

Phénomènes de constriction thermique durant le procédé de dépôt par projection plasma

N. LARAQI^{1*}, M. EL GANAOU²

¹Université Paris 10, PST Ville d'Avray, Thermique Interfaces Environnement, TIE
1- Chemin Desvallières, 92410 Ville d'Avray

²SPCTS UMR 6638 CNRS Université de Limoges. FST, 123 Av Albert Thomas 87060 Limoges

* Auteur correspondant : najib.laraqi@u-paris10.fr

Résumé- Les densités de flux mises en jeu lors de la réalisation de dépôts par projection thermique culminent à quelques centaines de W/mm^2 . La durée de l'étalement des gouttes est extrêmement faible, de l'ordre de la μs . Les phénomènes interfaciaux de constriction thermique dépôt/substrat jouent un rôle extrêmement important puisqu'ils contrôlent le refroidissement du dépôt par le substrat et conditionnent de ce fait le comportement thermomécanique du dépôt. Nous présentons dans ce travail une approche analytique destinée au calcul de la résistance thermique de constriction durant l'étalement d'une goutte projetée sur un substrat et étudions l'effet de la vitesse sur ce phénomène.

Nomenclature

| | | | |
|--------|--|-------------------------|-------------------------------------|
| A | aire, m^2 | V | vitesse, $m.s^{-1}$ |
| a | rayon du contact, m | V^* | vitesse adimensionnelle |
| b | rayon du tube de flux, m | <i>Symboles grecs :</i> | |
| J_m | fonction de Bessel d'ordre m (ici : $m = 0, m = 1$) | α | diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$ |
| k | conductivité, $W.m^{-1}.K^{-1}$ | β_n | racines de l'équation transcendante |
| q | densité de flux, $W.m^{-2}$ | ε | rapport géométrique, $= a/b$ |
| R | résistance thermique, $K.W^{-1}$ | ψ | résistance adimensionnelle |
| r, z | coordonnées cylindriques, m | <i>Indices :</i> | |
| T | variation de température, K | a | apparente |
| t | temps, s | c | contact, ou constriction |

1. Introduction

La réalisation de dépôts par projection thermique est largement utilisée dans l'industrie du traitement de surface. Le dispositif d'étude élémentaire de ce procédé étant une goutte liquide déposée sur un support solide (substrat). Ce dépôt passe par plusieurs phases (impact, étalement, solidification, ..) [1-4] et met en jeu également la qualité du contact entre la goutte et le substrat. Les échelles caractéristiques en temps et espace diffèrent de plusieurs ordres de grandeurs et la compréhension demeure incomplète à présent. Le caractère évolutif de l'aire de contact et les phénomènes physiques qui s'opèrent durant le dépôt, tels que les variations de contraintes et le changement de phase sont autant de facteurs qui rendent difficile l'interprétation et la modélisation, fine, de ce processus. Des études thermiques portant sur la mesure de la résistance de contact durant l'étalement d'une goutte sur un substrat ont été développées pour des vitesses d'étalement modérées [5,6]. La problématique de la constriction thermique avec une aire évolutive est posée pour d'autres applications,

notamment celles du procédé de mise en forme des matériaux [7,8]. Il s'agit en effet des procédés de forgeage à chaud, du laminage, du formage à froid ...

Nous proposons dans cet article une approche analytique pour étudier l'évolution transitoire de la température et de la résistance thermique de constriction durant l'étalement d'une goutte sur un substrat. La géométrie étudiée est celle d'un cylindre semi-infini (le substrat) recevant sur l'une de ses faces planes une source de chaleur circulaire, centrée par rapport à son axe, et dont le rayon est variable. La solution proposée est très simple d'utilisation. L'évolution de la résistance thermique de constriction est étudiée en fonction de la vitesse de variation de l'aire de contact et des paramètres physiques du problème.

