

Etude thermique de l'écoulement en convection forcée d'un fluide viscoplastique dans une conduite maintenue à température uniforme : influence de la dissipation visqueuse.

Abdelkader BOUTRA, Nabila LABSI*, Youb Khaled BENKAHLA

Laboratoire des phénomènes de transfert

Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene USTHB

B.P. 32, El-Alia Bab-Ezzouar, 16111 Alger, ALGERIE.

*(auteur correspondant: nabilalabsi@yahoo.fr)

Résumé - Le présent travail porte sur l'étude numérique de l'effet des nombres de Reynolds et de Bingham ainsi que de la dissipation visqueuse sur les caractéristiques thermiques de l'écoulement laminaire stationnaire en convection forcée du fluide de Bingham, à l'intérieur d'une conduite circulaire maintenue à température pariétale uniforme. Un modèle rhéologique proposé par Papanastasiou a été utilisée. La comparaison des présents résultats avec ceux issus de la littérature a permis la validation du présent code de calcul.

Nomenclature

Bn Nombre de Bingham, $= \tau_0 D / \mu_0 V_0$

Br Nombre de Brinkman, $= \mu_0 V_0^2 / k(T_0 - T_w)$

C_p Chaleur spécifique à pression constante, $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$

D Diamètre de la conduite, m

Gz^{-1} Inverse du nombre de Graetz, $= x/D\ Re\ Pr$

k Conductivité thermique, $W\ m^{-2}\ K^{-1}$

L Longueur de la conduite, m

m Paramètre de croissance exponentielle, s

M Paramètre de croissance exponentielle adimensionnelle, $= m\ V_0/D$

Nu Nombre adimensionnel de Nusselt, $= (-1/\phi_m)(\partial\phi_m/\partial R)|_{R=0.5}$

p^* Pression, Pa

P^* Pression adimensionnelle, $= p^*/\rho\ V_0^2$

Pr Nombre de Prandtl, $= \mu_0 C_p/k$

R Coordonnée radiale, m

r_w Rayon de la conduite, m

R Coordonnée radiale adimensionnelle, $= r/D$

Re Nombre de Reynolds, $= \rho V_0 D / \mu_0$

T Température, K

T_0 Température d'entrée, K

T_w Température à la paroi, K

U Vitesse axiale adimensionnelle, $= V_x/V_0$

V Vitesse radiale adimensionnelle, $= V_r/V_0$

V_0 Vitesse moyenne, m/s

x Coordonnée axiale, m

X Coordonnée axiale adimensionnelle, $= x/D$

Symbols grecs

$\dot{\gamma}$ Taux de cisaillement adimensionnel

η Viscosité effective, $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$

η_{eff} Viscosité effective adimensionnelle, $= \eta/\mu_0$

μ_0 Viscosité plastique, $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$

ρ Mass density, $kg\ m^{-3}$

$\tau_{\square 0}$ Contrainte seuil de cisaillement, Pa

ϕ Température adimensionnelle, $= (T-T_w)/(T_0-T_w)$

ϕ_m Température moyenne adimensionnelle, $= (T_m-T_w)/(T_0-T_w)$

1. Introduction

Une grande catégorie de fluides rencontrés dans l'industrie agroalimentaire, pharmaceutique ou pétrolière n'obéit pas au modèle de Newton qui décrit les fluides composés de molécules simples. En effet, ces fluides possèdent un comportement plus complexe et sont appelés fluides non newtoniens. Parmi ces derniers, il existe une classe appelée fluides viscoplastiques. Ce sont des fluides caractérisés par une contrainte seuil à partir de laquelle l'écoulement a lieu. La représentation la plus simple de ce type de fluides est le fluide de Bingham.

