

Simulation numérique d'un écoulement turbulent dans une conduite plane partiellement ou totalement remplie par un milieu poreux

Hamza C. SADOUK*⁺, Guy LAURIAT*, Salah CHIKH⁺

* Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle MSME FRE 3160 CNRS, Cité Descartes, Champs-sur-Marne, 77454 Marne-la-Vallée Cedex 2, France

⁺ Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, LTPMP, BP 32 El-Alia, 16111 Bab-Ezzouar, Algérie

(Auteur correspondant : lauriat@univ-mlv.fr)

Résumé - La convection forcée turbulente dans une conduite plane partiellement ou totalement remplie par un milieu poreux est étudiée numériquement en se basant sur une modélisation hybride de type $k-\varepsilon$ applicable dans le fluide comme dans le milieu poreux. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est utilisé dans les équations de quantité de mouvement, de l'énergie cinétique et du taux de dissipation turbulente. Les parois de la conduite sont imperméables et isothermes. Les résultats montrent que recouvrir les parois de la conduite par des couches poreuses de conductivité effective élevée peut permettre d'améliorer les transferts de chaleur.

Nomenclature

C_F	Coefficient de Forchheimer	U	Vitesse moyenne, $m.s^{-1}$
Da	Nombre de Darcy, $Da = K/D_h^2$	<i>Symboles grecs</i>	
D_h	Diamètre hydraulique, m	Θ	Température adimensionnelle
H	Hauteur du canal, m	ε	Dissipation turbulente, $m^2.s^{-3}$
I	Intensité turbulente, (%)	k	Énergie cinétique turbulente, $m^2.s^{-2}$
J	Rapport des viscosités, $J = \mu_{eff}/\mu_f$	ρ	Densité, $kg.m^{-3}$
k	Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$	λ	Constante
K	Perméabilité, m^2	ϕ	Porosité
L	Longueur du canal, m	μ	Viscosité dynamique, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
Nu	Nombre de Nusselt, $Nu = hD_h/k_{eff}$	ν	Viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
p	Pression, $N.m^{-2}$	<i>Indices</i>	
Pr	Nombre de Prandtl, $Pr = \mu_f c_p / k_f$	e	entrée de la conduite
Rc	Rapport de conductivités, $Rc = k_{eff}/k_f$	eff	effective
Re	Nombre de Reynolds, $Re = U_e D_h / \nu_f$	f	fluide
Re_p	Nbre de Reynolds de pore, $Re_p = U_p K^{1/2} / \nu_{eff}$	p	paroi du canal
T	Température, K	s	matrice solide

1. Introduction

Parmi les approches développées pour établir des modèles de turbulence dans un milieu poreux, deux techniques ont souvent été employées : l'une est basée sur le modèle macroscopique de Darcy-Forchheimer, l'autre sur les équations de Reynolds en introduisant successivement moyenne temporelle et moyenne spatiale. Ces deux méthodes font généralement appel au modèle de fermeture $k-\varepsilon$. En particulier, Silva et de Lemos [1] ont proposé la seconde méthode et ont étudié l'influence de la condition interfaciale entre les milieux fluide et poreux. Antohe et Lage [2] et Kuznetsov et al. [3] ont montré qu'un écoulement turbulent dans la région fluide se re-laminarise dans la région poreuse d'autant

plus rapidement que sa perméabilité est faible. Dans ce travail, basé sur la première technique, on montre que le modèle de turbulence $k-\varepsilon$ hybride permet d'analyser les effets du nombre de Reynolds, de la perméabilité, de la porosité, du rapport des conductivités thermiques et de l'épaisseur des couches poreuses.