2. Description du modèle

Le caractère, extrêmement rapide, d'étalement des gouttes durant les procédés de projection thermique (figure 1) nous permet de choisir la configuration de milieu semi-infini en ce qui concerne le substrat. Ce choix n'est pas une limitation du modèle proposé. Ce milieu semi-infini reçoit un flux surfacique sur une aire circulaire dont le rayon $a(t)$ varie au cours du temps (figure 2). Le substrat est un cylindre de rayon $r=b$, dont la surface latérale est supposée adiabatique. L'aire occupée par la goutte projetée est simulée par une source de chaleur de densité q , supposée uniforme et constante (cette hypothèse n'est pas une limitation du modèle). Les propriétés thermophysiques du substrat sont supposées constantes. La température de référence est prise égale à zéro. Etant donné ces hypothèses et compte tenu des notations de la figure 2, les équations du problème s'écrivent sous la forme :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

$$(T)_{r,z,t=0} = 0 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{0,z,t} = 0, \quad \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{b,z,t} = 0 \quad (3)$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{r,0,t} = \begin{cases} q & (r \leq a(t)) \\ 0 & (a(t) \leq r \leq b) \end{cases}, \quad (T)_{r,\infty,t} = 0 \quad (4)$$

3. Solution analytique

Les équations (1-4) peuvent être résolues en utilisant la transformée de Hankel finie suivante :

$$\tilde{T} = \int_0^b r T J_0(\beta_n r) dr \quad (5)$$

Dans l'équation (5) J_0 représente la fonction de Bessel d'ordre 0 et β_n sont les racines de l'équation transcendante suivante :

$$J_1(\beta_n b) = 0 \quad (6)$$

La première racine $\beta_0 = 0$ est solution de l'équation (6). Elle correspond en effet au terme moyen. Les autres valeurs de β_n vérifiant (6) peuvent être déterminées par l'utilisation de la

relation de McMahon [9, p. 371]. Cette relation permet d'éviter des calculs numériques pour la recherche des zéros de l'équation transcendante (6).

Le nouveau système écrit dans l'espace de Hankel se trouve réduit à un problème transitoire 1D en \tilde{T} , donné par :

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial z^2} - \beta_n^2 \tilde{T} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} \quad (7)$$

$$\tilde{T}_{z,0} = 0 \quad (8)$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial z} \right)_{0,t} = q \frac{a(t) J_1(\beta_n a(t))}{\beta_n}, \quad (\tilde{T})_{\infty,t} = 0 \quad (9)$$

La solution du système (7-9) peut être déterminée par l'utilisation des fonctions de Green ou du théorème de Duhamel [10]. Elle s'écrit sous la forme :

$$\tilde{T} = \frac{q\sqrt{\alpha}}{kb\beta_n\sqrt{\pi}} \int_0^t a(t-\tau) J_1[\beta_n a(t-\tau)] e^{-(\alpha\beta_n^2\tau + z^2/4\alpha\tau)} \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \quad (10)$$

La transformée inverse de Hankel finie est donnée par :

$$T = \frac{2}{b^2} \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{T} \frac{J_0(\beta_n r)}{J_0^2(\beta_n b)} \quad (11)$$

Elle permet de déterminer l'expression finale $T(r, z, t)$ sous la forme :

$$T = \frac{q\sqrt{\alpha}}{kb^2\sqrt{\pi}} \left\{ \int_0^t \frac{a^2(t-\tau) e^{-z^2/4\alpha\tau} d\tau}{\sqrt{\tau}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_0(\beta_n r)}{\beta_n J_0^2(\beta_n b)} \int_0^t a(t-\tau) J_1[\beta_n a(t-\tau)] e^{-\alpha\beta_n^2\tau - z^2/4\alpha\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \right\} \quad (12)$$

Le premier terme de l'équation (12) est le terme moyen pour lequel $\beta_0 = 0$. Il donne en effet l'expression de la température moyenne par section z . Ainsi, si le rayon a était constant, on aurait $T_{z=0,t} = 2q(a^2/b^2)\sqrt{\alpha t/\pi}/k$, qui est la solution d'un milieu semi-infini 1-D soumis à un flux uniforme, ici le flux moyen : $q(a^2/b^2)$.