Plusieurs travaux ont été effectués dans le but d'étudier le comportement de l'écoulement de ces fluides. Vradis et al. [1] ont procédé à l'étude numérique du problème du développement simultané des champs hydrodynamique et thermique dans la région d'entrée d'une conduite circulaire. Ils ont considéré l'écoulement laminaire du fluide de Bingham avec et sans dissipation visqueuse et ont supposé que les propriétés physiques et rhéologiques du fluide étaient maintenues constantes. Quelques années plus tard, Min et al. [2] étudièrent numériquement le développement hydrodynamique et simultané de l'écoulement laminaire du fluide de Bingham dans une conduite circulaire. Pour le développement simultané, ils ont trouvé que les caractéristiques du transfert de chaleur présentent les mêmes tendances que celles prédites par la méthode analytique du problème de Graetz.

L'objectif du présent travail est l'étude numérique par le biais des volumes finis basée sur l'algorithme SIMPLER, de l'effet des nombres de Reynolds et de Bingham ainsi que de la dissipation visqueuse sur les caractéristiques thermiques de l'écoulement laminaire en convection forcée d'un fluide incompressible obéissant au modèle rhéologique de Bingham, à l'intérieur d'une conduite circulaire maintenue à température pariétale uniforme. Les propriétés physiques et rhéologiques du fluide sont supposées constantes et uniformes. Pour pouvoir décrire le comportement du fluide dans la région à faible cisaillement et pour éviter les instabilités dans cette région, une équation rhéologique proposée par Papanastasiou a été utilisée. Les résultats obtenus sont comparés aux résultats issus des études antérieures.

2. Mise en équation du problème physique

Considérons dans ce qui suit, un fluide de Bingham incompressible en écoulement laminaire et stationnaire à l'intérieur d'une conduite cylindrique de longueur L et de rayon r_w maintenue à température pariétale uniforme T_w . Supposons aussi que les propriétés physique et rhéologiques du fluide sont constantes.

Les équations générales qui régissent l'écoulement sont les suivantes :

Equation de continuité :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RV)}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad (1)$$

Equations de l'impulsion :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RVV)}{\partial R} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} = -\frac{\partial P^*}{\partial R} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \tau_{RR} \right) + \frac{\partial \tau_{RX}}{\partial X} \right] \quad (2)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RVU)}{\partial R} + \frac{\partial(UU)}{\partial X} = -\frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \tau_{RX} \right) + \frac{\partial \tau_{XX}}{\partial X} \right] \quad (3)$$

Equation de l'énergie :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RV\phi)}{\partial R} + \frac{\partial(U\phi)}{\partial X} = \frac{1}{Pr Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} \right] + \frac{Br}{Pr Re} \eta_{\text{eff}} \dot{\gamma}^2 \quad (4)$$

Dans le but d'éviter les instabilités numériques dans la région à faible vitesse de cisaillement, une loi constitutive proposée par Papanastasiou, décrivant le comportement du fluide de Bingham est utilisée [2] :

$$\eta_{\text{eff}} = 1 + \frac{Bn}{\dot{\gamma}} [1 - \exp(-M \dot{\gamma})] \quad (5)$$

M est un paramètre adimensionnel qui représente la croissance de l'exponentielle ($M = mV_0/D$). Min et al. [2] ainsi que Mitsoulis [3] conseillent de prendre $m = 1000$ s. En effet, plus la valeur de m et par conséquent M, est élevée et plus le modèle décrit le cas Bingham idéal [3].

La résolution des équations (1-4) nécessite les conditions aux limites suivantes :

$$\text{à l'entrée (X = 0)} \quad U = 1 \quad V = 0 \quad \phi = 1 \quad (6)$$

$$\text{à la paroi (R = 0.5)} \quad U = V = 0 \quad \phi = 0 \quad (7)$$

$$\text{sur l'axe de symétrie (\theta = 0)} \quad \frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0 \quad (8)$$

La technique numérique de résolution utilisée dans la présente étude est basée sur la méthode des volumes finis proposée par Patankar [4]. Les équations générales mises sous la forme d'une équation algébrique sont résolues par le biais de l'algorithme SIMPLER.

