

# Présentation d'un modèle de transfert radiatif pour implémentation dans un Modèle de Circulation Générale terrestre.

N. Meilhac<sup>1\*</sup>, V. Eymet<sup>1</sup>, S. Blanco<sup>1</sup>, R. Fournier<sup>1</sup>, J.L. Dufresne<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire PLAsma et Conversion de l'Energie (LAPLACE) UMR 5213 - Université Paul Sabatier  
118 route de Narbonne - 31062 Toulouse Cedex

<sup>2</sup> Laboratoire de Météorologie Dynamique du C.N.R.S

\*(auteur correspondant : nicolas.meilhac@laplace.univ-tlse.fr)

**Résumé** - Nous présentons un modèle de transmittivité moyenne de bande étroite permettant le calcul des échanges radiatifs à grande distance dans un Modèle de Circulation Générale. Notre modèle est ici testé par-rapport aux résultats donnés par deux modèles statistiques de bande étroite.

## Nomenclature

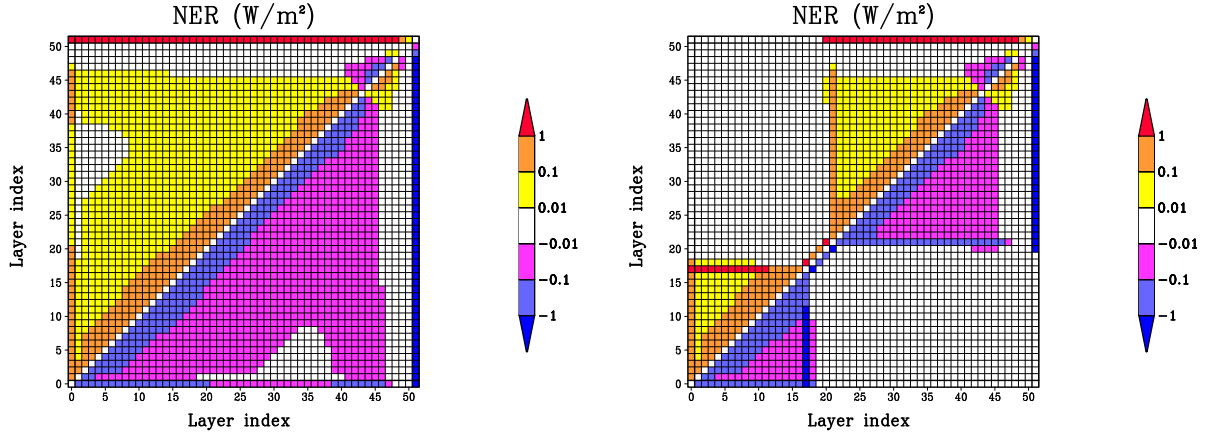
$B$	Luminance de Planck	$\rho$	Concentration volumique
$\bar{T}$	Transmittivité moyenne	$\Psi$	Puissance Nette Echangée (PNE) entre deux éléments
$\bar{A}$	Absorption moyenne	$\nu$	nombre d'onde
$k_a$	Coefficient d'absorption	$i$	élément de paroi ou volume de gaz
$\sigma$	Section efficace massique	$j$	élément de paroi ou volume de gaz
$m$	Masse surfacique		

## 1. Introduction

Différentes paramétrisations du transfert radiatif ont été proposées récemment pour les atmosphères terrestre, martienne et vénusienne sur la base d'une formulation en Puissances Nettes Echangées (PNE). Dans une telle formulation, la puissance radiative émise par un élément et absorbée par un autre est considérée de manière simultanée avec l'échange réciproque : le modèle physique proposé concerne directement l'échange net entre les deux éléments. Cette formulation présente un intérêt très fort en terme de paramétrisation, car des modèles physiques très différents peuvent être utilisés pour le calcul de chaque PNE sans aucune violation ni de la conservation de l'énergie, ni du second principe de la Thermodynamique. Ces deux points sont assurés par la formulation elle-même et sont préservés lors du passage au numérique. Sur la base d'une formulation en PNE, il est donc possible d'utiliser des modèles physiques correspondants à des niveaux d'approximation très différents en fonction du rôle de la PNE considérée. Dans cet article, il sera présenté une méthode permettant la modélisation des échanges nets à grande distance dans une atmosphère homogène.

