

Transition à la turbulence du sillage d'une sphère fixe ou libre (voire évolutive) en convection mixte.

Miroslav KOTOUC, Gilles BOUCHET*, Jan DUSEK

Institut de Mécanique des Fluides et des Solides – UMR 7507 ULP-CNRS

2, rue Boussingault – 67000 Strasbourg

*(auteur correspondant : bouchet@imfs.u-strasbg.fr)

Résumé - Nous présentons un travail numérique dont le but est de simuler la transition au chaos du sillage d'une sphère chaude ou froide, fixe ou libre, rigide ou évolutive, dans un fluide Newtonien, et d'éclaircir ainsi le phénomène complexe du couplage entre le mouvement de la sphère et les effets dynamiques dus au sillage et à la différence de température entre la sphère et le fluide. L'objectif visé est de décrire la trajectoire d'une particule en fusion se déplaçant librement dans un fluide Newtonien.

Nomenclature

U_∞	vitesse de l'écoulement extérieur, $m.s^{-1}$	<i>Symboles grec</i>	
d	diamètre de la sphère, m	ν	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
g	accélération de la gravité, $m.s^{-2}$	ρ_s	masse volumique de la sphère, $kg.m^{-3}$
T_s	température de la sphère, K	ρ_f	masse volumique du fluide, $kg.m^{-3}$
T_∞	température de l'écoulement extérieur, K	β	coefficient d'expansion thermique, K^{-1}
c_p	chaleur spécifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	λ	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$

1. Introduction

La convection mixte engendrée par des particules sphériques fixes ou se déplaçant librement dans un fluide est présente dans de nombreuses applications industrielles ; on peut citer le cas de la vaporisation des particules de combustible, la condensation et l'évaporation des fluides, le séchage, l'absorption, la fusion de particules solides transportées par un fluide (problème de réfrigération), etc. Le travail présenté ici vise à simuler numériquement la transition au chaos du sillage d'une sphère chaude ou froide, fixe ou libre, rigide ou évolutive, dans un fluide Newtonien, et à éclaircir ainsi le phénomène complexe du couplage entre le mouvement de la sphère et les effets dynamiques dus au sillage et à la différence de température entre la sphère et le fluide. Le point de départ de ce travail repose sur les résultats obtenus pour une sphère sans effet thermique (fixe et libre), dont le scénario de transition à la turbulence a été décrit et est désormais bien connu [1,2,3].

Le comportement d'un système fluide est difficile à caractériser dans sa globalité. Comme tout système dynamique, il présente une réceptivité aux conditions initiales et aux perturbations externes. Néanmoins, l'étude de ses états asymptotiques (attracteurs) est largement considérée comme la plus utile pour comprendre l'apparition de la turbulence. Elle est menée en fonction de paramètres caractéristiques dont le nombre peut être réduit au strict minimum, grâce aux similitudes, par une adimensionnalisation appropriée. Même pour un nombre de paramètres réduit, la transition à la turbulence s'avère caractérisée par une variété surprenante de régimes différents.

Dans le cas d'une sphère fixe (sans effet thermique), les régimes d'écoulement ne dépendent que d'un seul paramètre sans dimension – le nombre de Reynolds $Re = \frac{U_\infty d}{\nu}$. Il a été montré [1,4,5] que l'écoulement reste axisymétrique et stationnaire jusqu'à $Re = 212$. Pour $Re < 20$, l'écoulement ne présente pas de détachement de la couche limite. Pour $Re > 20$, il existe une recirculation sur l'axe, en aval de la sphère. L'axisymétrie de l'écoulement est brisée à $Re = 212$ via une bifurcation régulière ; le sillage présente alors un plan de symétrie avec deux filaments de vorticité contrarotatifs stationnaires, décalés par rapport à l'axe de l'écoulement.   $Re = 274$, l'écoulement devient instationnaire via une bifurcation de Hopf. Les deux filaments de vorticité se mettent à osciller de façon périodique, tout en conservant le plan de symétrie.   $Re = 325$, une fréquence sous-harmonique apparaît et les deux filaments développent des oscillations quasi-périodiques. Finalement,   $Re = 363$, la symétrie plane est brisée et, simultanément, le sillage devient chaotique.