3. Résultats et discussion

3.1. Validation du code de calcul

Pour valider notre code de calcul, une comparaison entre les résultats issus de la présente étude et ceux de Min et al. [2] pour un écoulement sans dissipation visqueuse, est effectuée. Les mêmes hypothèses ont été prises sauf que Min et al. [2] ont utilisé la méthode des éléments finis. La figure 1, qui illustre la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Graetz pour différentes valeurs du nombre de Reynolds ($Re = 5, 25$ et 50), en prenant $Pr = 1$ et $Bn = 1,99$, montre un bon accord entre les résultats obtenus et ceux de Min et al. [2] étant donnée que l'erreur ne dépasse pas 3%.

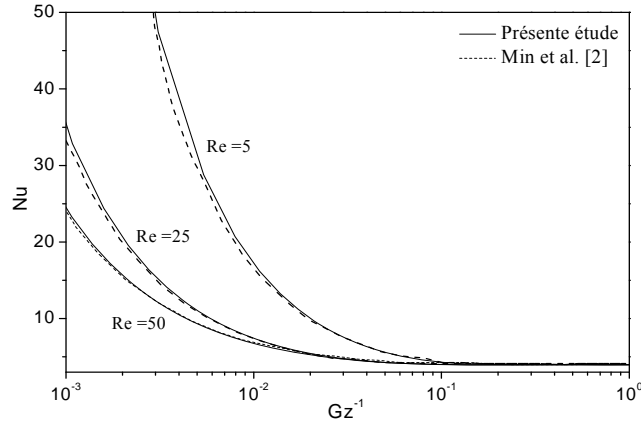


Figure 1 : Comparaison entre les valeurs du nombre de Nusselt local résultant de la présente étude et celles de Min et al [2] pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. $Pr = 1$, $Bn = 1,99$.

3.2. Effet du nombre de Reynolds sur les caractéristiques thermiques de l'écoulement

La figure 2 montre l'évolution axiale du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs du nombre de Reynolds, en considérant $Pr = 1$ et $Bn = 1,99$ et en négligeant la dissipation visqueuse. Les courbes présentent la même forme : une décroissance prononcée au voisinage de l'entrée puis une tendance asymptotique vers une même valeur du nombre de Nusselt, indépendante du nombre de Reynolds. Ceci représente l'atteinte de l'écoulement complètement développé. D'un autre côté, il est à noter que l'augmentation du nombre de Reynolds entraîne l'augmentation du nombre de Nusselt ainsi que celle de la longueur thermique d'entrée. Ces résultats sont en accord avec ceux trouvés par Vradis et al. [1] ainsi que Min et al. [2].

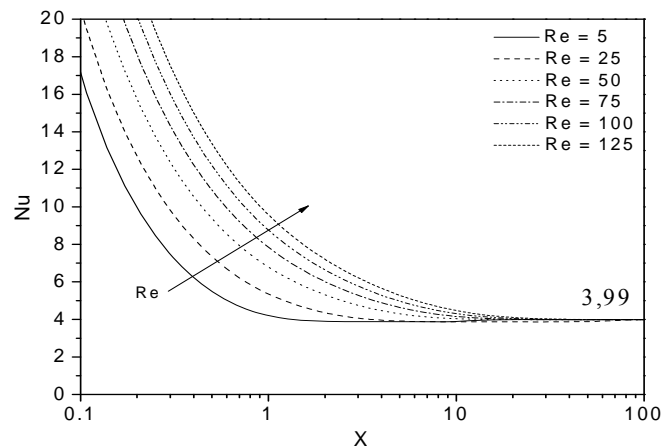


Figure 2 : Evolution axiale du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. $Pr = 1$, $Bn = 1,99$ et $Br = 0$.