2. Méthodologie

Les simulations numériques sont basées sur la résolution des équations de transport modélisant des écoulements turbulents dans une conduite plane partiellement ou totalement remplie par un milieu poreux. Les parois sont chauffées à une température uniforme et constante T_p . Le fluide entre dans la conduite avec une vitesse U_e et à une température uniforme en moyenne, T_e . L'intensité de turbulence à l'entrée a été fixée à $I = 5\%$. La longueur L du canal est choisie de sorte que l'écoulement soit dynamiquement et thermiquement établi dans la section de sortie pour les nombres de Reynolds considérés. Les propriétés thermophysiques du fluide sont évaluées à la température moyenne $(T_p + T_e)/2$. L'écoulement est supposé stationnaire, incompressible et axisymétrique en moyenne et le milieu poreux homogène et isotrope.

Comme dans les travaux de Allouache et Chikh [4] et de Chan et al. [5], une modélisation hybride à un seul domaine a été retenue. Cette approche permet d'éviter le raccordement, au niveau de l'interface fluide-poreux, des équations de conservation aux échelles microscopique (fluide) et macroscopique (milieu poreux). L'écriture des conditions de raccordement de part et d'autre de la surface de discontinuité correspondant à l'interface reste en effet un sujet de controverse [5]. La modélisation à un seul domaine, couramment utilisée en régime laminaire, conduit à ajouter des termes de Darcy et de Forchheimer dans les équations du mouvement et à modifier les coefficients de diffusion pour tenir compte de la nature du milieu. Il s'ensuit qu'il faut ajouter des termes de production supplémentaires dans les équations de transport de l'énergie cinétique et de son taux de dissipation (de Lemos [6]). Compte tenu de ces hypothèses, les équations de conservation s'écrivent sous la forme :

$$\text{Equation de continuité :} \quad \frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Equations du mouvement :} \quad U_j \frac{\partial}{\partial X_j} U_i = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[(\nu_j + \nu_t) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right] + \frac{\partial}{\partial X_j} \nu_t \left[\frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial X_j} \\ & - \phi \frac{\nu}{K} U_i - \phi^2 \frac{C_F}{K^{3/2}} \left[(U_j U_j)^{1/2} U_i - \frac{U_j}{(U_j U_j)^{1/2}} \left(\nu_t \left\{ \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right\} - \frac{2}{3} k \right) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{Equation de l'énergie :} \quad U_j \frac{\partial T}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\left(\frac{1}{\phi} \frac{R_c \nu}{\text{Pr}} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial X_j} \right] \quad (3)$$

Equation de l'énergie cinétique de turbulence (k)

$$\begin{aligned} U_k \frac{\partial k}{\partial X_k} = & \nu_t \left[\frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right] \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial}{\partial X_k} \left[\nu_j + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right] \frac{\partial k}{\partial X_k} - 2\phi \frac{\nu}{K} k - J\varepsilon \\ & - \phi^2 \frac{C_F}{(U_k U_k)^{1/2} K^{1/2}} \left[-\nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) (U_k U_i) + \frac{8}{3} k (U_k U_k) \right. \\ & \left. + \frac{5}{3} \left(-\frac{4}{3} C_s U_k \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial X_k} \right) + \frac{4}{3} C_s U_k \frac{k^2}{\varepsilon} \nu_t \frac{\partial}{\partial X_i} \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

Equation de transport de taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente (ε)

$$U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_k} = \frac{\partial}{\partial X_k} \left[(v_j + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_k} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} - J C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} - 2\phi \frac{v}{K} \varepsilon \quad (5)$$

$$- 2\phi^2 \frac{C_F}{K^{1/2}} \left[\begin{aligned} & \left((U_k U_k)^{1/2} \varepsilon + v \left(\frac{\partial}{\partial X_j} (U_k U_k)^{1/2} \right) \frac{\partial k}{\partial X_j} + \frac{v}{3} \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{(U_k U_i)}{(U_k U_k)^{1/2}} \frac{\partial k}{\partial X_j} + \frac{U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} C_{\varepsilon 3} v_t \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial U_k}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \right) \\ & + \frac{1}{3} \frac{U_k U_i}{(U_k U_k)^{1/2}} \varepsilon - \frac{v}{2} v_t \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{(U_k U_i)}{(U_k U_k)^{1/2}} \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_k} + \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_j \partial X_i} \right) - \left(\frac{2}{3} \frac{U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} C_{\varepsilon 3} \frac{k}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \end{aligned} \right]$$