## 2. Formalisme en Puissance Nette Echangée

La formulation en PNE fut proposée par Green en 1967 [1]. Pour deux éléments  $i$  et  $j$  d'un système, la PNE entre ces deux éléments est la puissance radiative émise par  $i$  et absorbée par  $j$ , moins la puissance radiative émise par  $j$  et absorbée par  $i$ . Après avoir déterminé toutes les PNE entre les différents éléments, on obtient une matrice antisymétrique ( $\Psi_{i,j} = -\Psi_{j,i}$ ) qui permet de représenter les redistributions d'énergie entre les éléments. Des utilisations récentes de ce formalisme ont été proposées pour l'optimisation des algorithmes de Monte-Carlo [2-7].



(a) Matrice de PNE pour la Terre en configuration ciel clair

(b) Matrice de PNE pour la Terre en présence d'un nuage à altitude moyenne

Figure 1 : Matrices de PNE pour l'atmosphère terrestre découpée verticalement en  $m = 50$  mailles. La présence d'un nuage en (b) empêche les échanges nets entre éléments situés de part et d'autre du nuage. Ce nuage se comporte donc schématiquement comme une paroi réfléchissante et absorbante.

La figure 1 présente deux matrices de PNE dans le cas de l'atmosphère terrestre : la première (a) en configuration ciel clair, la seconde (b) en présence d'un nuage. On peut voir qu'en première approximation, les échanges nets dominants sont les échanges nets entre chaque maille de gaz et les parois (sol, espace, haut et bas des nuages), ainsi que les échanges nets à courte distance entre mailles de gaz. Cependant, il a été montré que le rôle d'échanges nets entre mailles de gaz n'était pas négligeable aux niveaux de précision actuellement requis par les modèles de circulation générale. Il est donc indispensable de calculer ces termes avec précision, ce qui requiert dans l'absolu l'estimation de  $m^2$  termes, où  $m$  est le nombre de mailles de gaz.

La paramétrisation du transfert radiatif doit donc être capable de rendre compte des échanges à courte et à grande distance, tout en tenant compte précisément des variations rapides de la teneur en eau de la colonne atmosphérique (fraction volumique de vapeur d'eau, altitudes et compositions des nuages). Nous nous intéressons ici à la modélisation des échanges à grande distance entre mailles de gaz.

### 3. Echanges nets non diagonaux pour une matrice de PNE donnée

#### 3.1. Echanges nets lointains

L'émission et l'absorption d'une maille de gaz sont toutes deux proportionnelles à son spectre d'absorption  $k_a(z)_\nu$ . Prenons l'exemple d'une atmosphère homogène dont le spectre d'absorption est décrit par une lorentzienne, constant sur toute la verticale. L'émission monochromatique d'une maille de gaz élémentaire d'épaisseur  $\delta z$  s'écrit  $E_\nu = k_{a,\nu} \cdot B_\nu(T^0) \delta z$ , où  $B_\nu(T^0)$  est la luminance de Planck à la fréquence  $\nu$  et à la température  $T^0$ . A une distance  $z$  du point d'émission, il ne reste plus que la quantité  $E_\nu(z) = k_{a,\nu} \cdot B_\nu(T^0) \delta z \exp(-k_{a,\nu} z)$ . Les photons émis aux fréquences proche du centre de la raie sont rapidement absorbés par le gaz environnant à cause de la décroissance rapide de l'exponentielle. Ne reste alors que les photons émis aux fréquences des ailes de la raie. Les échanges nets lointains sont donc dûs majoritairement aux photons émis aux fréquences des ailes de raie.