3.3. Effet du nombre de Bingham sur les caractéristiques thermiques de l'écoulement

La Figure 3 illustre l'effet de la contrainte seuil, représentée par le nombre de Bingham, sur l'évolution axiale du nombre de Nusselt et ce, pour $Re = 25$ et $Pr = 1$ et en l'absence de la dissipation visqueuse. L'effet du nombre de Bingham est faiblement ressenti à l'entrée de la conduite mais devient de plus en plus intense en s'éloignant de celle-ci, en d'autres termes dans la région correspondant à un écoulement complètement développé. Cet effet reste

néanmoins faible étant donné que la dissipation visqueuse n'était pas prise en compte. Cette observation a également été reportée par Vradis et al. [1] ainsi que Min et al. [2]. Nous constatons, cependant, que l'augmentation du nombre de Bingham améliore le transfert thermique.

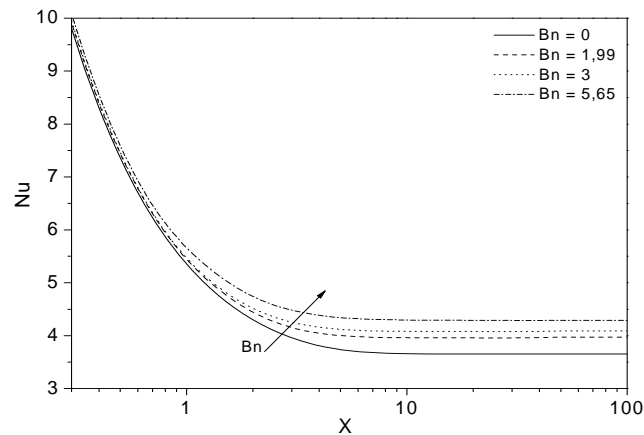


Figure 3 : Evolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes valeurs du nombre de Bingham. $Re = 25$, $Pr = 1$ et $Br = 0$.

3.4. Effet de la dissipation visqueuse sur les caractéristiques thermiques de l'écoulement

L'introduction de la dissipation visqueuse, représentée par le nombre de Brinkman, dans l'équation de l'énergie, a entraîné un effet considérable sur les caractéristiques thermiques de l'écoulement du fluide de Bingham, en raison de ses caractéristiques rhéologiques. Effectivement, étant donné que c'est un fluide visqueux, les frottements au sein du fluide en écoulement augmentent donnant lieu à une chaleur supplémentaire. En s'éloignant de l'entrée de la conduite, l'effet de la dissipation visqueuse s'intensifie et la température moyenne du fluide dépasse l'unité, d'après la Figure 4. Nous remarquons que le maximum de la dissipation visqueuse est concentré à partir de $X = 30$ (position à partir de laquelle nous obtenons une température moyenne maximale pour chaque valeur de Br).

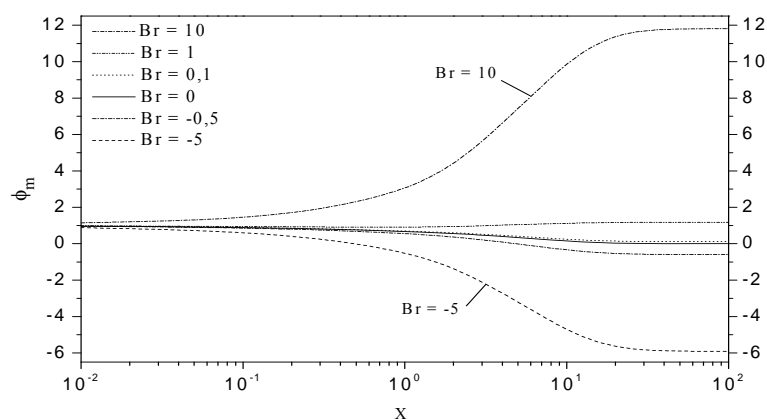


Figure 4 : Evolution de la température moyenne pour différentes valeurs du nombre de Brinkman. $Re = 25$, $Pr = 1$, $Bn = 1,99$.