Les coefficients de fermeture utilisés dans le modèle $k - \varepsilon$ sont ceux donnés en [7] et [8] :

$$C_{\mu}=0,09, C_{\varepsilon 1}=1,44, C_{\varepsilon 2}=1,92, C_{\varepsilon 3}=0,13, \sigma_k=1,0, \sigma_\varepsilon=1,3, \sigma_i=0,71.$$

Les conditions aux limites imposées sont :

A l'entrée du canal : $U = U_e, V = 0, T = T_e = 300 K, k = k_e = I U_e^2, \varepsilon = \varepsilon_e = k_e^{3/2} / \lambda D_h, \lambda = 0,33$

Sur les parois solides : $U = V = 0, T = T_p = 400 K, k = 0, \varepsilon = 0$

A la sortie du canal on impose un régime dynamique établi et une diffusion axiale négligeable. On impose la condition classique de continuité [4] à l'interface fluide-poreux sur les vitesses, températures, énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation.

Le modèle $k - \varepsilon$ standard n'étant pas adapté aux voisinages des parois recouvertes par les couches poreuses, les lois de paroi proposées dans [7] ont été introduites. Avec l'approche à un seul domaine, les valeurs limites suivantes des paramètres propres au milieu poreux permettent de définir le type du milieu modélisé :

a) milieu fluide : $J=1, R_c=1, \phi=1, K \rightarrow \infty$ b) milieu poreux : $J>1, R_c \neq 1, \phi < 1, K =$ valeur finie et très faible.

En appliquant le principe de conservation du débit pour un canal partiellement rempli par un milieu poreux, on obtient un critère qui donne le nombre de Reynolds à l'entrée correspondant à un régime turbulent dans toute la section de la conduite (fluide et milieu poreux) :

$$Re_{entree} = Re_{CF} + J \frac{Re_{CP}}{\sqrt{Da}} \quad (6)$$

où Da est le nombre de Darcy basé sur le diamètre hydraulique de la conduite ($Da = K / D_h^2$), $Re_{CF} \approx 3000$ et $Re_{CP} \approx 300$ sont les nombres de Reynolds correspondant à la transition laminaire-turbulent dans une conduite plane et dans une conduite remplie par un milieu poreux et J le rapport de viscosité

Le système des équations de conservation a été résolu par un programme de calcul développé à l'USTHB, basé sur une méthode de volumes finis et employant des maillages structurés et décalés. Les termes de convection-diffusion ont été approximés à l'aide de schémas de type loi en puissance ou Quick. Le couplage vitesse-pression a été traité par l'algorithme SIMPLE. Le critère d'arrêt du processus itératif est donné par la valeur du résidu, normalisé par le débit des variables à l'entrée de la conduite, fixée à 10^{-4} . Les calculs ont été effectués en tenant compte de la symétrie axiale de l'écoulement. L'étude de maillage a montré qu'un maillage 40×100 permettait d'obtenir une précision satisfaisante en régimes dynamique et thermique établis et que les solutions obtenues étaient peu sensibles au nombre de maille dans la direction axiale.

Des comparaisons ont été effectuées en régimes laminaire et turbulent dans les cas limites de conduites sans milieu poreux sur les parois ou de conduites complètement remplies par un milieu poreux. En régime laminaire, les solutions analytiques ont été retrouvées avec une erreur inférieure à 0.1%. En régime turbulent établi, des comparaisons avec les valeurs des

nombres de Nusselt calculés à partir des corrélations de Dittus-Boelter, Gnielinsky et de Petukhov [9] ont montré que l'écart relatif ne dépassait pas 10% pour $10^4 \leq Re \leq 10^5$. Par exemple, les calculs conduisent à $Nu = 155,3$ pour $Re = 4.10^4$ et $Pr=2,4$ alors que ces trois corrélations donnent $156,8 \leq Nu \leq 168,9$.