Dans le cas d'une sphère libre [2,3], il existe 5 régimes, qualitativement différents, du mouvement de la sphère en fonction de 2 paramètres sans dimension - le nombre de Galilée $G = \sqrt{\left(\left|\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1\right|gd^3\right)}/\nu$, et le rapport des masses volumiques solide/fluide ρ_s/ρ_f . Il s'agit d'un mouvement rectiligne et vertical (lorsque le sillage est axisymétrique), d'une trajectoire rectiligne mais oblique (lorsque le sillage est non-axisymétrique, stationnaire), d'une trajectoire oblique et modul e par des oscillations du sillage, d'une trajectoire "zig-zag" plane (oscillant de part et d'autre de la verticale), et de trajectoires chaotiques.

2. Définition du problème

Dans le travail présenté ici, nous avons ajouté un degré de complexité supplémentaire en prenant en compte les effets thermiques.

2.1. Sphère fixe avec effets thermiques

Dans le cas d'une sphère fixe, le domaine des paramètres s'élargit ainsi à 3 nombres sans dimension : le nombre de Reynolds, le nombre de Richardson $Ri = \beta g (T_s - T_\infty) d / U_\infty^2$ et le nombre de Prandtl $Pr = \nu \rho c_p / \lambda$. Nous avons considéré deux configurations du problème de la convection mixte : le cas "assisting flow", où les effets dus à la force d'Archimède s'ajoutent à l'écoulement extérieur, et le cas "opposing flow", où les effets de flottabilité s'opposent à l'écoulement extérieur. Les forces volumiques, dues à la flottabilité, ont été prises en compte par l'approximation de Boussinesq. Il est certain que cette approximation n'est pas valable dans le cas de sphères de petite dimension ; en effet, pour que les effets thermiques sur la transition de telles sphères soient perceptibles, il faut des différences de température élevées. Néanmoins, il s'agit d'une approximation valable pour la plupart des expériences effectuées dans des conditions de laboratoire ; de plus, elle présente l'avantage de comporter un nombre minimal de paramètres.

Le problème est schématiquement décrit sur la Figure 1. Une sphère de diamètre d et de température surfacique constante T_s est immergée dans un fluide newtonien incompressible de température $T_\infty < T_s$. La Figure 1 représente la configuration "assisting flow", ce qui signifie que la vitesse uniforme en amont de la sphère U_∞ est opposée au champ de pesanteur g . Les propriétés du fluide sont la densité ρ_f   la température T_∞ , la viscosité cinématique ν ,

la conductivité thermique λ , la chaleur spécifique à pression constante c_p et le coefficient d'expansion volumétrique β . Les équations à résoudre sont celles de la continuité, de Navier-Stokes et de l'énergie, les effets de flottabilité étant simplifiés par l'approximation de Boussinesq. Les équations sont adimensionnalisées par l'échelle de longueur d , l'échelle de vitesse U_∞ , l'échelle de temps d/U_∞ et ρU_∞^2 pour la pression. La température sans dimension est définie par $T^* = (T - T_\infty)/(T_s - T_\infty)$. Les trois équations s'écrivent ainsi (en omettant le symbole "*" pour les quantités adimensionnelles) :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{v} + \text{Ri} T \mathbf{e}_z \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T = \frac{1}{\text{Re.Pr}} \nabla^2 T \quad (3)$$

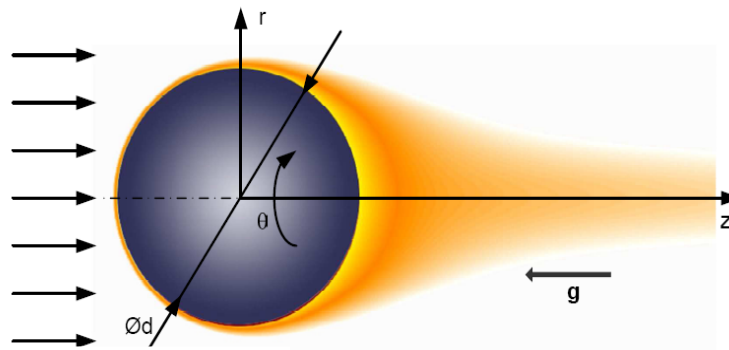


Figure 1 : Définition du problème, système de coordonnées.