Les PNE entre deux mailles de gaz  $\Psi_{i,j}^{gg}$ , entre une maille de gaz et une paroi noire (nuage par exemple)  $\Psi_{i,p}^{gp}$  et entre deux parois noires  $\Psi_{p_1,p_2}^{pp}$  peuvent s'écrire de la façon suivante :

$$\Psi_{p_1,p_2}^{pp} = \Delta\nu(\bar{B}_i - \bar{B}_j) \bar{T}(z_1, z_2) \quad (1)$$

$$\Psi_{i,p}^{gp} \approx -\Delta\nu(\bar{B}_i - \bar{B}_j) \Delta z_i \left. \frac{\partial \bar{T}(z_1, z_p)}{\partial z_1} \right|_{z_1} \quad (2)$$

$$\Psi_{i,j}^{gg} \approx -\Delta\nu(\bar{B}_i - \bar{B}_j) \Delta z_i \Delta z_j \left. \frac{\partial^2 \bar{T}(z_1, z_2)}{\partial z_1 \partial z_2} \right|_{z_1, z_2} \quad (3)$$

Avec  $\bar{T}(z_1, z_2) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu \exp(-\int_{z_1}^{z_2} dz k_a(z)_\nu)$ , la transmittivité moyenne entre  $z_1$  et  $z_2$  et  $\bar{B}_i$  la moyenne de la luminance de Planck en  $z_i$  sur la bande étroite  $\Delta\nu$ .

### 3.2. Modèle de transmittivité

Dans une atmosphère homogène, nous proposons d'utiliser le modèle de transmittivité moyenne suivant :

$$\bar{T}_{modele}(z_1, z_2) = \exp\left[-\alpha(m(z_1, z_2) \bar{\sigma})^\gamma + \beta m(z_1, z_2) \bar{\sigma}\right] \quad (4)$$

$m(z_1, z_2)$  est la masse surfacique du gaz entre  $z_1$  et  $z_2$ ,  $\bar{\sigma}$  est la section efficace massique moyennée sur la bande étroite  $\Delta\nu$ . L'épaisseur optique moyenne s'exprime tel que :  $\int_{z_1}^{z_2} dz \bar{k}_a(z) = m(z_1, z_2) \bar{\sigma}$ .

Ce modèle se justifie par une description statistique de bande étroite. Si nous considérons une bande étroite constituée d'une seule lorentzienne, d'intensité  $S$  et de largeur à demie hauteur  $d \ll \Delta\nu$ , l'absorption moyenne ( $\bar{A}(z_1, z_2) = 1 - \bar{T}(z_1, z_2)$ ) tend vers :  $A_L(\bar{z}_1, z_2) \approx 2\sqrt{S m(z_2, z_1) d}$  lorsque  $m(z_2, z_1) \gg d/S$ . En faisant une statistique sur un grand nombre  $N$  de raie de Lorentz de la même forme décrit précédemment, dont les centres de raie ont une densité de probabilité uniforme de position sur la bande étroite, ce qui revient à tenir compte des effets de recouvrement des raies, la transmittivité devient alors :  $\bar{T}_{NL}(z_1, z_2) = \exp(-\bar{A}_L(z_1, z_2))$ . L'exponentielle n'est due qu'aux effets de recouvrement des raies. Le modèle de Malkmus[8] et plus généralement de Zhu[9], font intervenir des familles de raie de même forme lorentzienne où ils appliquent une distribution d'intensité de raie, et combinent le phénomène de recouvrement des raies. Nous invitons le lecteur à consulter les articles de Zhu[9] et Malkmus[8] pour plus de détails. Lorsque les échanges nets se font grâce aux ailes de raie, la transmittivité moyenne du modèle de Zhu tend vers :

$$\bar{T}_{zhu}(z_1, z_2) \approx \exp(-\alpha(m(z_1, z_2) \bar{\sigma})^\gamma) \quad (5)$$

où  $\gamma \in [0.5, 1[$  et  $\alpha$  est un paramètre qui ne dépend que de la forme du spectre. A titre d'exemple, nous donnons la transmittivité moyenne de Malkmus[8], elle fait intervenir deux paramètres  $\phi$  et  $\bar{\sigma}(z)$ , pour une atmosphère homogène et où la section efficace massique  $\sigma_\nu$  du gaz n'évolue pas selon la hauteur.  $\phi$  est le rapport entre la largeur moyenne à demie-hauteur des raies de Lorentz et la distance moyenne qui sépare les centres des raies.