3. Résultats

Les grandeurs dimensionnelles retenues dans les calculs sont les suivantes : conduite de longueur $L = 4$ m et distance entre les parois $H = 0,02$ m, $T_e = 300$ K, $T_p = 400$ K, $\mu_{eff} = \mu_f = 3,8 \cdot 10^{-4}$ kg/m.s, $k_f = 0,665$ W/m/K, $Pr = 2,4$ (eau à 350 K), $k_s/k_f = 100$, $k_{eff} = \phi k_f + (1-\phi)k_s$ (modèle parallèle), coefficient de Forchheimer $C_F = 0,1$. Les différents résultats obtenus sont représentés dans la section de sortie du canal.

Pour un canal totalement rempli par un milieu poreux, l'énergie cinétique turbulente atteint son maximum dans les zones de proche paroi (à une distance de l'ordre de 0,25 mm) et elle est toujours quasiment nulle dans la partie centrale de la conduite. Son maximum augmente fortement avec le nombre de Reynolds. L'effet de la perméabilité du milieu poreux sur la vitesse axiale est représenté sur la figure 1. Les résultats de cette étude montrent que, comme en régime laminaire, le profil de vitesse est d'autant plus aplati et le taux de cisaillement d'autant plus élevé à proximité des parois que le nombre de Darcy est faible. Ils montrent aussi que le profil de vitesse devient relativement insensible à Da lorsque $Da < 10^2$. L'effet du nombre de Reynolds sur la distribution de température dans la section de sortie est représenté sur la figure 2. On remarque que, pour un même rapport de conductivité thermique ($Rc = 10,9$), la température augmente quand le nombre de Reynolds diminue, ce qui était prévisible puisque la longueur d'établissement du régime thermique augmente avec le nombre de Reynolds. En comparant les courbes correspondant à $Rc = 1$ et à $Rc = 10,9$ pour $Re=4.10^4$, on observe que la température du fluide est beaucoup plus élevée lorsque la conductivité de la matrice poreuse est d'un ordre de grandeur supérieure à celle du fluide.

Les influences du nombre de Darcy et de la porosité sur la température de sortie sont représentées sur la figure 3. Pour une conductivité effective donnée, le fluide est moins chauffé dans la partie centrale de la conduite lorsque le nombre de Darcy diminue parce que le nombre de Reynolds de pore diminue (figure 1). Lorsque la porosité est réduite de $\phi = 0,9$ à $\phi = 0,6$, c'est-à-dire lorsque la fraction volumique occupée par le solide de conductivité thermique beaucoup plus élevée que celle du fluide augmente, la température est nettement plus élevée : en effet, avec la modélisation retenue (cf. équation de l'énergie), la conductivité effective est basée sur le modèle parallèle ($Rc = 10,9$ pour $\phi = 0,9$ et $Rc = 40,6$ pour $\phi = 0,6$).

Pour les simulations discutées dans la suite, le nombre de Reynolds et le rapport des conductivités ont été fixés à $Re = 4.10^4$ et $Rc = 10,9$. Les paramètres principaux de l'étude sont l'épaisseur e (%) des deux couches poreuses attachées aux parois et le nombre de Darcy. Les distributions de l'énergie cinétique turbulente pour $e = 20\%$, $e = 40\%$ et $Da = 10^2$ sont représentées sur la figure 4 sur la demi-largeur de la conduite. Dans les deux cas, on observe que l'écoulement turbulent traverse l'interface et se propage pour former une couche limite qui ne pourrait pas être obtenue en employant un modèle de Darcy-Forchheimer et une condition de glissement de type Beavers et Joseph. Quand l'épaisseur de la couche poreuse augmente, l'énergie cinétique turbulente augmente dans la zone fluide et atteint son maximum dans la zone proche de l'interface fluide-poreux : plus la section de la partie fluide diminue, plus les vitesses augmentent dans la partie centrale de la conduite. Pour le nombre de Darcy considéré ($Da = 10^2$), la décroissance de l'énergie cinétique dans le milieu poreux est assez lente : elle est beaucoup plus rapide pour $Da = 10^4$.