On calcule la résistance thermique de constriction en utilisant la définition suivante :

$$R_c = \frac{T_c - T_a}{q\pi a^2(t)} \quad (13)$$

Dans l'expression (13), T_c et T_a sont respectivement les températures moyennes des aires réelle et apparente de contact. Ces températures sont déterminées par intégration de l'équation (12). On déduit ainsi l'expression de la résistance thermique de constriction sous la forme :

$$R_c = \frac{4b^2 \sqrt{\alpha}}{k\pi^{3/2} a^3(t)} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\beta_n a(t))}{\beta_n^2 J_0^2(\beta_n b)} \times \int_0^t a(t-\tau) J_1[\beta_n a(t-\tau)] e^{-\alpha \beta_n^2 \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \right\} \quad (14)$$

On choisit une écriture adimensionnelle de la résistance thermique de constriction en utilisant la notation suivant : $\psi = R_c \lambda \sqrt{A_c}$, où $A_c = \pi a^2$ est l'aire réelle de contact.

La solution du cas particulier $a=Cste$, déduite de (14) s'écrit sous la forme :

$$\psi(a=Cste, t) = \frac{4b}{\sqrt{\pi a}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2(\beta_n a)}{(\beta_n b)^3 J_0^2(\beta_n b)} \operatorname{erf}(\beta_n \sqrt{\alpha t}) \quad (15)$$

Elle permet de déterminer, lorsque $t \rightarrow \infty$, l'expression classique, connue en régime permanent:

$$\psi(a=cste, t \rightarrow \infty) = \frac{4b}{\sqrt{\pi a}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2(\beta_n a)}{(\beta_n b)^3 J_0^2(\beta_n b)} \quad (16)$$

4. Résultats et analyse

L'expression de la résistance thermique de constriction, donnée par l'équation (14) peut être résolue numériquement sans difficulté. Pour mettre en œuvre cette solution, nous considérons le cas d'une évolution linéaire du rayon de la goutte en fonction du temps, soit :

$$a(t) = a_0 + Vt \quad (17)$$

Le rayon a_0 est le rayon initial et V est sa vitesse d'expansion. Ce choix d'évolution linéaire de $a(t)$ est arbitraire, le modèle peut être utilisé pour toute autre loi d'évolution. On introduit deux paramètres adimensionnels : $\varepsilon = \sqrt{A_c / A_a} = a/b$ (où $A_a = \pi b^2$ est l'aire apparente de contact) et $V^* = Vb/\alpha$ (équivalent à un nombre de Peclet).

La figure 3 présente l'évolution de la résistance thermique de constriction adimensionnelle ψ en fonction du temps adimensionnel $t^* = t\alpha/b^2$ pour différentes valeurs de V^* . Ces courbes mettent en évidence la décroissance de ψ avec l'augmentation du temps (ou du rayon a de la goutte). Cette décroissance est, comme on pouvait le prévoir, d'autant plus lente que la vitesse est petite.

Pour mettre en évidence l'effet de l'établissement de la constriction, nous avons tracé sur la figure 4, l'évolution de ψ en fonction du paramètre géométrique ε (donc du rayon instantané de la goutte) pour différentes vitesses. Une même valeur de ε correspond à un même rayon de la goutte, à la différence près que ce rayon est atteint plus ou moins rapidement selon la valeur de la vitesse V . Les courbes représentatives montrent que, dans le cas d'évolution linéaire du rayon de la goutte, étudié ici, la vitesse $V^* \approx 0.1$ correspond à la valeur critique en dessous de laquelle la constriction est pleinement développée.

5. Conclusion

Nous avons présenté une solution analytique pour calculer la distribution de température et la résistance thermique de constriction pour une goutte en cours d'étalement sur un substrat. Cette solution est simple à utiliser. Elle nous a permis de mettre en évidence le phénomène d'établissement de la constriction thermique et de déduire un seuil de vitesse d'étalement dans le cas particulier de croissance linéaire du rayon de la goutte. On peut étudier à l'aide de ce modèle d'autres lois d'évolution du rayon de la goutte qui ne sont pas forcément monotones. Cela peut être le cas par exemple de décollement après étalement. Le rayon de la goutte augmente puis diminue suite au décollement au niveau des bords. Le modèle peut être étendu sans difficultés à d'autres morphologies de gouttes (aire de type prismatique, ou en forme de doigts).