$$\bar{T}_{Malkmus}(z_1, z_2) = \exp\left(\phi - \phi \sqrt{1 + 2 \frac{m(z_1, z_2) \bar{\sigma}}{\phi}}\right) \quad (6)$$

Dans le cas particulier du modèle de Malkmus, lorsque les échanges nets se font grâce aux ailes de raie, la transmittivité moyenne tend vers,  $\exp\left(-\sqrt{2\phi\bar{\sigma} m(z_1, z_2)}\right)$ , on a  $\alpha = \sqrt{2\phi}$  et  $\gamma = 0.5$ .

En ce qui concerne le modèle que nous proposons (eq. 4), le paramètre  $\beta$  permet de rendre compte de l'influence des ailes de raie induit par les raies qui ne suivent pas la statistique utilisée dans la bande étroite ; en effet, les modèles supposent que la statistique appliquée sur les raies de Lorentz est la même à l'intérieur et en dehors de la bande étroite. Cependant, des raies dont les centres ne situent pas dans la bande étroite et qui ne suivent pas la même statistique peuvent influencer la bande étroite étudiée. Les ailes de raies peuvent ainsi induire un continuum qui n'est pas décrit par la statistique utilisée,  $\beta$  peut avoir des valeurs positives comme négatives.

### 3.3. Détermination des coefficients $\alpha, \beta, \gamma$

Nous considérons une atmosphère homogène, où la concentration volumique du gaz  $\rho(z)$  peut évoluer selon  $z$ .

Le but de cette modélisation est de déterminer les échanges nets lointains, lorsque la masse de gaz  $m_0(z_1, z_2) = \int_{z_1}^{z_2} dz \rho_0(z)$  est connue entre  $z_1$  et  $z_2$  ( $z_1$  et  $z_2$  sont fixés). La transmittivité donnée par notre modèle doit rendre compte des échanges nets (voir eq. (1), (2) et (3)).

Le système à résoudre est donc :

$$\begin{cases} \bar{T}_{modelle}(z_1, z_2) = \exp(-\alpha (\bar{\sigma} m_0(z_1, z_2))^\gamma + \beta \bar{\sigma} m_0(z_1, z_2)) = \bar{T}(z_1, z_2) \\ \frac{\partial \bar{T}_{modelle}(z_1, z_2)}{\partial z_2} = \bar{T}_{modelle}(z_1, z_2) (-\alpha \gamma (\bar{\sigma} m_0(z_1, z_2))^{\gamma-1} + \beta) \bar{\sigma} \rho(z_2) = \frac{\partial \bar{T}(z_1, z_2)}{\partial z_2} \\ \frac{\partial^2 \bar{T}_{modelle}(z_1, z_2)}{\partial z_1 \partial z_2} = \frac{\partial^2 \bar{T}(z_1, z_2)}{\partial z_1 \partial z_2} \end{cases} \quad (7)$$

Ce système a une solution analytique qui permet de déterminer facilement les paramètres  $\alpha, \beta, \gamma$ . Ce système d'équation peut-être réécrit en utilisant la dérivée et dérivée seconde selon la masse surfacique ( $\frac{\partial}{\partial m_0} = \frac{1}{\rho_0(z_2)} \frac{\partial}{\partial z_2}$  et  $\frac{\partial^2}{\partial m_0^2} = -\frac{1}{\rho_0(z_2)\rho_0(z_1)} \frac{\partial^2}{\partial z_2 \partial z_1}$ ). Cela montre que la résolution de ce système assure à notre transmittivité moyenne, la première et seconde dérivées autour de  $m_0(z_1, z_2)$  lorsque la masse varie entre  $z_1$  et  $z_2$ . Si notre modèle a un réel sens physique, la dérivée seconde de notre transmittivité moyenne devrait rendre compte jusqu'à une certaine limite du comportement de la dérivée seconde de la transmittivité réelle.