Les figures 5 et 6 montrent l'influence de l'épaisseur des couches poreuses sur le nombre de Nusselt et sur la température moyenne de sortie du fluide. On constate, sur la figure 5, qu'il existe une épaisseur critique des couches poreuses, proche de $e_c = 20\%$, pour laquelle le nombre de Nusselt, basé sur la conductivité effective, est maximum. Ce résultat, lié à la valeur de R_c , a déjà été établi en régime laminaire. Cette étude confirme donc l'existence d'un maximum en régime turbulent qui n'existe que si la conductivité effective du milieu poreux est très supérieure à celle du fluide. Le nombre de Nusselt diminue ensuite rapidement lorsque l'épaisseur augmente et devient inférieur à la valeur obtenue en régime établi pour une conduite sans couches poreuses ($Nu = 155,3$). Sa valeur converge vers une valeur indépendante de Da . Ce résultat est en accord avec ceux présentés par Allouache et Chikh [4] dans le cas d'un espace annulaire. Il faut cependant noter que cette diminution du nombre de Nusselt ne signifie pas que le coefficient d'échange soit inférieur à celui obtenu pour $e = 0$. En effet, le nombre de Nusselt est basé sur la conductivité effective du milieu poreux.

Les variations de la température moyenne adimensionnelle dans la section de sortie ($\Theta = T_m - T_e / T_p - T_e$) avec l'épaisseur des couches poreuses sont représentées sur la figure 6. Pour une valeur de $Rc = 10,9$, la température du fluide à la sortie du canal atteint son minimum quand l'épaisseur des couches poreuses se situe entre $e \approx 60\%$ et $e \approx 80\%$. En comparant les températures moyennes avec le cas totalement fluide, on remarque qu'elles sont toujours moins élevées, quelle que soit l'épaisseur des couches poreuses. Cela signifie que le transfert de chaleur fluide-paroi, piloté par l'écart entre les températures moyenne débitante et de paroi, est plus important mais que la variation du flux d'enthalpie entre l'entrée et la sortie de la conduite est réduite. D'autres calculs ont montré que l'insertion de couches poreuses sur les parois présente d'autant plus d'intérêt que leur conductivité effective est élevée. Ce résultat était attendu.

4. Conclusion

Nous avons traité numériquement les transferts de chaleur en régime turbulent dans une conduite partiellement ou totalement remplie par un milieu poreux. Les résultats montrent que d'attacher des couches poreuses de perméabilité et de conductivité thermique effective élevées permet d'augmenter les transferts de chaleur fluide-parois en régime turbulent, à condition que l'épaisseur des couches poreuses soit relativement modérée ($e \leq 20\%$).