Références

- [1] P. Fauchais, Understanding Plasma Spraying. J.Phys. D. Applied Physics 37(2004), R86-R10.
- [2] B. Pateyron, A. Vardelle, M. El Ganaoui, G. Delluc, and P. Fauchais, 1D Modeling of coating formation under plasma spraying conditions: Splat cooling and laying. In Progress in Plasma Processing of Materials. N.Y. USA, pp.519-526, 2001.
- [3] A. Grimaud, M. Bouneder, S. Menecier, M. ElGanaoui, Faisabilité d'une méthode d'évaluation de la résistance thermique de contact entre une lamelle céramique écrasée sur un substrat métallique. Mécanique & Industries, vol. 8, pp. 71-75, 2007.
- [4] S. Ben Nouna, M. ElGanaoui, H. Sammouda, P. Fauchais, A Model for Rapid Solidification for Plasma Spraying. Materials Science Forum (MSF) by Trans Tech Publications (TTP), Switzerland, Vol. 553, pp. 223-230, 2007.
- [5] T. Loulou, J.P. Bardon, Premiers instants du refroidissement d'une goutte métallique après son impact sur une paroi, Revue Générale de Thermique, vol. 36 , n° 9 , pp. 682-689, 1997.
- [6] T. Loulou E.A. Artyukhin, J.P. Bardon, Estimation of thermal contract resistance during the first stages of metalsolidification process : II-experimental setup and results, International journal of heat and mass transfer, vol. 42 , no 12 , pp. 2129 – 2142, 1999.
- [7] V. Goiset, B. Bourouga, J.P. Bardon, Influence of the hot forging parameters on the workpiece-die thermal contact, Int. J. Forming Proces., vol. 1, n°4, pp. 485-500, 1998.
- [8] B. Bourouga, V. Goiset, J.P. Bardon, The workpiece-die thermal contact during a hot forging proces:validation of the thermal contact resistance assumption and influence of the workpiece constitutive law, Int. J. heat Mass Transfer, vol. 44, pp. 4107-4117, 2001.
- [9] M. Abramowitz, I.A. Stegun, Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications, 1964.
- [10] H.S. Carslaw, J.C. Jaeger, Conduction of heat in solids, Oxford University Press, 1959.

