

Étude numérique de la convection thermique dans un mélangeur à deux barreaux

Kamal EL OMARI*, Yves LE GUER

Laboratoire de Thermique, Énergétique et Procédés (LaTEP),

Université de Pau et des Pays de l'Adour (UPPA)

Technopole HélioParc, avenue du Président Pierre Angot, 64053 Pau - France

*(auteur correspondant : kamal.elomari@univ-pau.fr)

Résumé - Ce travail est une étude numérique du comportement instationnaire d'un mélangeur chaotique à deux barreaux tournants utilisé pour le réchauffement de fluides très visqueux. Il est montré ici l'influence de paramètres tels que la modulation de la vitesse de rotation, son sens, la durée de la période ainsi que l'excentricité des barreaux sur les performances du mélangeur. Un choix judicieux de ces paramètres permet d'extraire plus d'énergie tout en évitant de créer des zones de non mélange préjudiciables à l'efficacité du procédé.

1 Introduction

Depuis une vingtaine d'années, le mélange chaotique, a été reconnu comme le moyen le plus efficace pour mélanger les fluides les plus visqueux [1, 2, 3]. En effet, pour ces fluides le recours à des mélangeurs turbulents s'avère peu efficace et très coûteux en énergie. Les mélangeurs chaotiques génèrent des écoulements laminaires à très bas nombre de Reynolds où les filaments fluides sont étirés puis repliés. Ainsi, ils créent des striations de plus en plus fines dans le fluide, ce qui augmente l'étendue des zones d'interfaces (entre deux fluides par exemple) et permet à la diffusion moléculaire de jouer un rôle plus important en lissant les gradients de concentration et en faisant disparaître ces striations.

Les écoulements laminaires mis en jeu dans un procédé chaotique ne sont pas forcément complexes, car la principale caractéristique de ces écoulements est de faire suivre aux particules fluides des trajectoires Lagrangiennes très complexes à partir d'un écoulement de base très simple. De ce fait, ces procédés de mélange sont très adaptés pour les fluides visqueux qui génèrent beaucoup de pertes d'énergie par cisaillement ainsi que pour les fluides fragiles qui perdraient leur propriétés spécifiques si leurs chaînes moléculaires se cassent par exemple. Dans l'industrie, les deux objectifs principaux pour lesquels on a recours au mélange chaotique appelé aussi mélange « basse énergie » sont l'augmentation du transfert thermique et l'intensification des réactions chimiques dans des domaines aussi variés que les secteurs agro-alimentaire, chimique, pharmaceutique et pétrochimique.

Cette étude concerne l'intensification du transfert de chaleur par mélange chaotique dans un fluide très visqueux à nombre de Prandtl élevé $Pr = 10^4$. Contrairement aux réactions chimiques, l'intensification du transfert de chaleur requiert l'augmentation des échanges avec les parois chauffées (quand il ne s'agit pas de réchauffement par génération interne d'énergie comme pour le chauffage Ohmique) et non pas aux interfaces entre deux réactifs. Cette différence implique des choix différents des procédés de mélange.

Dans la littérature, l'amélioration des transferts thermiques par le mélange chaotique a concerné principalement l'étude du mélange entre deux cylindres excentrés de type « Journal Bearing Flow » et ses dérivés en écoulements bidimensionnels (ex : ellipses confocales [4]), ainsi que dans des mélangeurs à tubes coudés (écoulements de Dean) en tridimensionnel [5]. Ces géométries peuvent générer des écoulements chaotiques dans certaines conditions. En 2D, les trajectoires deviennent chaotiques par l'introduction de modulations temporelles imposées au mouvement des parois mobiles du mélangeur, tandis qu'en 3D cet effet peut être obtenu par certaines orientations des coudes. Dans ce travail, nous étudions un mélangeur utilisant deux

barreaux identiques, tournants, de section circulaire, maintenus verticalement dans une cuve cylindrique.