Références

- [1] Silva R.A., de Lemos M.J.S., Turbulent flow in a channel occupied by a porous layer considering the stress jump at the interface, *Int. J Heat Mass Transfer*, 46 (2003), pp.5113-5121
- [2] Antohe B.V., Lage J.L., A general two-equation macroscopic turbulence model for incompressible flow in porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40 (1997), pp. 3013-3024.
- [3] Kuznetsov A.V., Cheng L., Xiong M., Effects of thermal dispersion and turbulence in forced convection in a composite parallel-plate channel: investigation of constant wall heat flux and constant wall temperature, *Num. Heat Transfer - Part A*, 42 (2002), pp. 365-383
- [4] Allouache N., Chikh S., Numerical modeling of turbulent flow in an annular heat exchanger partly filled with a porous substrate, *J. Porous Media*, sous presse
- [5] Chan, H.C., Huang W.C., Leu J.M., Lai C.J., Macroscopic modeling of turbulent flow over a porous medium, *Int. J. Heat and Fluid Flow* 28 (2007) pp. 1157-1166
- [6] de Lemos M.J.S., *Turbulence in porous media: Modeling and applications*, Elsevier, Oxford (2006)
- [7] Hanjalic K., Launder B.E., Contribution towards a Reynolds stress closure for low number turbulence, *J. Fluid Mech.*, 74 (4), (1976), pp. 593-610.
- [8] Launder, B.E. and Spalding, D.B., The numerical computation of turbulent flows, *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, 3, (1974) pp. 269-289
- [9] Rohsenow W.M., Hartnett J.P., Ganic E.N., *Handbook of Heat Transfer: Fundamentals*, 2^{ème} Ed, McGraw-Hill (1985)

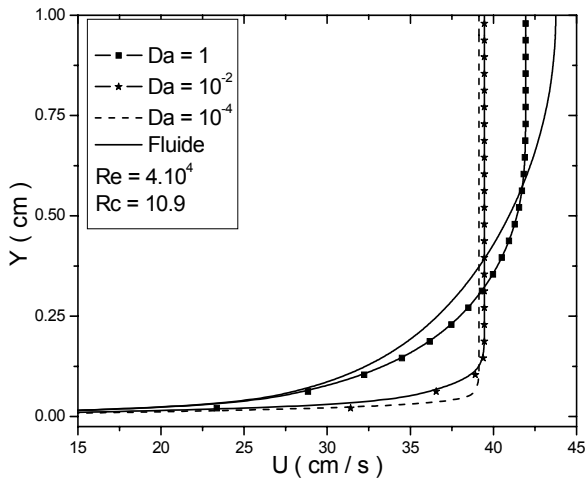


Figure 1 : Effet du nombre de Darcy sur le profil de la vitesse axiale dans la section de sortie d'un canal totalement poreux

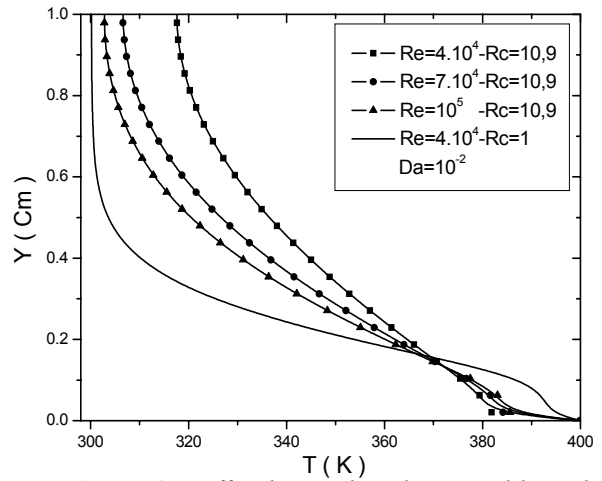


Figure 2 : Effet du nombre de Reynolds et du rapport des conductivités thermiques sur le profil de température dans la section de sortie d'un canal totalement poreux

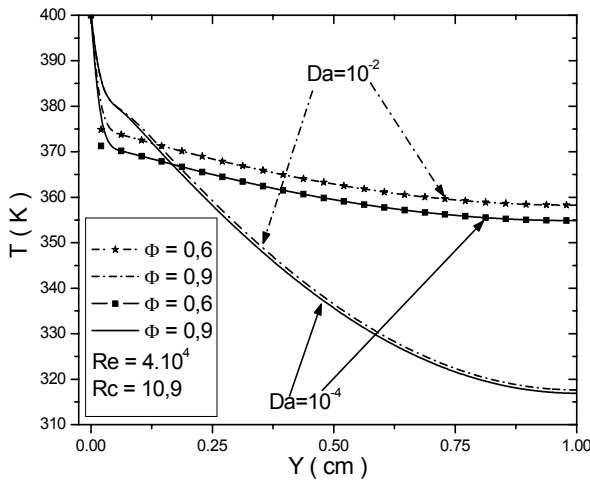


Figure 3 : Effet du nombre de Darcy et de la porosité sur la température de sortie dans la section de sortie d'un canal totalement poreux