2.2. Sphère libre avec effets thermiques

En ajoutant les effets thermiques au cas d'une sphère libre et en utilisant l'approximation de Boussinesq, le domaine des paramètres est représenté par 4 nombres sans dimension : le nombre de Galilée, le rapport des densités, le nombre de Prandtl et le nombre de Grashof $Gr = \beta g (T_s - T_\infty) d^3 / \nu^2$. La configuration "assisting flow" correspond ainsi à une sphère constituée d'un matériau dense ($\rho_s / \rho_f > 1$) chauffée ou à une sphère légère ($\rho_s / \rho_f < 1$) froide ; la configuration "opposing flow" correspond à une sphère dense froide ou à une sphère légère chaude.

Les équations à résoudre sont celles de la continuité, de Navier-Stokes, de l'énergie et du mouvement, les effets de flottabilité étant simplifiés par l'approximation de Boussinesq.

3. Méthode numérique

La méthode numérique retenue pour cette étude a repris celle développée au cours de deux thèses précédentes ; cette méthode est basée sur une décomposition du domaine en éléments spectraux [6] dans le plan (z,r) comportant l'axe (voir Figure 2 avec un maillage typique de

169 éléments), complétée par une décomposition en séries de Fourier dans la direction azimutale, cette dernière n'étant utile que pour des calculs tridimensionnels (voir [4] pour une description détaillée de la méthode). Plusieurs milliers de simulations (souvent de longue durée lorsqu'il s'agissait d'états asymptotiques complexes) ayant été nécessaires pour mener à bien l'étude présentée, une méthode numérique spécifique a dû être implémentée. En remplaçant la méthode itérative du calcul de la pression par une méthode directe, une accélération très significative a ainsi été obtenue. Le développement numérique spécifique à ce travail a comporté également la prise en compte de l'équation du transport de la chaleur. Le code obtenu nous permet ainsi d'effectuer, soit des calculs axisymétriques, soit des analyses de stabilité linéaire (en supprimant le couplage entre les modes azimutaux), soit des calculs pleinement tridimensionnels (avec un nombre de modes azimutaux variable).

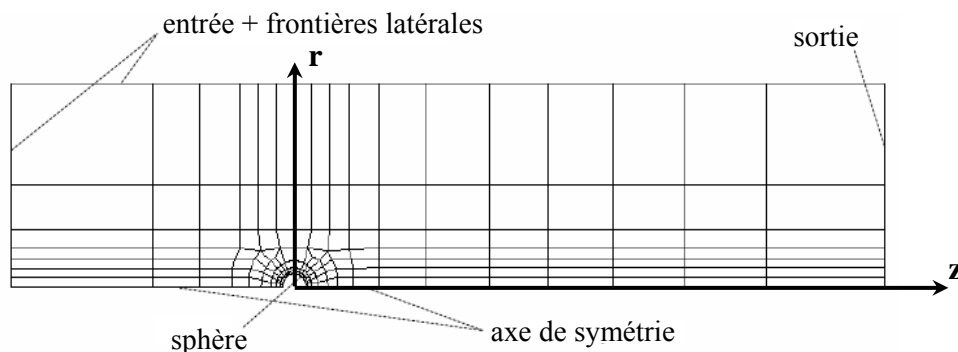


Figure 2 : Maillage typique de 169 éléments.