2 Le mélangeur à deux barreaux

La simplicité de réalisation et d'adaptation en milieu industriel sont les principales motivations qui ont guidé les choix que nous avons arrêtés pour la conception de ce mélangeur. Les deux barreaux internes ainsi que la cuve peuvent tourner autour de leurs axes de révolution respectifs et sont chauffés en surface. Comme le montre le schéma de la Figure 1, les deux barreaux ont des positions symétriques excentrées repérées par l'excentricité ε . Le mélangeur étudié ici a les dimensions suivantes : $R_1 = R_2 = 0,01 \text{ m}$ et $R_3 = 0,05 \text{ m}$. À moins d'être spécifiée autrement, l'excentricité est fixée à $\varepsilon = 0,025 \text{ m}$.

Il s'agit donc dans cette étude d'analyser les performances thermiques de ce mélangeur. Nous nous intéressons à sa capacité à extraire efficacement de l'énergie thermique à partir des parois chauffées et à son aptitude à la transmettre au fluide interne de façon homogène. Le mélangeur devra donc éviter la persistance de zones froides au sein du fluide. Ces zones appelées également « tores de KAM », sont des régions où les particules fluides restent emprisonnées au cours de l'écoulement. Elles apparaissent lorsque l'écoulement n'est que partiellement chaotique. Pour éviter ce phénomène qui détériore les performances du mélange, l'écoulement instationnaire doit présenter une succession de motifs différents avec des lignes de courants qui se croisent entre elles. Pour ce faire, nous imposons aux éléments tournants du mélangeur des modulations temporelles de leurs vitesses angulaires. Nous analysons ici le comportement du mélangeur par voie de modélisation numérique, afin de tester aisément plusieurs configurations d'écoulement et d'avoir accès aux données statistiques caractérisant le mélange.

3 Modélisation Numérique

Afin de simuler l'écoulement du fluide dans le mélangeur, les équations bidimensionnelles de Navier-Stokes ainsi que les équations de conservation de la masse et de l'énergie sont résolues par un code développé au laboratoire. Ce code utilise une méthode de volumes finis non structurés appliquée à des maillages hybrides (contenant des cellules de contrôle triangulaires ou quadrangulaires). Nous considérons ici un fluide Newtonien incompressible avec des propriétés thermophysiques considérées comme constantes. Les équations résolues s'écrivent sous forme intégrale comme :

$$\int_S \vec{U} \cdot \vec{n} \, dS = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{U} \, dV + \int_S \rho \vec{U} \vec{U} \cdot \vec{n} \, dS = \int_V -\vec{\nabla} p \, dV + \int_S \vec{\tau} \cdot \vec{n} \, dS \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho c_p T \, dV + \int_S \rho c_p T \vec{U} \cdot \vec{n} \, dS = \int_S k \vec{\nabla} T \cdot \vec{n} \, dS \quad (3)$$

où $\vec{\tau}$ est le tenseur des contraintes visqueuses. L'intégration se fait sur un volume de contrôle V délimité par une surface S orientée par le vecteur unitaire sortant \vec{n} . Les valeurs de toutes les variables (vitesses, pression et température) sont prises aux centres des cellules. Les intégrales surfaciques sont approximées par des sommes sur les faces formant la surface S . Les schémas de discrétisation spatiales sont d'ordre deux en précision. Pour les flux diffusifs un schéma centré est utilisé avec une correction qui tient compte de la non orthogonalité du maillage. Dans l'équation de conservation du moment, les flux convectifs sont approchés par un schéma composé principalement d'un terme centré stabilisé par une contribution en schéma upwind de faible proportion (5%) [6]. Dans l'équation de l'énergie, les flux convectifs sont traités par le schéma non linéaire haute résolution Gamma [7]. Ce schéma issu d'une approche NVD (Normalised

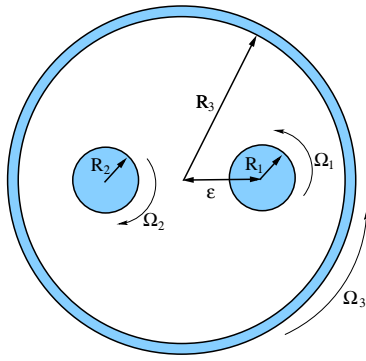


Figure 1 : Schéma du mélangeur à deux barreaux.