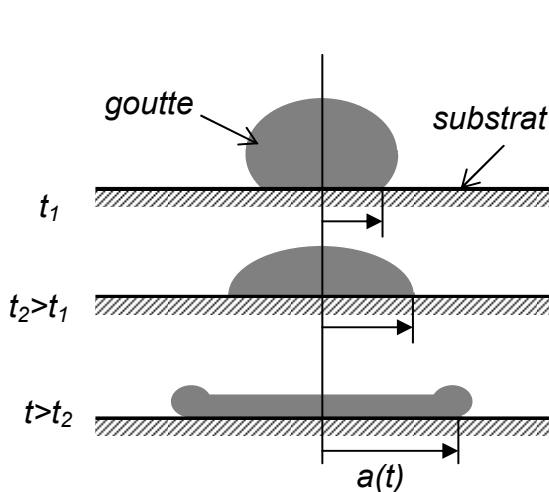


Figure 1 : Différentes étapes d'étalement d'une goutte

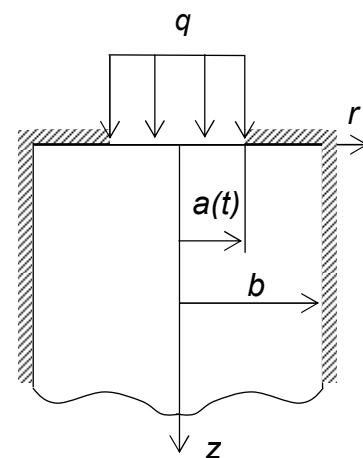


Figure 2 : Schéma du modèle

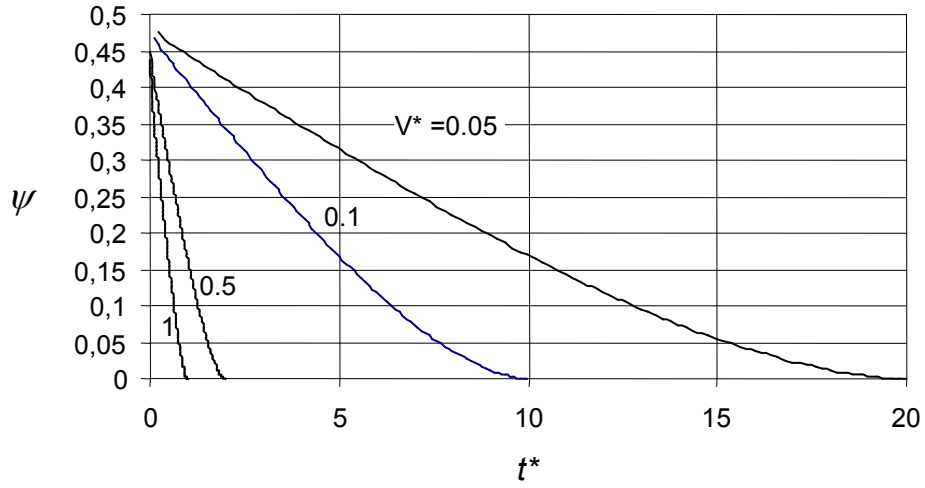


Figure 3 : Résistance de constriction transitoire pour différentes vitesses d'étalement de la goutte

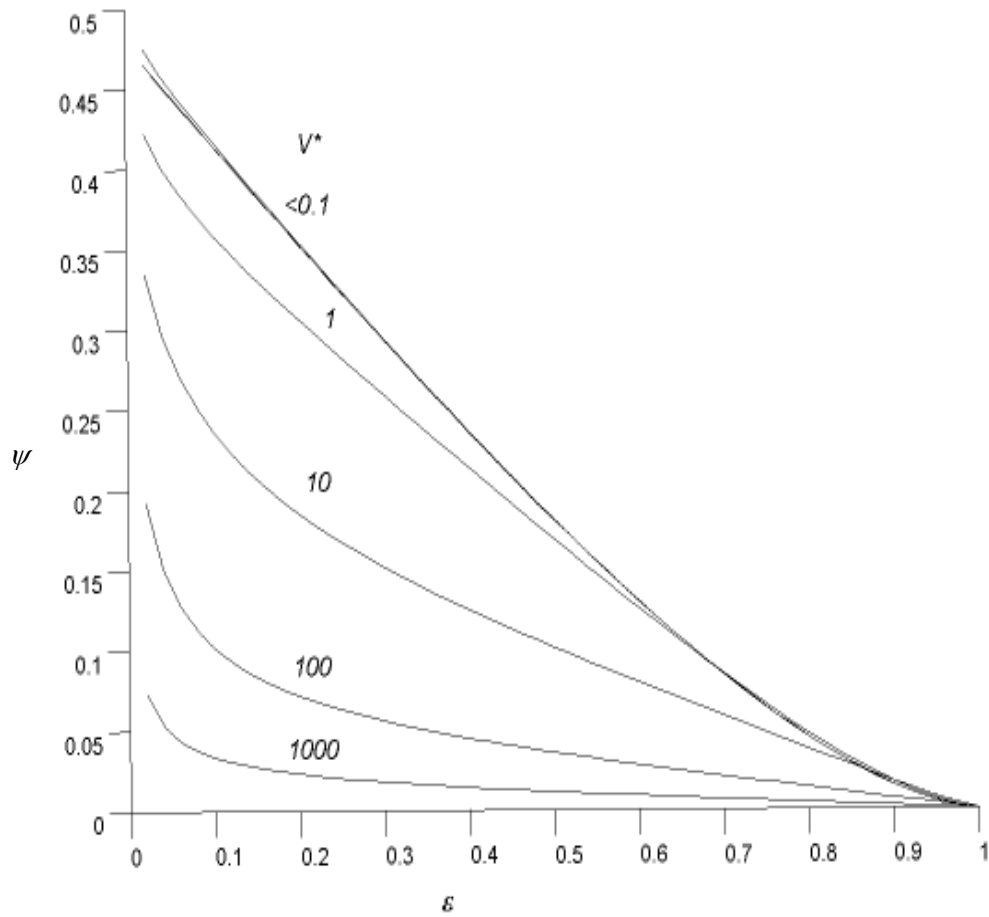


Figure 4 : Résistance thermique de constriction en fonction de ε pour différentes vitesses d'étalement de la goutte