4. Résultats

Toutes les études numériques que l'on peut trouver dans la littérature ont été effectuées de façon axisymétrique. Or, à la transition, l'écoulement axisymétrique n'est pas stable : la validité de tels travaux est donc limitée. Les différents auteurs prédisent donc, au mieux, un effet stabilisant du chauffage en "assisting flow", où la zone de recirculation est supprimée par le chauffage, et un effet déstabilisant en "opposing flow", où la zone de recirculation croît avec le chauffage. Cet effet supposé est basé sur l'hypothèse que l'existence de la zone de recirculation (axisymétrique) est un signe précurseur de la transition à la tridimensionalité.

Dans un premier temps, nous avons déterminé les seuils de la transition à la tridimensionalité dans le cas d'une sphère fixe en "assisting" et en "opposing flow" [7]. L'étude a été essentiellement menée pour deux nombres de Prandtl, correspondant pour l'un à l'air ($Pr=0.72$) et pour l'autre à l'eau (7), et représentant ainsi les deux fluides les plus répandus. Pour chaque nombre de Prandtl, un diagramme d'état dans le plan $Ri-Re$ a été établi. La Figure 3 montre le diagramme d'état obtenu pour $Pr = 0.72$ en "opposing flow" (à gauche) et en "assisting flow" (à droite). Les lignes en gras représentent le seuil d'apparition de la tridimensionalité ; les symboles se trouvant au-dessous de ces lignes correspondent à des régimes axisymétriques et les symboles se trouvant au-dessus correspondent à des régimes tridimensionnels. Le résultat le plus marquant réside dans le fait que la perte de l'axisymétrie présente, à elle seule, une variété largement inattendue. Dans la configuration "assisting flow", l'axisymétrie est brisée via une bifurcation régulière. Le nombre d'onde du premier mode azimutal instable croît avec le nombre de Richardson : l'axisymétrie est brisée par, respectivement, le mode azimutal $m = 1$ (trait plein) pour $Ri < 0.6$, $m = 2$ (trait interrompu) pour $0.6 < Ri < 0.7$ et $m = 3$ (trait pointillé) pour $Ri > 0.7$. Dans la configuration "opposing

flow", l'axisymétrie est brisée via une bifurcation de Hopf (mode $m = 1$) pour $Ri < -0.13$ (trait -). L'étude de la stabilité de l'écoulement axisymétrique confirme qu'en "assisting flow", l'effet du chauffage est de stabiliser l'écoulement, alors qu'en "opposing flow", l'effet de la flottabilité s'opposant à l'inertie au fluide, le chauffage déstabilise l'écoulement.

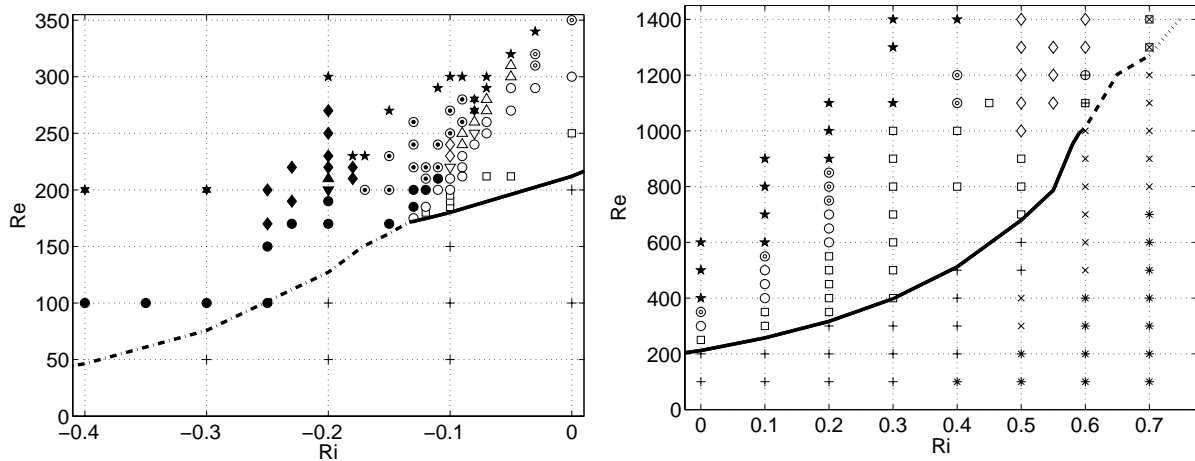


Figure 3 : Diagramme d'état pour $Pr = 0.72$ dans les configurations "opposing" (à gauche) et "assisting flow" (à droite). Les traits en gras représentent les seuils de la brisure de l'axisymétrie ; les différents symboles représentent qualitativement différents régimes d'écoulement.