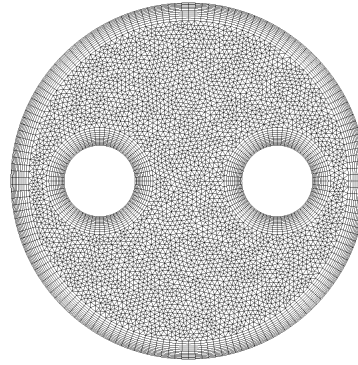


Figure 2 : Maillage du domaine de calcul, 9944 cellules.

Variable Diagram) introduit une quantité minimale de diffusion numérique tout en étant strictement borné. Ces propriétés le rendent très adapté pour notre étude puisque nous souhaitons éviter que l'effet de la conduction thermique ne soit majoré par la diffusion numérique. Le couplage vitesse-pression est assuré par l'algorithme SIMPLE [8] et le calcul est avancé dans le temps par le schéma implicite de Gear à trois pas de temps du second ordre de précision.

Après une étude de la sensibilité du résultat à la taille du maillage, le choix adopté est le maillage présenté sur la Figure 2 qui contient 9944 cellules. Des zones à cellules régulières et resserrées ont été placées près des parois pour améliorer la précision du calcul des gradients dans ces zones.

4 Étude des performances du mélangeur

4.1 Conditions de l'écoulement

Le fluide visqueux considéré a un nombre de Prandtl très élevé ($Pr = 10^4$). Ses propriétés sont données dans le Tableau 1. Il existe trois possibilités pour les sens de rotations des barreaux et de la cuve. En donnant à la rotation de cette dernière le sens positif (+), les deux barreaux peuvent prendre alors les sens (+) ou (-) comme cela est présenté dans le Tableau 2 qui définit les trois protocoles possibles.

Viscosité dynamique	1,5 Pa.s
Masse volumique	990 kg.m ⁻³
Conductivité thermique	0,15 W.m ⁻¹ K ⁻¹
Chaleur spécifique	1000 W.kg ⁻¹ K ⁻¹

Tableau 1 : Propriétés du fluide.

Protocole	barreau 1	barreau 2	cuve
1	(+)	(-)	(+)
2	(+)	(+)	(+)
3	(-)	(-)	(+)

Tableau 2 : Protocoles de rotation.

Les vitesses de rotation sont modulées dans le temps afin de créer des écoulements chaotiques. Nous comparons deux façons de moduler cette vitesse. La première méthode, rencontrée très souvent dans la littérature sur le mélange, utilise une fonction en sinus carré qui ne s'annule jamais (modulation continue), tandis que la deuxième (modulation non continue) impose des périodes pendant lesquelles la vitesse de la cuve s'annule tandis que les barreaux tournent,

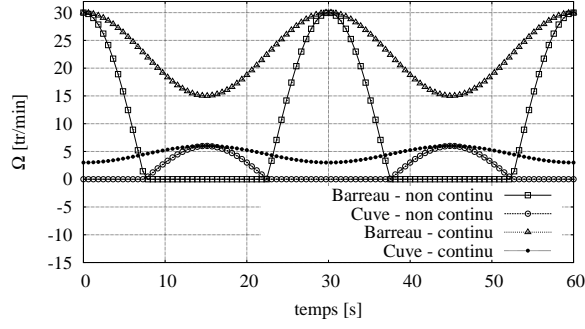


Figure 3 : Modulations des vitesses angulaires de rotation des barreaux et de la cuve.

