitesse se localisent au niveau de la partie supérieure de la conduite aux sections droites suivantes : $0,28 \leq X \leq 30$. Ceci est dû au déplacement du fluide de la région centrale vers le haut sous l'effet des courants secondaires. En amont et en aval de cette zone, les profils sont symétriques et sont similaires à ceux obtenus dans le cas de la convection forcée pure.

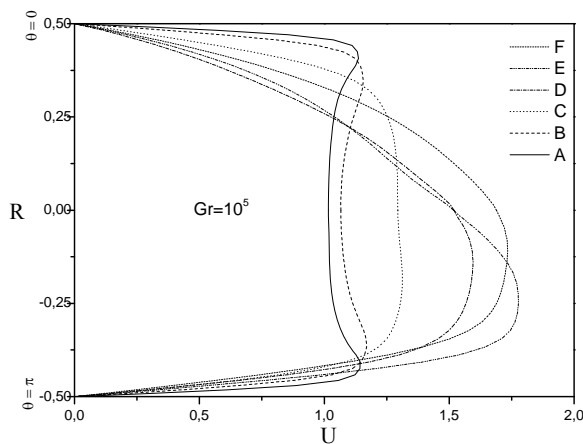


Figure 2a : Développement des profils de vitesse axiale $Re = 150 ; Pr = 1 ; Bn = 1,99 ; Gr = 10^5$

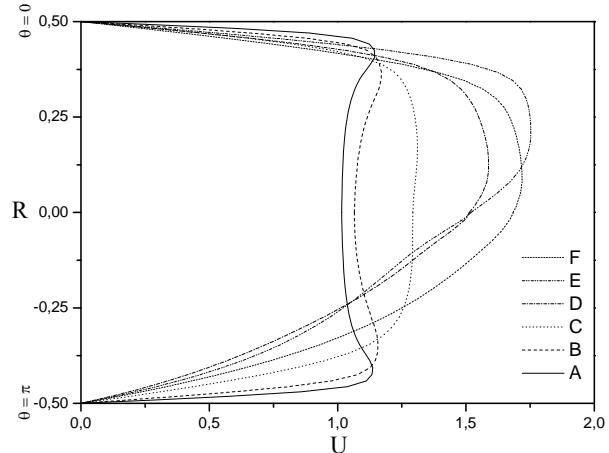


Figure 2b : Développement des profils de vitesse axiale $Re = 150 ; Pr = 1 ; Bn = 1,99 ; Gr = -10^5$

3.2.2. Développement des profils de température

Les figures 3a et 3b montrent l'évolution axiale des profils de température dans la conduite pour le cas de chauffage et de refroidissement, respectivement. Nous remarquons dans le cas de chauffage (figure 3a) que sous l'effet de la convection naturelle, le fluide se trouvant au voisinage de la paroi se chauffe et monte continuellement vers la partie supérieure de la conduite créant ainsi des courants secondaires ascendants. Par contre, le fluide froid de la région centrale se déplace vers le bas dans un mouvement descendant. Par conséquent, le fluide dans la partie supérieure de la conduite devient plus chaud que celui se trouvant dans la partie inférieure et le minimum de température se positionne en bas de la conduite. Ce phénomène est également observé sur les isothermes aux différentes positions axiales (figure 4a). Nous constatons que les courants secondaires perturbent le champ de température à partir de la position B. Dans la partie supérieure de la section droite, les isothermes sont de plus en plus espacées le long de la conduite et le fluide chaud envahit d'avantage celle-ci. Le fluide froid se trouve alors, confiné dans un espace très réduit dans la partie inférieure de la section droite pour disparaître totalement très loin de l'entrée ($X > 2,45$).

Dans le cas du refroidissement, nous remarquons que le fluide de la partie inférieure de la conduite devient plus froid que celui se trouvant dans la partie supérieure et que le minimum de température se trouve en bas. Ceci est visible sur la figure 4b où nous pouvons constater

que le fluide froid tend à envahir, par le bas, toute la section droite de la conduite loin en aval de l'entrée.