Les divers symboles de la Figure 3 montrent la variété très riche des régimes tridimensionnels trouvés [8]. Pour $Pr=0.72$ et dans l'intervalle $-0.05 < Ri < 0.2$, le scénario de transition au chaos est identique à celui mis en évidence dans le cas de la sphère non-chauffée. Pour $Ri > 0.3$, la dynamique du sillage est plus complexe en raison notamment des très fortes valeurs des nombres de Reynolds et de Richardson. Dans la configuration "opposing flow", il existe des régimes à la dynamique encore plus variée dans la région où la branche de la bifurcation régulière croise celle de la bifurcation de Hopf ($-0.25 < Ri < -0.05$). Dans la région où les effets contraires de la flottabilité et de l'inertie commencent à être comparables ($Ri \sim -1$, ces régimes se trouvant en dehors de limites du diagramme de la Figure 3), le sillage devient chaotique à très bas nombres de Reynolds par un scénario relativement simple. Les simulations ont été poursuivies jusqu'à $Ri = -3$ (à $Re = 100$ et 200) afin d'étudier le retournement du panache thermique vers l'amont. Il s'agit d'un phénomène chaotique fortement intermittent. La Figure 4 montre des aspects de l'écoulement pour quelques exemples de régimes d'écoulement.

Finalement, des simulations d'une sphère libre se trouvant à une température différente de celle du fluide ont été réalisées, soit avec l'approximation de Boussinesq, soit avec les propriétés thermiques de l'eau. Dans le deuxième cas, nous avons considéré une variation linéaire de la viscosité et de la conductivité thermique avec la température, tandis que la masse volumique de l'eau a été représentée par un polynôme du deuxième degré pour tenir compte de l'expansion anormale de l'eau. Pour s'approcher le plus possible du cas réel d'un glaçon immergé dans de l'eau, nous avons implémenté dans le code une fonte sphérique du glaçon. Les simulations menées pour un glaçon (d'une température uniforme de 0°C) immergé dans de l'eau à 20°C ont montré qu'il était essentiel d'envisager les paramètres non-constants du fluide (notamment la viscosité) si l'on souhaitait réaliser une simulation fiable d'un fluide tel que l'eau.