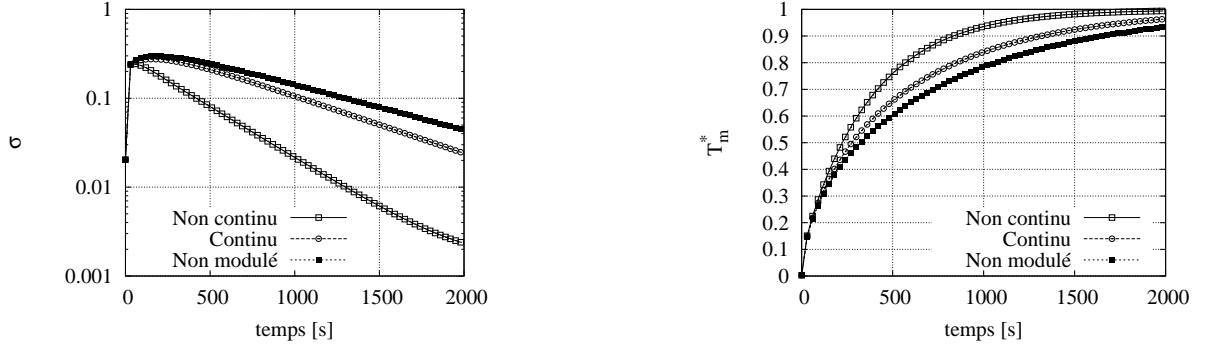


Figure 4 : Déviation standard (gauche) et température adimensionnelle moyenne du fluide (droite) pour différents modes de modulations (protocole 3).

suivies de périodes où se produit l'inverse (cf. Figure 3) :

Modulations non continues :

$$\begin{aligned} \Omega_1 = \Omega_2 &= 30 - 60 \sin^2\left(\frac{\pi t}{T}\right) & \text{si } \Omega_{1,2} < 0 & \Rightarrow \Omega_{1,2} = 0 \\ \Omega_3 &= 6 - 12 \sin^2\left(\frac{\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right) & \text{si } \Omega_3 < 0 & \Rightarrow \Omega_3 = 0 \end{aligned}$$

Modulations continues :

$$\begin{aligned} \Omega_1 = \Omega_2 &= 30 - 15 \sin^2\left(\frac{\pi t}{T}\right) \\ \Omega_3 &= 6 - 3 \sin^2\left(\frac{\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

La période est d'abord fixée à $T = 30$ s. Les températures des barreaux et de la cuve sont fixées à une température « chaude » T_c et le fluide est initialement à une température « froide » T_f . Nous considérons par la suite une température adimensionnelle définie par $T^* = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}$, ainsi les parois et le fluide prennent respectivement les valeurs 1 et 0.

Pour comparer les différents cas de mélange nous utilisons deux critères différents. Le premier est la température moyenne calculée sur toutes les cellules cv d'aire A_{cv} et le deuxième est la déviation standard ou écart-type de la température :

$$T_m^* = \frac{1}{\sum_{cv} A_{cv}} \left(\sum_{cv} A_{cv} T_{cv}^* \right) ; \quad \sigma = \left[\frac{1}{\sum_{cv} A_{cv}} \sum_{cv} (A_{cv} (T_{cv}^* - T_m^*)^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

L'augmentation de T_m^* traduit l'énergie thermique cédée au fluide, tandis que σ reflète l'homogénéité de la répartition de cette dernière.

4.2 Influence du mode de modulation

Nous montrons sur la Figure 4, qui compare les deux modes de modulation présentés précédemment à un écoulement non modulé (vitesses constantes), l'apport de la modulation au procédé de mélange. Il est clair, d'après les courbes de la température moyenne, que la modulation augmente nettement l'extraction de l'énergie aux parois. L'examen de l'évolution de σ

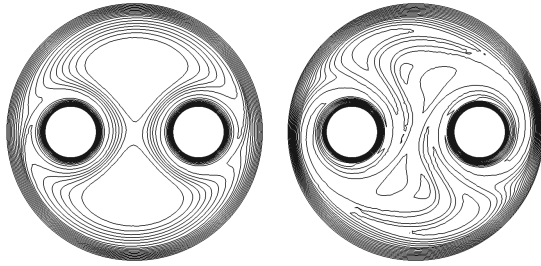


Figure 5 : Isothermes à $t = 120$ s en modulation continue (gauche) et non continue (droite), protocole 3.