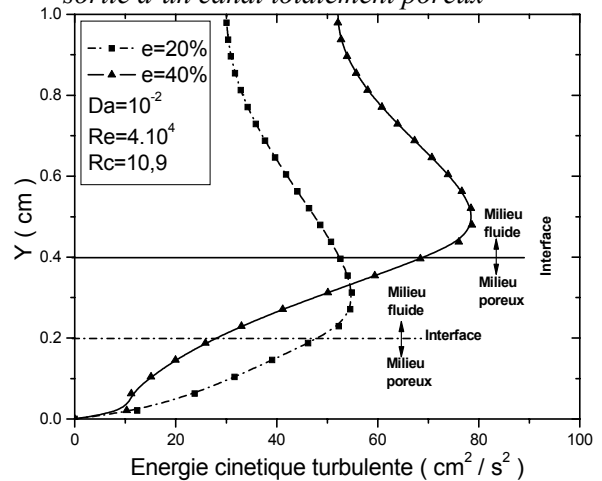


Figure 4 : Profil de l'énergie cinétique turbulente dans la section de sortie d'un canal partiellement poreux

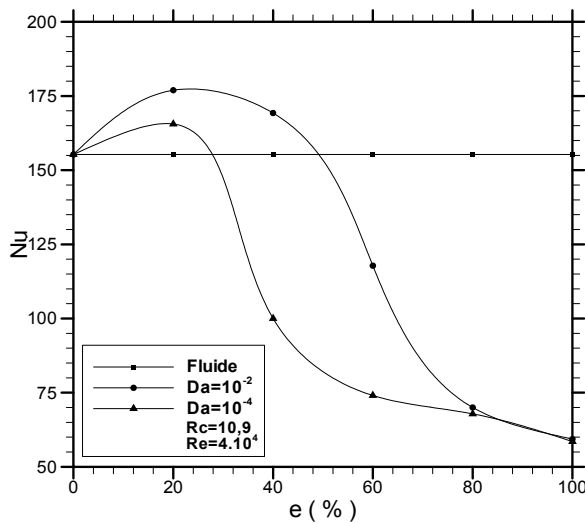


Figure 5 : Influence de l'épaisseur des couches poreuses sur le nombre de Nusselt

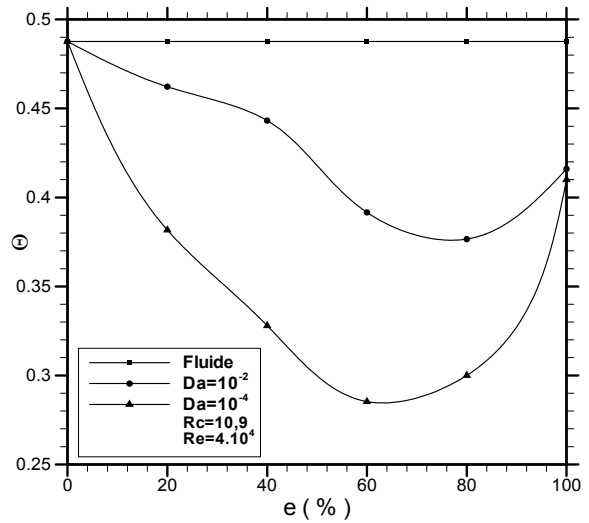


Figure 6 : Influence de l'épaisseur des couches poreuses sur la température moyenne de sortie du fluide