### 3.4. Validation et discussion

Notre modèle de transmittivité moyenne est construit à partir de modèles statistiques de bande étroite pour les échanges lointains décrits par Zhu[9]. Le système assure à notre transmittivité moyenne, la première et seconde dérivées lorsque  $m(z_1, z_2) = m_0$  par le calcul des paramètres  $\alpha, \beta, \gamma$ . Dans les exemples qui suivent, nous faisons varier la masse surfacique tel que  $m(z_1, z_2) = a.m_0$  où  $a$  est un facteur que nous avons fait varier entre 0.01 et 100. Cela revient à multiplier à chaque niveau entre  $z_1$  et  $z_2$ , la concentration du gaz par ce même facteur. Puis nous comparons notre transmittivité avec les paramètres  $\alpha, \beta, \gamma$  calculés à  $m(z_1, z_2) = m_0$  et ses dérivées à la transmittivité moyenne exacte.

Dans un premier temps, nous utilisons la transmittivité de Malkmus (6).  $m_0$  est choisie pour que l'échange net entre deux éléments de gaz situés en  $z_1$  et  $z_2$  se fasse aux fréquences des ailes de raie ( $m_0 = 10^4 \phi / \bar{\sigma} = 10 \text{ kg/m}^2$ ,  $\bar{\sigma} = 1 \text{ m}^2/\text{kg}$  et  $\phi = 10^{-3}$ ). Nous ne montrons pas les courbes car notre transmittivité rend bien compte de la transmittivité du modèle de Malkmus et de ses dérivées. Pour information, nous trouvons :  $\gamma = 0.507$ ,  $\alpha = 4.4 \cdot 10^{-2}$  et  $\beta = 10^{-4}$ .

Dans un second temps, nous utilisons une k-distribution provenant de données spectrales, celles d'une atmosphère de type tropicale à  $z = 4.8 \text{ km}$  dans la bande étroite  $[19.06, 10.41] \mu\text{m}$ . La distance entre  $z_1$  et  $z_2$  est choisie de telle façon que l'échange net entre deux éléments de gaz situés en  $z_1$  et  $z_2$  se fasse grâce aux fréquences d'ailes de raie. Pour cette k-distribution, notre

transmittivité redonne bien la dérivée seconde de la transmittivité, jusqu'à un certain domaine, les k-distributions estiment mal la transmittivité réelle lorsqu'elle tend vers 0 (fig (2a)).

Pour terminer, nous utilisons aussi une autre k-distribution de la même atmosphère à l'altitude  $z = 125 \text{ m}$  et la bande  $[4.11, 4.15] \mu\text{m}$ . Ici,  $\alpha$  est négatif et proche de 0,  $\beta = -1$ . C'est le cas où le spectre est quasi gris, la transmittivité réelle s'exprime alors tel que :  $\bar{T}_{k\text{-distribution}} \approx \exp(-\bar{\sigma} m(z_1, z_2))$ . Même si notre transmittivité est construite pour rendre compte des échanges effectués aux fréquences des ailes de raie, cet exemple montre qu'elle est adaptée aux échanges proches (fig (2b)).

### 3.5. Perspectives et conclusion

Pour conclure, nous présentons un modèle de transmittivité moyenne dans le cas d'une atmosphère homogène afin de tenir compte de la variation de masse d'un gaz et de la variabilité nuageuse mises au point à partir d'analyses en puissances nettes échangées. La prochaine étape sera d'analyser les problèmes et les solutions possibles qu'induisent l'inhomogénéité de l'atmosphère.