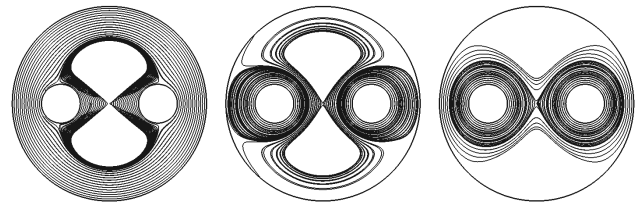


Figure 6 : lignes de courant à des instants successifs : 140 s, 145 s et 150 s (de gauche à droite) pour le protocole 3 non continu.

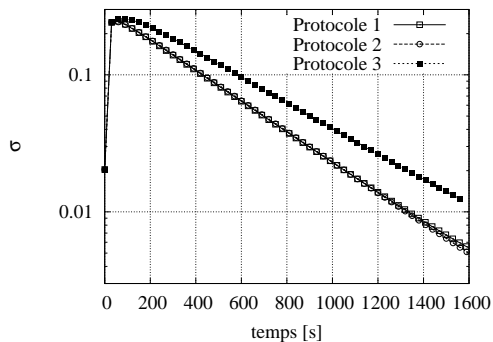


Figure 7 : Déviation standard pour les trois protocoles de mélange avec une période $\mathcal{T} = 15$ s.

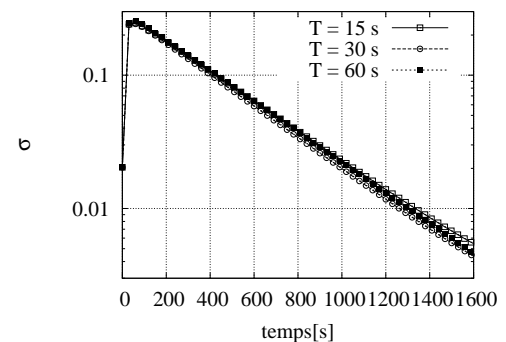


Figure 8 : Déviation standard pour trois différentes durée de périodes (protocole 1).

montre dans tous les cas une chute exponentielle. On remarque également que la modulation améliore drastiquement l'homogénéisation de la température. Aussi, la modulation non continue a une meilleure efficacité par rapport à la modulation continue aussi bien pour le transfert de chaleur pariétal que pour le mélange alors que ce dernier mode nécessite plus d'énergie mécanique (cf. Figure 3 : les courbes des vitesses du mode continu sont toujours au-dessus de celles du mode non continu). Ce résultat peut s'expliquer par l'examen du champ des températures des deux modes : sur la Figure 5, on distingue nettement pour le mode continu la persistance de larges zones de non mélange où le fluide reste froid. En tournant alternativement la cuve puis les barreaux on génère dans le fluide des motifs d'écoulement très variés dans le temps avec des lignes de courant qui se croisent comme le montre la Figure 6. Dans le reste de cette étude nous adoptons une modulation non continue.

4.3 Influence du protocole de mélange et de la période

Nous avons comparé les trois protocoles de mélange du Tableau 2 entre eux en mode non continu et pour une période de $\mathcal{T} = 30$ s. Les courbes obtenues (non montrées ici) sont quasiment superposées. Par contre, pour une période plus courte $\mathcal{T} = 15$ s, le protocole 3 se montre moins performant que les deux autres (cf. Figure 7). Effectivement, en observant l'évolution du champ des températures pendant la période où la cuve tourne, on remarque la formation d'un courant (filament) de fluide chaud à l'aval de chacun des barreaux. Quand les barreaux se mettent à tourner et dans le cas du protocole 3, ils rabattent ces filaments vers la paroi de la cuve. Ceci est d'autant plus prononcé que la période est courte ($\mathcal{T} = 15$ s) et que ces filaments ne se sont pas suffisamment développés. On constate dans ce cas l'apparition de deux zones froides au sein du mélangeur. En faisant varier la période pour un même protocole comme sur la Figure 8 on remarque qu'il existe un optimum autour de $\mathcal{T} = 30$ s.