Les courbes représentant l'évolution axiale du nombre de Nusselt local paroi-fluide illustrées sur la Figure 5, tendent vers une valeur limite indépendante du nombre de Brinkman, traduisant l'établissement du régime thermique. Cette valeur est trois fois supérieure à celle obtenue lorsque la dissipation visqueuse n'était pas prise en compte. Il est à

noter également que pour les valeurs négatives du nombre de Brinkman ($Br = -0,1$ et $Br = -5$), les courbes présentent une discontinuité qui apparaît lorsque la température moyenne du fluide s'approche de celle de la paroi ($\phi = 0$) engendrant ainsi, un état d'indétermination. En plus, nous remarquons l'existence de valeurs négatives du nombre de Nusselt (pour $Br = -0,1$ et $Br = -5$) qui pourraient être expliquées par le fait que lorsque la température du fluide est inférieure à celle de la paroi, le flux de chaleur change de direction. En conclusion, négliger la dissipation visqueuse, tend à sous-estimer le transfert de chaleur de près de 68%

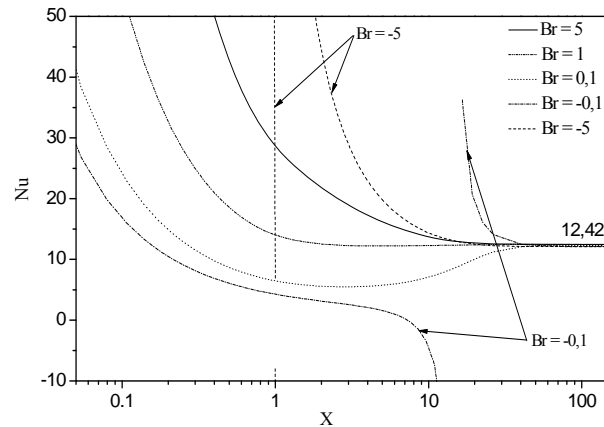


Figure 5 : Evolution du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs du nombre de Brinkman. $Re = 25$, $Pr = 1$, $Bn = 1,99$.

4. Conclusion

Une étude numérique basée sur la méthode des volumes finis est entreprise dans le présent article. Elle consiste en l'écoulement laminaire stationnaire en mode de convection forcée, d'un fluide incompressible obéissant au modèle de Bingham circulant à l'intérieur d'une conduite cylindrique maintenue à température uniforme. Dans le but d'éviter les instabilités numériques dans la région à faible taux de cisaillement, le modèle de viscosité de Papanastasiou a été adopté pour décrire le comportement de ce fluide. La validation du présent code de calcul était confirmée en comparant les résultats issus de la présente étude avec ceux de la littérature.

Les présents résultats montrent que les caractéristiques du transfert de chaleur sont fortement affectées par les variations des nombres de Reynolds et de Bingham. En effet, l'augmentation de ces derniers entraîne un accroissement du nombre de Nusselt et par conséquent, une amélioration du transfert thermique entre le fluide et la paroi. Concernant l'effet de la dissipation visqueuse, cette dernière améliore d'une façon considérable, le transfert de chaleur puisque la valeur asymptotique du nombre de Nusselt augmente de près de 68% par rapport au cas où la dissipation visqueuse n'était pas prise en compte.

Références

- [1] G. C. Vradis, J. Dougher et S. Kumar, Entrance pipe flow and heat transfer for a Bingham plastic, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 36 (1993), 543-552.
- [2] T., Min, H. G. Choi, J. Y. Yoo et H. Choi, Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe-II. Numerical approach-hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40 (1997), 3689-3701.
- [3] E. Mitsoulis, On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder: wall effects, *Chem. Eng. Sci.*, 59 (2004), 789-800.
- [4] S. V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, *McGraw. New York*, (1980).