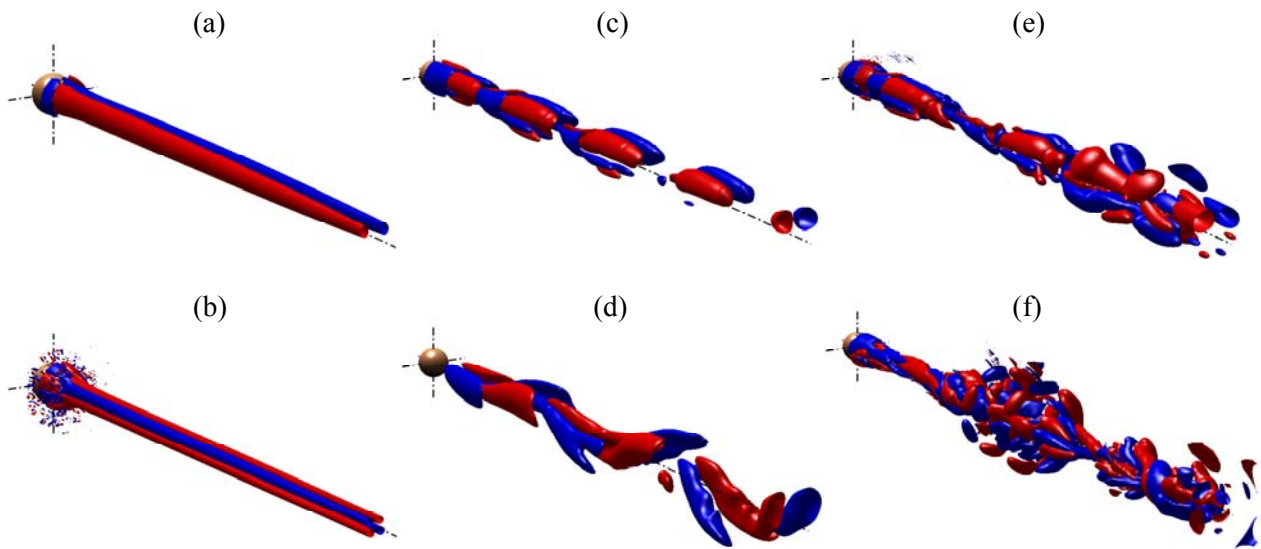


Figure 4 : Isosurfaces de vorticité axiale pour différents régimes d'écoulement à $Pr = 0.72$: a) régime stationnaire avec un plan de symétrie et deux filaments de vorticité contrarotatifs ($Ri = 0.2$, $Re = 350$, $\omega_x = \pm 0.05$), b) régime stationnaire avec deux plans de symétrie et quatre filaments de vorticité ($Ri = 0.6$, $Re = 1100$, $\omega_x = \pm 0.008$), c) détachements tourbillonnaires périodiques et asymétriques ($Ri = 0.1$, $Re = 400$, $\omega_x = \pm 0.05$), d) détachements tourbillonnaires périodiques et symétriques ($Ri = -0.15$, $Re = 170$, $\omega_x = \pm 0.25$), e) régime quasi-périodique excentré avec un plan de symétrie ($Ri = 0.1$, $Re = 55$, $\omega_x = \pm 0.06$), f) régime chaotique intermittent ($Ri = 0.2$, $Re = 1000$, $\omega_x = \pm 0.06$).

5. Conclusion

Cette étude numérique a permis de montrer que l'effet d'un chauffage, même modéré, changeait de façon drastique le scénario de transition du sillage d'une sphère fixe. Dans le cas d'une particule en mouvement libre dans de l'eau, nous avons montré qu'il était fondamental de prendre en compte la variation de la viscosité (et dans une moindre mesure de la conductivité) avec la température.

Références

- [1] G. Bouchet, M. Mebarek & J. Dušek, Hydrodynamic forces acting on a rigid fixed sphere in early transitional regimes, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 25 (2006), 321-336.
- [2] M. Jenny, J. Dušek & G. Bouchet, Instabilities and transition of a sphere falling or ascending freely in a Newtonian fluid, *J. Fluid Mech.*, 508 (2004), 201-239.
- [3] M. Jenny, G. Bouchet & J. Dušek, Nonvertical ascension or fall of a free sphere in a Newtonian fluid, *Phys. Fluids*, 15 (1), (2003), 19-112.
- [4] B. Ghidersa & J. Dušek, Breaking of axisymmetry and onset of unsteadiness in the wake of a sphere, *J. Fluid Mech.*, 423 (2000), 33-69.
- [5] T.A. Johnson & V.C. Patel, Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300, *J. Fluid Mech.*, 378 (1999), 19-70.
- [6] A. Patera, A spectral element method for fluid dynamics: laminar flow in a channel expansion, *Journal of Computational Physics*, 54 (1984), 468-488.
- [7] M. Kotouč, G. Bouchet & J. Dušek, Loss of axisymmetry in flow past a heated sphere - assisting flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 51 (2008), 2686-2700.
- [8] M. Kotouč, G. Bouchet & J. Dušek, Transition to turbulence in the wake of a fixed sphere in mixed convection, *J. Fluid Mech.*, to appear, (2009).