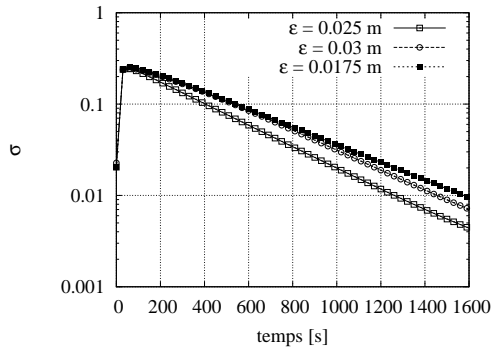


Figure 9 : Déviation standard pour trois excentricités différentes en protocole 1.

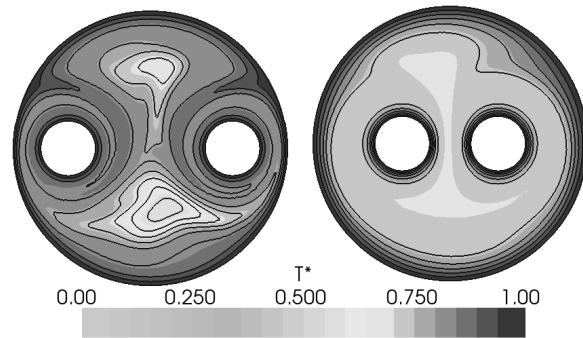


Figure 10 : Isothermes pour les excentricités $\varepsilon = 0,03 \text{ m}$ (gauche) et $\varepsilon = 0,0175 \text{ m}$ (droite) à $t = 605 \text{ s}$.

4.4 Influence de l'excentricité

L'influence de la position des barreaux est également étudiée, deux excentricités supplémentaires sont considérées. Il en résulte, comme le montre la Figure 9, que les performances sont meilleures lorsque les barreaux ont une position intermédiaire. Quand les barreaux sont trop centrés, ils n'arrivent pas à extraire suffisamment d'énergie de la surface de la cuve (cf. Figure 10). Quand ils sont trop proches de la cuve ils facilitent l'extraction de la chaleur en créant des courants de fluide chaud à partir de celle-ci, mais leur position excentrée ne leur permet pas d'homogénéiser la température au centre de la cuve où l'on observe des zones froides (cf. Figure 10).

5 Conclusion

Cette étude a permis d'éclaircir les choix à adopter afin de maximiser le réchauffement d'un fluide dans un mélangeur à deux barreaux. Non avons constaté l'importance de la modulation de la vitesse de rotation dans le temps et nous avons montré qu'il est primordial d'adopter des protocoles qui font tourner les barreaux et la cuve alternativement. Une période de 30 s apparaît comme un bon choix, ainsi qu'une excentricité intermédiaire. Les configurations testées peuvent être d'un intérêt pratique au niveau industriel.

Références

- [1] H. Aref, Stirring by chaotic advection, *J. Fluid Mech.*, 143(1984), 1–21.
- [2] J.M. Ottino, *The kinematics of mixing : stretching, chaos and transport*, Cambridge University Press, U.K. (1989).
- [3] H. Aref, The development of chaotic advection, *Phys. Fluids*, 14(2002), 1315–1325.
- [4] J.P.B. Mota, A.J.S. Rodrigo et E. Saadjan, Optimization of heat transfer rate into time-periodic two-dimensional Stokes flows, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 53(2007), 915–931.
- [5] H. Peerhossaini, C. Castelain et Y. Le Guer, Heat exchanger design based on chaotic advection, *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 7-4 (1993), 333–344.
- [6] I. Demirdžić et S. Muzaferija, Numerical method for coupled fluid flow, heat transfer and stress analysis using unstructured moving meshes with cells of arbitrary topology, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 125 (1995), 235–255.
- [7] H. Jasak, H.G. Weller et A.D. Gosman, High resolution NVD differencing scheme for arbitrarily unstructured meshes, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 31-2 (1999), 431–449.
- [8] S.V. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere Publishing Co., Washington, DC. (1980).