Afin de tenir compte des variations de concentration de vapeur d'eau, il est possible par exemple de décrire la transmittivité moyenne sous l'hypothèse de spectres décorrélés. L'atmosphère peut alors être considérée comme constituée de deux gaz, le premier appelé gaz "vapeur d'eau" et le second le gaz "reste". Sous cette hypothèse de spectres décorrélés, la transmittivité moyenne réelle s'écrit :  $\bar{T}(z_1, z_2) = \bar{T}_{\text{reste}}(z_1, z_2) \bar{T}_{\text{h}_2\text{o}}(z_1, z_2)$ , la transmittivité moyenne associée à la vapeur d'eau étant décrite par le modèle présenté ici. Les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont calculés à chaque pas de temps physique. Pour tenir compte de la variation de vapeur d'eau entre chaque pas de temps physique lors des simulations,  $\bar{T}_{\text{h}_2\text{o}}(z_1, z_2)$  et ses dérivées seront estimés grâce à ces paramètres.

### Références

- [1] J. S. A. Green. Division of radiative streams into internal transfer and cooling to space. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 93 :371–372, 1967.
- [2] J.L. Dufresne, R. Fournier, and J.Y. Grandpeix. Méthode de Monte-Carlo par échanges pour le calcul des bilans radiatifs au sein d'une cavité 2D remplie de gaz. *Compte-rendu à l'Académie des Sciences*, Série IIB, 326 :33–38, 1998.
- [3] M. Cherkaoui, J. L. Dufresne, R. Fournier, J. Y. Grandpeix, and A. Lahellec. Monte-Carlo simulation of radiation in gases with a narrow-band model and a net-exchange formulation. *ASME Journal of Heat Transfer*, 118 :401–407, 1996.
- [4] A. De Lataillade, S. Blanco, Y. Clergent, J. L. Dufresne, M. El Hafi, and R. Fournier. Monte-Carlo method and sensitivity estimations. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 75 :529–538, 2002.
- [5] A De Lataillade, J. L. Dufresne, M. El Hafi, V. Eymet, and R. Fournier. A net exchange Monte-Carlo approach to radiation in optically thick systems. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 74 :563–584, 2002.
- [6] V. Eymet, J.L. Dufresne, R. Fournier, and S. Blanco. A boundary based net exchange Monte-Carlo Method for absorbing and scattering thick medium. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 95 :27–46, 2005.
- [7] L. Tessé, F. Dupoirieux, B. Zamuner, and J. Taine. Radiative transfer in real gases using reciprocal and forward Monte-Carlo Methods and a correlated-k approach. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 3, issue 13 :2797–2814, 2002.
- [8] W. Malkmus Random Lorentz band model with exponential-tailed S-1 line-intensity distribution function *J. Opt. Soc. Am.*, 57, 323- (1967)
- [9] X. Zhu Radiative Cooling Calculated by Random Bands Models with  $S^{-1-\beta}$  Tailed Distribution *Journal of the Atmospheric Science*, 46 :511-520, 1989.