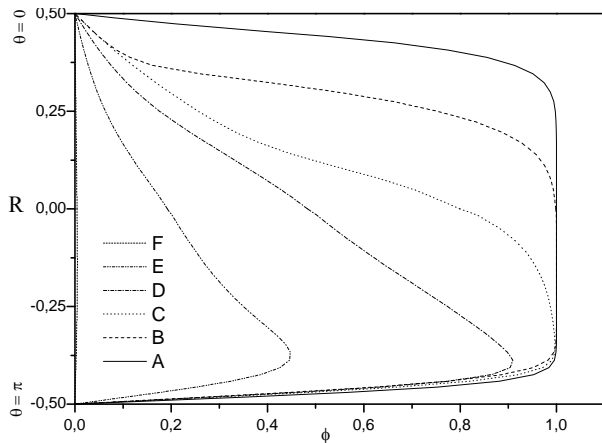


Figure 3a : Evolution des profils de température.
 $Re = 150 ; Pr = 1 ; Bn = 1,99 ; Gr = 10^6$

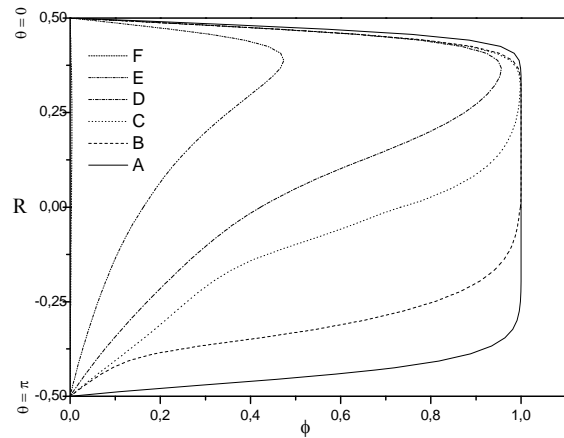


Figure 3b : Evolution des profils de température.
 $Re = 150 ; Pr = 1 ; Bn = 1,99 ; Gr = -10^6$

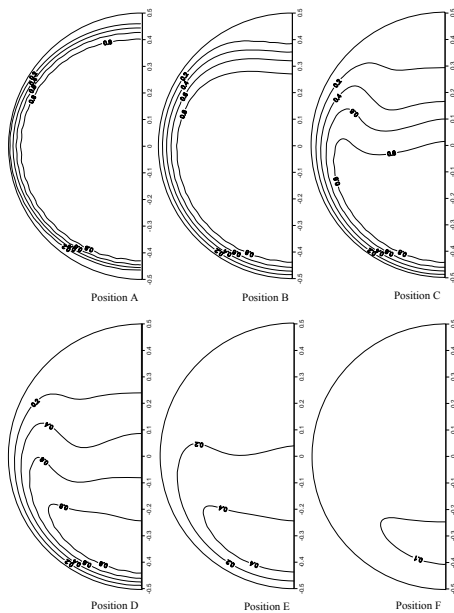


Figure 4a : Développement du champ thermique.
 $Re = 150 ; Pr = 1 ; Bn = 1,99 ; Gr = 10^6$

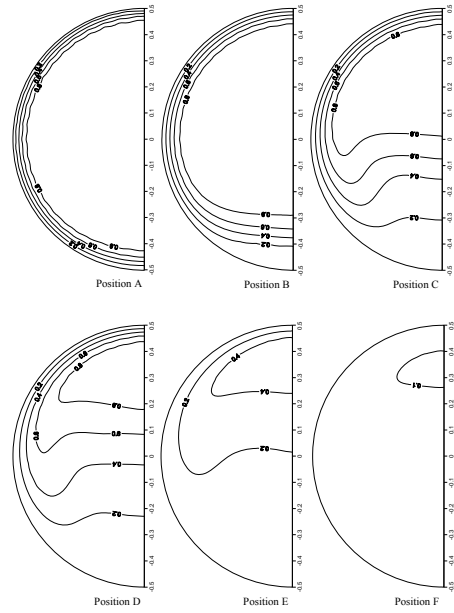


Figure 4b : Développement du champ thermique.
 $Re = 150 ; Pr = 1 ; Bn = 1,99 ; Gr = -10^6$

3.3. Evolution du nombre de Nusselt

L'effet de la convection mixte, traduite par le nombre de Grashof, sur l'évolution axiale du nombre de Nusselt, présentée sur la figure 5, montre que, dans la zone proche de l'entrée de la conduite ($X < 0,3$), les courbes du nombre de Nusselt sont confondues avec celle de la convection forcée pure ($Gr/Re^2 = 0$). Au delà, l'allure de ces courbes subit l'influence de la variation du nombre de Grashof qui se traduit par le détachement des courbes de Nusselt par rapport à celle relative au cas de la convection forcée. Notons que le chauffage ou le refroidissement entraîne quasiment les mêmes valeurs du nombre de Nusselt en particulier pour $|Gr| = 10^5$. De plus, le transfert thermique est amélioré lorsque l'intensité de la convection naturelle est importante, c'est-à-dire lorsque le nombre de Grashof augmente. A la sortie de la conduite, les courbes se rencontrent une seconde fois pour tendre vers une valeur asymptotique du nombre de Nusselt correspondant à l'établissement du régime thermique.

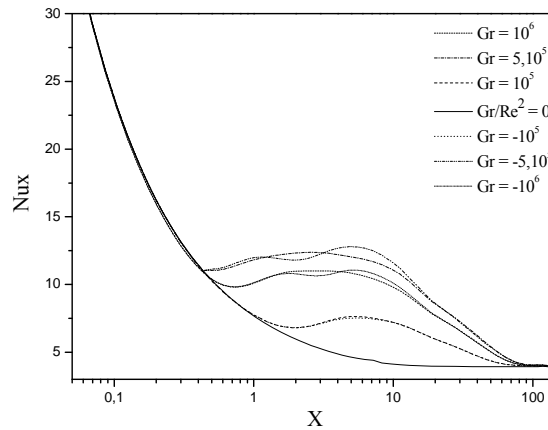


Figure 5 : Evolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes valeurs du nombre de Grashof.
 $Re = 150$; $Bn = 1,99$; $Pr = 1$

4. Conclusion

La présente étude fait ressortir les effets de chauffage et de refroidissement sur les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques de l'écoulement laminaire ascendant, en mode de convection mixte d'un fluide incompressible de Bingham. L'analyse des champs thermique et dynamique montre une distorsion des profils de température et de vitesse produisant une distribution différente de celle de l'écoulement en mode de convection forcée pure. Les résultats concernant l'effet de l'importance de la convection naturelle montrent que l'augmentation du nombre de Grashof améliore le transfert thermique de manière significative, qui atteint son maximum en particulier pour $Gr = 10^6$ (126%) en comparaison avec le cas $Gr/Re^2 = 0$.

Références

- [1] J. Orfi, N. Galanis, C. T. Nguyen, Développement simultané hydrodynamique et thermique d'un écoulement laminaire dans un tube incliné en régime de convection mixte, *Rev. Gén. Therm.*, 36 (1997), 83-92.
- [2] A. Akbarinia, Behzadmehr, Numerical study of laminar mixed convection of a nanofluid in horizontal curved tub. *J.Appl. Therm.Eng.*, 27 (2007), 1327-1337.
- [3] B. Shome, K. Jensen, Mixed convection laminar flow and heat transfer of liquids in isothermal horizontal circular ducts, *Int. J. Heat And Mass Transfer*, 38-11 (1995), 1945-1956.
- [4] N. Patel, D. B. Ingham, Analytic solutions for the mixed convection flow of non-Newtonian fluids in parallel plate ducts, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 21 (1994), 75-84.
- [5] N. Patel, D. B. Ingham, Mixed convection flow of a Bingham plastic in an eccentric annulus, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 15 (1994), 132-141.
- [6] T.C. Papanastasiou, Flows of materials with yield, *J. of Rheology*, 31 (1987), 385-404.
- [7] T. Min, H. G. Choi, J. Y. Yoo, H. Choi, Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe-II. Numerical approach-hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40 (1997), 3689-3701.
- [8] E. Mitsoulis, On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder: wall effects. *Chem. Eng. Sci.*, 59 (2004), 789-800.
- [9] S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, (1980), *McGraw*. New York
- [10] A. Boutra, N. Labsi, Y. K. Benkahla, Etude thermique de l'écoulement en convection forcée d'un fluide viscoplastique dans une conduite maintenue à température uniforme : influence de la dissipation visqueuse, *Actes du congrès de la SFT (Toulouse-France, 3-6 juin 2008)*, 103-108.