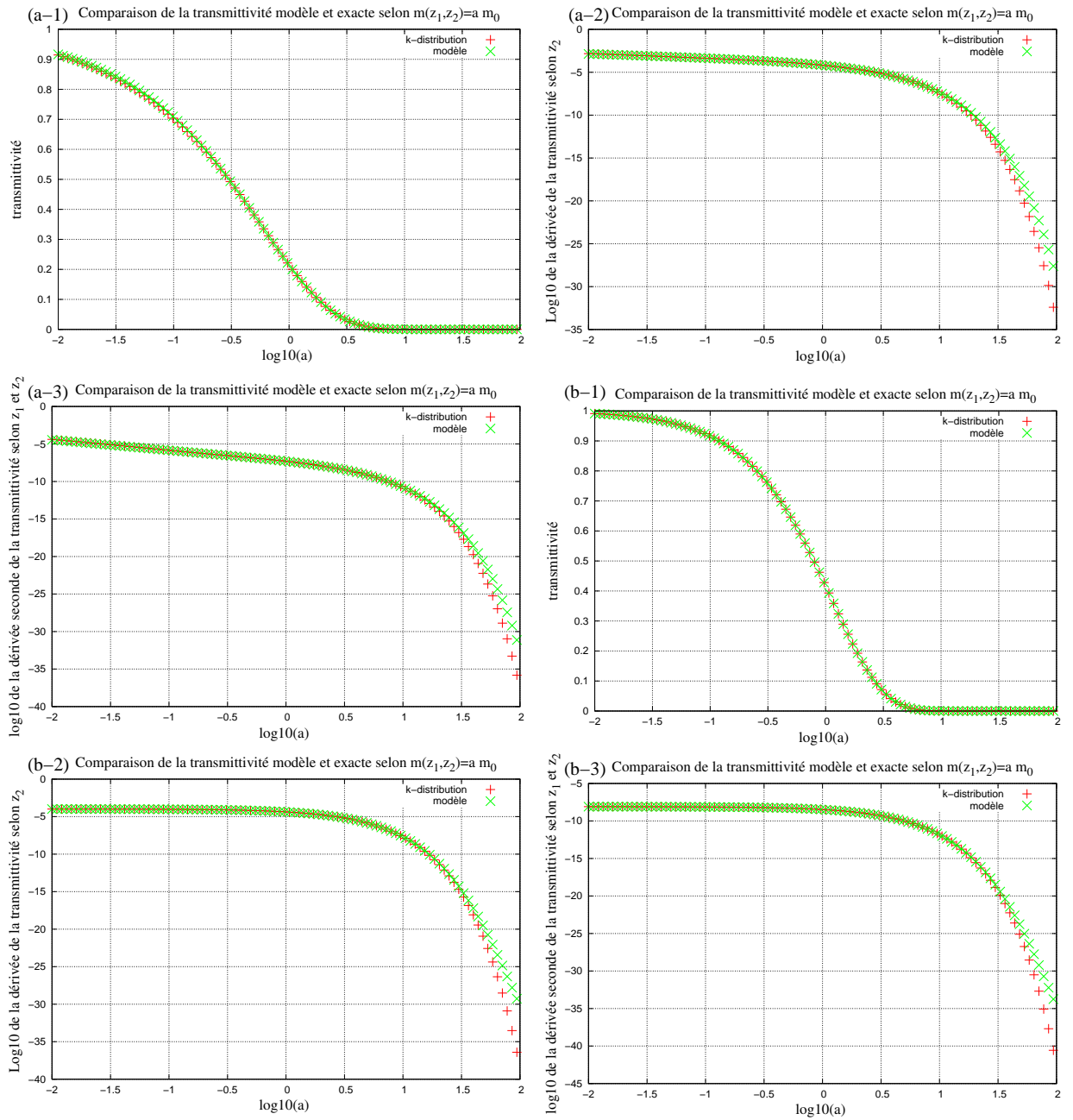


Figure 2 : Ces figures présentent les variations de la transmittivité et de ses dérivées (première et seconde) calculées de façon exacte (à partir des données spectrales) et à partir du modèle (eq. 4), en fonction du paramètre  $a$ . Pour l'exemple (a),  $m_0 = 2433.77 \text{ kg/m}^2$ ,  $\bar{\sigma} = 1.07 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{kg}$  et  $\phi \approx 0.03$ , pour  $z_2 - z_1 = 3.4 \text{ km}$ . On obtient  $\alpha = 1.76 \cdot 10^{-1}$ ,  $\beta = -1.6 \cdot 10^{-2}$  et  $\gamma = 0.563$ . Pour l'exemple (b),  $m_0 = 9793.64 \text{ kg/m}^2$ ,  $\bar{\sigma} = 8.97 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{kg}$  et  $\phi \approx 87$ , pour  $z_2 - z_1 = 8.4 \text{ km}$ . On obtient  $\alpha = 5.6 \cdot 10^{-3}$ ,  $\beta = -1$  et  $\gamma = 1.90$ . C'est le cas où le spectre dans la bande étroite est quasi gris.